



UNIVERSIDADE DO VALE DO TAQUARI – UNIVATES

PÓS-GRADUAÇÃO STRICTO SENSU EM DOUTORADO EM ENSINO

**A UTILIZAÇÃO DO *APP GEOGEBRA* NO PROCESSO DE ENSINO
DOS CONCEITOS DE FUNÇÕES QUADRÁTICAS NO ENSINO MÉDIO
NA PERSPECTIVA DA APRENDIZAGEM SIGNIFICATIVA**

Claudionor de Oliveira Pastana

Lajeado, dezembro de 2020

Claudionor de Oliveira Pastana

**A UTILIZAÇÃO DO *APP GEOGEBRA* NO PROCESSO DE ENSINO
DOS CONCEITOS DE FUNÇÕES QUADRÁTICAS NO ENSINO MÉDIO
NA PERSPECTIVA DA APRENDIZAGEM SIGNIFICATIVA**

Tese de doutorado apresentada ao Programa de Pós-Graduação *Strictu Sensu* em Doutorado em Ensino, da Universidade do Vale do Taquari – Univates, como parte da exigência para a obtenção do título de Doutor em Ensino.

Orientador: Dr. Marco Antonio Moreira

Lajeado, dezembro de 2020

Claudionor de Oliveira Pastana

A UTILIZAÇÃO DO *APP GEOGEBRA* NO PROCESSO DE ENSINO DOS CONCEITOS DE FUNÇÕES QUADRÁTICAS NO ENSINO MÉDIO NA PERSPECTIVA DA APRENDIZAGEM SIGNIFICATIVA

Tese de doutorado apresentada ao Programa de Pós-Graduação *Strictu Sensu* em Doutorado em Ensino, da Universidade do Vale do Taquari – Univates, como parte da exigência para a obtenção do título de Doutor em Ensino, na área de concentração Alfabetização Científica e Tecnológica, com linha de pesquisa em Recursos, Tecnologias e Ferramentas no Ensino.

Prof. Dr. Marco Antonio Moreira (Orientador)
Universidade do Vale do Taquari – Univates

Prof.^a Dr^a Marli Teresinha Quartieri
Universidade do Vale do Taquari – Univates

Prof.^a Dr^a Márcia Jussara Hepp Rehfeldt
Universidade do Vale do Taquari – Univates

Prof.^a Dr^a Maria Cecília Pereira Santarosa
Universidade Federal de Santa Maria - UFSM

Prof.^a Dr^a Eleni Bisognin
Universidade Franciscana – UFN

Lajeado, dezembro de 2020.

*Dedico este trabalho a pessoa
mais importante da minha vida:
Eu,
que sempre fui o meu porto seguro.*

AGRADECIMENTOS

Agradeço do fundo do meu coração a todos que contribuíram de alguma forma para a realização desta pesquisa. As palavras de apoio e incentivo, as orientações e ideias, bem como as correções necessárias foram essenciais para que eu conseguisse percorrer esta caminhada com incentivo e vitória.

Agradeço a Deus pelas oportunidades e vivências maravilhosas nesta grande fase de estudo da minha vida. A minha família, que é o meu maior exemplo e porto seguro, sempre me incentivando e aguentando os momentos de estresse. Agora poderemos aproveitar mais momentos juntos.

Ao Professor Dr. Marco Antonio Moreira agradeço de forma especial. Além de grandes orientações e contribuições sempre me apoiou. É um profissional que levo como exemplo para a minha caminhada na educação.

Aos demais familiares e amigos do PPGENSINO que sempre me apoiaram e incentivaram com palavras de carinho e apoio, em especial a equipe da diretoria que sempre estiveram ao meu lado nos momentos em que mais precisei.

A minha amiga professora Maria Inês Ferreira da Silva que destinou horas da sua vida para realizar a revisão gramatical da versão final dessa investigação.

À Direção, Coordenação, professores e alunos da 1ª série do Ensino Médio da Escola Estadual General Azevedo Costa, que participaram com interesse e entusiasmo desta pesquisa. Em especial aos professores Ediléa Nazaré de Lima e

Kalama Guimarães Leite que me oportunizaram em desenvolver todas as etapas desta investigação com os seus alunos.

Às professoras Dr^a Maria Cecília Pereira Santarosa, Dr^a Márcia Jussara Hepp Rehfeldt e Dr^a Marli Teresinha Quartieri pela participação na minha banca de qualificação, que muito contribuíram com as sugestões e melhorias indicadas naquele momento. E a professora Dr^a Eleni Bisognin pela participação na minha banca de defesa, que muito contribuiu para o produto final dessa investigação.

Aos Professores do PPGENSINO da Univates. A presença de vocês nesta caminhada foi importante demais, pois contribuíram com esta minha formação, além de serem excelentes exemplos de profissionais dedicados e competentes no fazer pedagógico.

Enfim, obrigado amigos, familiares, professores, pelas palavras de carinho, incentivo, apoio e principalmente por fazerem parte da minha vida. Todos vocês são muito especiais para mim!

A escola deve se encarregar de fornecer aos estudantes disciplinas realmente válidas e pedagogicamente apropriadas, planejar o currículo escolar e os métodos de ensino localizados adequadamente quer seja no contínuo automático-significativo ou recepção-descoberta.

(AUSUBEL; NOVAK; HANESIAN, 1980, p. 4).

RESUMO

Esta pesquisa analisa a aplicação de duas sequências didáticas exploratórias como recurso potencialmente significativo na construção de conceitos gráficos de Função Quadrática, cujo problema de pesquisa foi: Quais as implicações da construção dos campos conceituais com o uso do *App GeoGebra* no processo de aprendizagem significativa para ensinar os conceitos gráficos de Funções Quadráticas no Ensino Médio? O estudo foi realizado em uma escola pública da rede estadual do município de Macapá, Amapá, tendo como participantes, cento e doze estudantes do 1º ano do Ensino Médio que foram divididos em dois grupos, um controle e outro experimental. Os objetivos específicos propostos na pesquisa foram: conhecer as concepções prévias dos alunos dos grupos controle e experimental sobre alguns elementos das Funções Quadráticas; desenvolver uma prática pedagógica expositiva, com alunos do grupo controle que envolva os campos conceituais de gráficos de Funções Quadráticas; realizar uma atividade pedagógica com o auxílio do *App GeoGebra* com alunos do grupo experimental envolvendo os campos conceituais de gráficos de Funções Quadráticas; analisar como as atividades desenvolvidas com os grupos controle e experimental são potencialmente significativo para a aprendizagem nos campos conceituais de gráficos de Funções Quadráticas no Ensino Médio; verificar se os resultados obtidos durante a prática com o *App GeoGebra* podem possibilitar um caminho potencialmente significativa para a aprendizagem de campos conceituais de gráficos de Funções Quadráticas. A investigação foi organizada por meio de triangulação metodológica entre o delineamento quase-experimental, análise textual discursiva e aproximação à metodologia fenomenológica, de acordo com as concepções de Bogdan e Biklen (1994). A pesquisa foi exploratória, com a abordagem qualitativa e complementação quantitativa, dividida em quatro momentos. A análise dos dados apontou que: a) os discentes antes das sequências didáticas apresentavam a falta de alguns *subsúnciores* relevantes na estrutura cognitiva em especial, para ancoragem de novos conceitos de Função Quadrática; b) o resultado da atividade prática pedagógica expositiva dos integrantes do grupo controle apontou que houve pouca ancoragem de novos conceitos de Função Quadrática; c) o material produzido durante a atividade pedagógica com o *App GeoGebra* para os discentes do grupo experimental mostrou ser expressivo contribuindo com a ancoragem de novos conceitos e significados de Função Quadrática; d) a análise das respostas do Pós-teste indicaram que os discentes do grupo experimental possuíram melhores desempenhos de respostas corretas do que

os do grupo controle, apontando indícios que o material pedagógico com o *App GeoGebra* contribui com a aprendizagem significativa de novos conceitos e sentidos de Função Quadrática.

Palavras-chave: Função Quadrática. Campos Conceituais. Aprendizagem Significativa. *App GeoGebra*.

ABSTRACT

This research analyzes the application of two exploratory didactic sequences as a potentially meaningful resource in the construction of quadratic function graphic concepts, whose research problem was: What implications does the construction of conceptual fields with the use of the GeoGebra App in the meaningful learning process to teach the graphic concepts of Quadratic Functions in High School? The study was conducted in a public school in the city of Macapá, Amapá, with one hundred and twelve students from the 1st year of high school participating in the population, which were divided into two groups, one control and the other experimental. The specific objectives proposed in the research were: to know the previous conceptions of the students of the control and experimental groups about some elements of the Quadratic Functions; develop an expository pedagogical practice, with students from the control group that involves the conceptual fields of quadratic functions graphics; perform a pedagogical activity with the help of the GeoGebra App with students of the Experimental group involving the conceptual fields of graphs of Quadratic Functions; to analyze how the activities developed with the control and experimental groups are potentially meaningful for the conceptual field learning of Quadratic Functions graphs in high school; checking whether the results obtained during practice with the GeoGebra App can enable a potentially meaningful path for learning conceptual fields of Quadratic Functions graphs. The investigation was organized by means of methodological triangulation between the quasi-experimental design, discursive textual analysis and approximation to the phenomenological methodology, according to the conceptions of Bogdan and Biklen (1994). The research was exploratory, with the qualitative approach and quantitative complementation, divided into four moments. Data analysis showed that: a) the students before the didactic sequences presented the lack of some relevant subsumers in the cognitive structure, especially, for anchoring new concepts of Quadratic Function; b) the result of the pedagogical practical activity of the members of the control group pointed out that there was little anchoring of new concepts of Quadratic Function; c) the material produced during the pedagogical activity with the GeoGebra App for the students of the experimental group showed to be expressive contributing to the anchoring of new concepts and meanings of Quadratic Function; d) the analysis of the post-test responses indicated that the students of the experimental group had better performances of correct answers than those of the

control group, pointing out indications that the pedagogical material with the GeoGebra App contributes to anchor new concepts and meanings of Quadratic Function;

Keywords: Quadratic Function. Conceptual fields. Meaningful Learning. *GeoGebra app*.

LISTA DE QUADROS

Quadro 1 – Obras selecionadas na base de dados da BDTD.....	33
Quadro 2 – Síntese das dissertações e Teses analisadas.....	37
Quadro 3 – Obras selecionadas na base de dados da OATD.....	49
Quadro 4 – Síntese das dissertações e teses analisadas na base de dados da OATD	51
Quadro 5 – Artigos selecionadas na base de dados da <i>SciELO</i>	55
Quadro 6 – Relação existente entre Aprendizagem Significativa, Significação Potencial, Lógica e Psicológica	74
Quadro 7 – Princípio da Assimilação	82
Quadro 8 – Resumo das características do gráfico da Função Quadrática	112
Quadro 9 – Resumo da relação entre os objetivos e atividades propostas.....	121
Quadro 10 – Questão 1 do questionário estruturado prévio.....	130
Quadro 11 – Questão 2 do questionário estruturado prévio.....	131
Quadro 12 – Questão 3 do questionário estruturado prévio.....	133
Quadro 13 – Questão 4 do questionário estruturado prévio.....	136
Quadro 14 – Questão 5 do questionário estruturado prévio.....	137
Quadro 15 – Questão 6 do questionário estruturado prévio.....	139
Quadro 16 – Questão 7 do questionário estruturado prévio.....	140
Quadro 17 – Questão 8 do questionário estruturado prévio.....	142
Quadro 18 – Primeira questão da atividade prática pedagógica expositiva do grupo controle.....	147
Quadro 19 – Segunda questão da atividade prática pedagógica expositiva do grupo controle.....	154
Quadro 20 – Terceira questão da atividade prática pedagógica expositiva do grupo controle.....	160

Quadro 21 – Quarta questão da atividade prática pedagógica expositiva do grupo controle.....	167
Quadro 22 – Quinta questão da atividade prática pedagógica expositiva do grupo controle.....	174
Quadro 23 – Primeira questão da atividade pedagógica com o <i>App GeoGebra</i> do grupo experimental.....	182
Quadro 24 – Segunda questão da atividade pedagógica com o <i>App GeoGebra</i> do grupo experimental.....	185
Quadro 25 – Terceira questão da atividade pedagógica com o <i>App GeoGebra</i> do grupo experimental.....	192
Quadro 26 – Quarta questão da atividade pedagógica com o <i>App GeoGebra</i> do grupo experimental.....	199
Quadro 27 – Quinta questão da atividade pedagógica com o <i>App GeoGebra</i> do grupo experimental.....	206
Quadro 28 – Sexta questão da atividade pedagógica com o <i>App GeoGebra</i> do grupo experimental.....	211
Quadro 29 – Sétima questão da atividade pedagógica com o <i>App GeoGebra</i> do grupo experimental.....	216
Quadro 30 – Oitava questão da atividade pedagógica com o <i>App GeoGebra</i> do grupo experimental.....	223
Quadro 31 – Questão 1 do questionário de Pós-teste	231
Quadro 32 – Questão 2 do questionário de Pós-teste.	235
Quadro 33 – Questão 3 do questionário de Pós-teste	239
Quadro 34 – Questão 4 do questionário de Pós-teste	242
Quadro 35 – Questão 5 do questionário de Pós-teste.	247
Quadro 36 – Questão 6 do questionário de Pós-teste	250
Quadro 37 – Questão 7 do questionário de Pós-teste	254

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – Vista de abertura e da guia do <i>App GeoGebra</i>	71
Figura 2 – Pontos de similaridade entre a teoria da aprendizagem significativa e a Teoria dos campos conceituais	90
Figura 3 – Localização do município de Macapá – AP	119
Figura 4 – Escola Estadual General Azevedo Costa	120
Figura 5 – Estrutura gráfica do procedimento metodológico	124
Figura 6 – Resposta do aluno A^6T^1	148
Figura 7 – Resposta do aluno $A^{11}T^2$	149
Figura 8 – Resposta do aluno A^8T^1	151
Figura 9 – Resposta do aluno $A^{18}T^2$	151
Figura 10 – Resposta do aluno $A^{19}T^2$	153
Figura 11 – Resposta do aluno $A^{15}T^1$	154
Figura 12 – Resposta do aluno $A^{15}T^1$	156
Figura 13 – Resposta do aluno A^4T^2	156
Figura 14 – Resposta do aluno A^9T^1	158
Figura 15 – Resposta do aluno A^7T^2	158
Figura 16 – Resposta do aluno A^2T^2	159
Figura 17 – Resposta do aluno $A^{13}T^1$	160
Figura 18 – Resposta do aluno $A^{15}T^1$	162
Figura 19 – Resposta do aluno $A^{14}T^2$	163
Figura 20 – Resposta do aluno $A^{16}T^1$	165
Figura 21 – Resposta do aluno $A^{22}T^2$	165
Figura 22 – Resposta do aluno $A^{22}T^1$	166
Figura 23 – Resposta do aluno A^1T^2	167

Figura 24 – Resposta do aluno A^6T^2	169
Figura 25 – Resposta do aluno $A^{18}T^1$	169
Figura 26 – Resposta do aluno $A^{11}T^2$	171
Figura 27 – Resposta do aluno $A^{16}T^1$	171
Figura 28 – Resposta do aluno $A^{24}T^1$	172
Figura 29 – Resposta do aluno $A^{18}T^2$	173
Figura 30 – Resposta do aluno A^7T^1	175
Figura 31 – Resposta do aluno A^5T^2	176
Figura 32 – Resposta do aluno $A^{16}T^1$	177
Figura 33 – Resposta do aluno $A^{22}T^2$	178
Figura 34 – Resposta do Aluno $A^{21}T^3$	183
Figura 35 – Resposta do Aluno $A^{28}T^4$	183
Figura 36 – Resposta do aluno A^6T^3	184
Figura 37 – Resposta do aluno A^9T^4	184
Figura 38 – Resposta do aluno $A^{26}T^3$	187
Figura 39 – Resposta do aluno $A^{17}T^4$	187
Figura 40 – Resposta do aluno $A^{15}T^4$	189
Figura 41 – Resposta do aluno A^2T^3	189
Figura 42 – Resposta do aluno A^5T^3	191
Figura 43 – Resposta do aluno $A^{10}T^4$	191
Figura 44 – Resposta do aluno $A^{10}T^4$	193
Figura 45 – Resposta do aluno $A^{21}T^3$	193
Figura 46 – Resposta do aluno A^3T^4	193
Figura 47 – Resposta do aluno $A^{14}T^3$	195
Figura 48 – Resposta do aluno $A^{29}T^4$	196
Figura 49 – Resposta do aluno A^3T^3	198
Figura 50 – Resposta do aluno A^8T^4	198
Figura 51 – Resposta do aluno $A^{18}T^4$	201
Figura 52 – Resposta do aluno A^5T^3	201
Figura 53 – Resposta do aluno $A^{10}T^3$	203
Figura 54 – Resposta do aluno $A^{11}T^4$	203
Figura 55 – Resposta do aluno A^8T^3	205
Figura 56 – Resposta do aluno A^9T^4	205
Figura 57 – Resposta do aluno $A^{21}T^3$	208
Figura 58 – Resposta do aluno A^8T^4	208

Figura 59 – Resposta do aluno $A^{11}T^4$	210
Figura 60 – Resposta do aluno $A^{16}T^3$	210
Figura 61 – Resposta do aluno $A^{27}T^3$	213
Figura 62 – Resposta do aluno $A^{16}T^4$	213
Figura 63 – Resposta do aluno $A^{28}T^4$	215
Figura 64 – Resposta do aluno A^2T^3	215
Figura 65 – Resposta do aluno $A^{21}T^3$	218
Figura 66 – Resposta do aluno A^2T^4	218
Figura 67 – Resposta do aluno $A^{23}T^3$	220
Figura 68 – Resposta do aluno $A^{12}T^4$	220
Figura 69 – Resposta do aluno A^1T^3	222
Figura 70 – Resposta do aluno $A^{24}T^3$	222
Figura 71 – Resposta do aluno $A^{30}T^3$	225
Figura 72 – Resposta do aluno $A^{14}T^4$	225
Figura 73 – Resposta do aluno A^9T^3	225
Figura 74 – Resposta do aluno $A^{14}T^3$	233
Figura 75 – Resposta do aluno A^4T^2	233
Figura 76 – Resposta do aluno $A^{28}T^4$	237
Figura 77 – Resposta do aluno $A^{12}T^1$	237
Figura 78 – Resposta do aluno $A^{11}T^3$	241
Figura 79 – Resposta do aluno A^4T^1	241
Figura 80 – Resposta do aluno A^3T^3	245
Figura 81 – Resposta do aluno A^6T^2	245
Figura 82 – Resposta do aluno $A^{17}T^3$	248
Figura 83 – Resposta do aluno $A^{24}T^1$	249
Figura 84 – Resposta do aluno A^1T^4	252
Figura 85 – Resposta do aluno A^6T^1	252
Figura 86 – Resposta do aluno $A^{27}T^3$	256
Figura 87 – Resposta do aluno $A^{26}T^1$	257

LISTA DE GRÁFICOS

Gráfico 1 – Variação do sinal da função $f(x) = 2x^2 - 10x + 12$	97
Gráfico 2– Definição geométrica de Parábola	108
Gráfico 3 – Eixo de simetria da Parábola	110
Gráfico 4 – Desempenho das turmas por questão no questionário estruturado prévio	146
Gráfico 5 – Desempenho das turmas T^1 e T^2 na atividade prática pedagógica expositiva	180
Gráfico 6 – Desempenho das turmas T^3 e T^4 na atividade com o <i>App GeoGebra</i> ..	229
Gráfico 7 – Desempenho das turmas por questão no questionário de Pós-teste. ..	260

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Filtros de buscas empregado na BDTD.....	32
Tabela 2 – Filtro de busca aplicado na OATD.....	48
Tabela 3 – Filtros de buscas empregado na base <i>SciELO</i>	54
Tabela 4 – Categorias das respostas dos alunos para a questão 1 do questionário estruturado prévio.....	130
Tabela 5 – Categorias das respostas dos alunos para a questão 2 do questionário estruturado prévio.....	132
Tabela 6 – Categorias das respostas dos alunos para a questão 3 do questionário estruturado prévio.....	134
Tabela 7 – Categorias das respostas dos alunos para a questão 4 do questionário estruturado prévio.....	136
Tabela 8 – Categorias das respostas dos alunos para a questão 5 do questionário estruturado prévio.....	138
Tabela 9 – Categorias das respostas dos alunos para a questão 6 do questionário estruturado prévio.....	139
Tabela 10 – Categorias das respostas dos alunos para a questão 7 do questionário estruturado prévio.....	141
Tabela 11 – Categorias das respostas dos alunos para a questão 8 do questionário estruturado prévio.....	143
Tabela 12 – Índices de acerto das respostas dos alunos para as questões do questionário estruturado prévio	145
Tabela 13 – Categorias das respostas dos alunos para alternativa A da questão 01 da atividade prática pedagógica expositiva do grupo controle	147
Tabela 14 – Categorias das respostas dos alunos para a letra B da questão 01 da atividade prática pedagógica expositiva do grupo controle	150
Tabela 15 – Categorias das respostas dos alunos para a alternativa C da questão 01 da atividade prática pedagógica expositiva do grupo controle	152

Tabela 16 – Categorias das respostas dos alunos para a alternativa A da questão 02 da atividade prática pedagógica expositiva do grupo controle	155
Tabela 17 – Categorias das respostas dos alunos para a alternativa B da questão 02 da atividade prática pedagógica expositiva do grupo controle	157
Tabela 18 – Categorias das respostas dos alunos para a letra C da questão 02 da atividade prática pedagógica expositiva do grupo controle	159
Tabela 19 – Categorias das respostas dos alunos para a alternativa A da questão 03 da atividade prática pedagógica expositiva do grupo controle	161
Tabela 20 – Categorias das respostas dos alunos para a letra B da questão 03 da atividade prática pedagógica expositiva do grupo controle	164
Tabela 21 – Categorias das respostas dos alunos para a letra C da questão 03 da atividade prática pedagógica expositiva do grupo controle	166
Tabela 22 – Categorias das respostas dos alunos para a alternativa A da questão 04 da atividade prática pedagógica expositiva do grupo controle	168
Tabela 23 – Categorias das respostas dos alunos para a letra B da questão 04 da atividade prática pedagógica expositiva do grupo controle	170
Tabela 24 – Categorias das respostas dos alunos para a letra C da questão 04 da atividade prática pedagógica expositiva do grupo controle	171
Tabela 25 – Categorias das respostas dos alunos para a letra A da questão 05 da atividade prática pedagógica expositiva do grupo controle	174
Tabela 26 – Categorias das respostas dos alunos para a alternativa B da questão 05 da atividade prática pedagógica expositiva do grupo controle	176
Tabela 27 – Índices de acerto das respostas dos alunos para as questões da atividade prática pedagógica expositiva	179
Tabela 28 – Categorias das respostas dos alunos para a alternativa A da questão 1 da atividade pedagógica com o <i>App GeoGebra</i> do grupo experimental	182
Tabela 29 – Categorias das respostas dos alunos para a alternativa B da questão 01 da atividade pedagógica com o <i>App GeoGebra</i> do grupo experimental	184
Tabela 30 – Categorias das respostas dos alunos para a alternativa A da questão 2 da atividade pedagógica com o <i>App GeoGebra</i> do grupo experimental	186
Tabela 31 – Categorias das respostas dos alunos para a alternativa B da questão 2 da atividade pedagógica com o <i>App GeoGebra</i> do grupo experimental	188
Tabela 32 – Categorias das respostas dos alunos para alternativa C da questão 2 da atividade pedagógica com o <i>App GeoGebra</i> do grupo experimental	190
Tabela 33 – Categorias das respostas dos alunos para a alternativa A da questão 3 da atividade pedagógica com o <i>App GeoGebra</i> do grupo experimental	192
Tabela 34 – Categorias das respostas dos alunos para a alternativa B da questão 3 da atividade Pedagógica com o <i>App GeoGebra</i> do grupo experimental	195
Tabela 35 – Categorias das respostas dos alunos para a alternativa C da questão 3 da atividade pedagógica com o <i>App GeoGebra</i> do grupo experimental	196
Tabela 36 – Categorias das respostas dos alunos para a alternativa A da questão 4 da atividade pedagógica com o <i>App GeoGebra</i> do grupo experimental	200

Tabela 37 – Categorias das respostas dos alunos para a letra B da questão 4 da atividade pedagógica com o <i>App GeoGebra</i> do grupo experimental	202
Tabela 38 – Categorias das respostas dos alunos para a letra C da questão 4 da atividade pedagógica com o <i>App GeoGebra</i> do grupo experimental	204
Tabela 39 – Categorias das respostas dos alunos para a letra A da questão 5 da atividade pedagógica com o <i>App GeoGebra</i> do grupo experimental	207
Tabela 40 – Categorias das respostas dos alunos para a letra B da questão 5 da atividade pedagógica com o <i>App GeoGebra</i> do grupo experimental	209
Tabela 41 – Categorias das respostas dos alunos para a letra A da questão 6 da atividade pedagógica com o <i>App GeoGebra</i> do grupo experimental	212
Tabela 42 – Categorias das respostas dos alunos para a letra B da questão 6 da atividade pedagógica com o <i>App GeoGebra</i> do grupo experimental	214
Tabela 43 – Categorias das respostas dos alunos para a alternativa A da questão 7 da atividade pedagógica com o <i>App GeoGebra</i> do grupo experimental	217
Tabela 44 – Categorias das respostas dos alunos para a alternativa B da questão 7 da atividade pedagógica com o <i>App GeoGebra</i> do grupo experimental	219
Tabela 45 – Categorias das respostas dos alunos para a alternativa C da questão 07 da atividade pedagógica com o <i>App GeoGebra</i> do grupo experimental	221
Tabela 46 – Categorias das respostas dos alunos para a letra A da questão 8 da atividade pedagógica com o <i>App GeoGebra</i> do grupo experimental	224
Tabela 47 – Índices de acertos das respostas dos alunos para as questões da atividade com o <i>App GeoGebra</i>	227
Tabela 48 – Categorias das respostas dos alunos para a questão 1 do questionário de Pós-teste	231
Tabela 49 – Categorias das respostas dos alunos para a questão 2 do questionário de Pós-teste.	235
Tabela 50 – Categorias das respostas dos alunos para a questão 3 do questionário de Pós-teste	239
Tabela 51 – Categorias das respostas dos alunos para a questão 4 do questionário de Pós-teste	244
Tabela 52 – Categorias das respostas dos alunos para a questão 5 do questionário de Pós-teste.	247
Tabela 53 – Categorias das respostas dos alunos para a questão 6 do questionário de Pós-teste	251
Tabela 54 – Categorias das respostas dos alunos para a questão 7 do questionário de Pós-teste	255
Tabela 55 – Acerto das respostas dos alunos para as questões do questionário de Pós-teste.	259

LISTA DE SIGLAS E ABREVIATURAS

%	Por cento
ANATEL	Agência Nacional de Telecomunicações
AP	Amapá
<i>App</i>	Aplicativo
AUS	Universidade de Linz
cel	Celulares
DCNGEB	Diretrizes Curriculares Nacionais Gerais da Educação Básica
ENEM	Encontro Nacional de Educação Matemática
EUA	Estados Unidos da América
FCC	<i>Federal Communication Commission</i>
FNDE	Fundo Nacional de Desenvolvimento da Educação
<i>GPS</i>	<i>Global Positioning System</i>
hab	Habitantes
IBGE	Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística

INEP	Instituto Nacional de Estudos e Pesquisa Educacionais Anísio Teixeira
MEC	Ministério da Educação
SciELO	<i>Scientific Electronic Library Online</i>
UCA	Computador por Aluno
UEAP	Universidade Estadual do Amapá
US\$	Dólares
UFN	Universidade Franciscana
PUCRS	Pontifício Universidade Católica do Rio grande do Sul
UFRGS	Universidade Federal do Rio Grande do Sul
Univates	Universidade do Vale do Taquari
UFC	Universidade Federal do Ceará
UFG	Universidade Federal de Goiás
UFJF	Universidade Federal de Juiz de Fora
UFRRJ	Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro
UFTM	Universidade Federal do Triângulo Mineiro
UNESP	Universidade Estadual Paulista
UFMA	Universidade Federal do Maranhão
UMA	Universidade da Madeira
ULHT	Universidade Lusófona de Humanidades e Tecnologias
UV	Universidade de Valência
UM	Universidade de Minho

UCL

University College London

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO	25
2 REVISÃO DE LITERATURA	31
3 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA	62
3.1 Recursos tecnológicos no ensino de Matemática	62
3.1.1 O celular e os aplicativos	66
3.1.1.1 O aplicativo <i>GeoGebra</i>	69
3.2 Aprendizagem significativa no ensino	72
3.3 A teoria dos campos conceituais no processo de ensino e de aprendizagem	83
3.4 Funções quadráticas.....	91
3.4.1 Forma fatorada do trinômio do 2º grau	94
3.4.2 Forma canônica do trinômio do 2º grau	97
3.4.3 Raízes da função quadrática	101
3.4.4 Vértices do gráfico da função quadrática	104
3.4.5 Gráfico da função quadrática	108
4 PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS	113
4.1 Caracterização da pesquisa	113
4.2 Delineamento da pesquisa	118
4.3 Organização da pesquisa	124
5 ANÁLISE DOS RESULTADOS	128
5.1 Análise do questionário estruturado prévio	128
5.1.1 Algumas considerações do questionário estruturado prévio	144
5.2 Análise da atividade prática pedagógica expositiva do grupo controle.....	146
5.2.1 Algumas considerações da atividade prática pedagógica expositiva.....	178
5.3 Análise da atividade pedagógica com o <i>App GeoGebra</i> do grupo experimental.....	181
5.3.1 Algumas considerações da atividade pedagógica com o <i>App GeoGebra</i>	226
5.4 Análise do questionário de Pós-teste	230

5.4.1 Algumas considerações do questionário de Pós-teste do grupo controle e experimental	258
6 REFLEXÕES FINAIS	262
REFERÊNCIAS	274
APÊNDICE A – Termo de Anuência para autorização de Pesquisa	283
APÊNDICE B – Termo de Consentimento Livre e Esclarecido	285
APÊNDICE C – Termo de Assentimento	287
APÊNDICE D – Tutorial do <i>App GeoGebra</i>	290
APÊNDICE E – Questionário semiestruturado prévio	298
APÊNDICE F – Atividade Pedagógica Expositiva	302
APÊNDICE G – Atividade Pedagógica com o <i>App GeoGebra</i>	308
APÊNDICE H – Atividade de Avaliação	314
APÊNDICE I – Parecer do Comitê de Ética em Pesquisa	322

1 INTRODUÇÃO

O uso dos recursos tecnológicos no ambiente educacional tem contribuído significativamente para a melhoria do processo de ensino e de aprendizagem em diversas áreas de conhecimento, em especial no ensino de Matemática (BORBA; SILVA; GADANIDIS, 2016). É fato que os avanços tecnológicos recentes, como os computadores, a *internet* e os novos celulares, influenciam o comportamento das pessoas, que vêm estabelecendo, muitas vezes, uma relação de dependência com esses recursos (BATISTA; BARCELOS, 2013).

Batista e Barcelos (2013) ressaltam que os novos celulares, como os *smartphones*, são um exemplo desses recursos tecnológicos que influenciam o cotidiano das pessoas. O *smartphone* disponibiliza uma gama de possibilidades dentro dessa nova tecnologia, podendo ser usado para consultar novas informações em *sites*, para conversa com familiares ou amigos por intermédio de aplicativos gratuitos, para entretenimento por meio dos jogos, etc.

Os celulares não saem das mãos das pessoas, sendo, em alguns casos, considerados até quase uma “extensão” do corpo humano (BATISTA; BARCELOS, 2013). A interface tecnológica presente nos novos *smartphones* oferece uma série de possibilidades que atraem e seduzem as novas gerações, fazendo com que os celulares estejam cada vez mais presentes na vida das pessoas (BATISTA; BARCELOS, 2013).

Saboia, Vargas e Viva (2013) ressaltam que as transformações vividas na sociedade moderna, concernentes ao emprego das tecnologias, às relações sociais e às atuais necessidades de mercado proporcionam um clima favorável para a incorporação das tecnologias móveis em ambientes de aprendizagem. Esse fato pode ser evidenciado, uma vez que a concepção de tempo e espaço transforma-se no discernimento das novas gerações, especialmente quando se está na adolescência (SABOIA; VARGAS; VIVA, 2013).

Nesse sentido, as práticas educacionais devem tentar empregar os recursos tecnológicos disponíveis para que ocorra o envolvimento dessa nova geração de adolescentes, que incorporaram as tecnologias móveis, como os *smartphones*, em situações de ensino e de aprendizagem (SABOIA; VARGAS; VIVA, 2013). Os autores ainda destacam que a educação precisa se basear no acesso rápido à informação disponível pela *Internet*, que proporciona resultados de aprendizagem diferenciada para essa nova geração de adolescentes que incorporou as tecnologias dos *smartphones* no seu fazer cotidiano.

Diante desse contexto, foi estabelecido, como tema desta pesquisa, “A utilização do *App*¹ *GeoGebra*² no ensino de Matemática como recurso facilitador da aprendizagem significativa³”. O problema que alicerçou esta investigação foi: “Quais as implicações do domínio dos campos conceituais com o uso do *App GeoGebra* no processo de aprendizagem significativa para ensinar os conceitos gráficos de Funções Quadráticas no Ensino Médio?”.

Como objetivo geral desta pesquisa, buscou-se “compreender como se dá a construção dos campos conceituais com o uso do *App GeoGebra* no processo de aprendizagem significativa para ensinar os conceitos gráficos de Funções Quadráticas no Ensino Médio”. Também foram estabelecidos quatro objetivos específicos:

¹ Segundo Sawaya (1999, p. 26) “*App* é uma abreviatura para palavra *application* (aplicativo). É um programa que ajuda o usuário a executar uma tarefa em particular, tal como processador de texto, planilhas ou banco de dados”.

² Abar e Cotic (2014) destacam que o *GeoGebra* é *software* matemático de sistema dinâmico que reúne, álgebra, geometria e cálculo.

³ No capítulo do referencial teórico é apresentado um estudo mais detalhado conceitual a Teoria da Aprendizagem Significativa e a Teoria dos Campos Conceituais.

- Conhecer as concepções prévias dos alunos dos grupos controle e experimental⁴ sobre alguns elementos das Funções Quadráticas;

- Desenvolver uma prática pedagógica expositiva, com alunos do grupo controle que envolva os campos conceituais de gráficos de Funções Quadráticas;

- Realizar uma atividade pedagógica com o auxílio do *App GeoGebra* com alunos do grupo experimental envolvendo os campos conceituais de gráficos de Funções Quadráticas;

- Verificar se os resultados obtidos como as atividades desenvolvidas com os alunos do grupo controle e experimental são potencialmente significativas para a aprendizagem no campo conceitual de gráficos de Funções Quadráticas no Ensino Médio;

Os celulares fazem parte do cotidiano de uma grande parcela da população mundial. De acordo com dados do Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística (IBGE, 2011), aproximadamente 77,9% dos brasileiros usam celulares. Esses novos celulares (*smartphones*) estão sendo usados por crianças, adolescentes, adultos e idosos em diversas tarefas do cotidiano, para o entretenimento e para tarefas de aprendizagem ou de trabalho. O número de linhas de aparelhos celulares nos últimos anos cresceu significativamente em todas as regiões brasileira.

Conforme dados da Agência Nacional de Telecomunicações (ANATEL, 2017), o Brasil terminou o mês de julho de 2019 com 228,39 milhões de linhas de telefones celulares em uso, apresentando uma densidade de 108,68 cel/100 hab. O Estado do Amapá apresentou 722,3 mil linhas em operação, de acordo com dados divulgados pela Agência Nacional de Telecomunicações (ANATEL, 2017), apresentando uma densidade aproximada de 85,40 cel/100 hab. Como os aparelhos celulares fazem parte da vida dos estudantes brasileiros, os aplicativos e funcionalidades podem auxiliar no ambiente escolar como mecanismo de prática educacional.

⁴ -Na metodologia apresentamos mais detalhadamente a escolha e constituição dos integrantes dos grupos controle e experimental.

Diariamente, ao longo do desenvolvimento de nossa prática docente, encontramos com discentes que apresentam dificuldades em relacionar os conteúdos de Matemática ensinados em sala de aula, com aplicações práticas do cotidiano ou com outras áreas de conhecimento. De acordo com dados do Instituto Nacional de Estudos e Pesquisa Educacionais Anísio Teixeira (INEP, 2017), dos estudantes da 3ª série do Ensino Médio das escolas brasileiras, 62,6% foram classificados no estágio crítico e outros 4,8% no estágio muito crítico do aprendizado na disciplina de Matemática. No total são 67,4% dos estudantes brasileiros do Ensino Médio que apresentam desempenho abaixo daquele desejado pelo Ministério da Educação – MEC (INEP, 2017) no aprendizado de Matemática.

No Brasil, no estágio considerado adequado de aprendizagem de Matemática estão somente 6% dos alunos do Ensino Médio. O Instituto Nacional de Estudos e Pesquisa Educacionais Anísio Teixeira (INEP, 2017) ressalta que o problema é mais grave nas Regiões Nordeste e Norte, que apresentam, respectivamente, 76,4% e 83,1% dos estudantes do Ensino Médio nos piores patamares de desempenho em aprendizagem de Matemática. Dentro desse contexto Nacional e regional, o Estado do Amapá apresenta 97,4% dos estudantes do Ensino Médio nos péssimo nível de satisfação em aprendizagem de Matemática e apenas 2,6% estão no estágio considerado adequado (INEP, 2017).

Assim, mediante esse cenário de desempenho nacional, regional e local, tivemos o interesse de investigar como a utilização do aplicativo *GeoGebra* para *smartphone* pode contribuir no ensino de Funções Quadráticas. A opção por “compreender como se dá o domínio dos campos conceituais com o uso do *App GeoGebra* no processo de aprendizagem significativa para ensinar os conceitos gráficos de Funções Quadráticas no Ensino Médio” surgiu das nossas experiências diárias no ensino de Matemática, visto que, atendemos discentes do primeiro, segundo e terceiro anos do ensino médio.

Durante nossa práxis docente, percebemos que, no primeiro ano do Ensino Médio, os alunos apresentam dificuldades de entendimento de alguns conhecimentos prévios para a compreensão aprofundada de Funções

Quadráticas, tais como: Operações com Números Reais; Relação entre conjuntos; Plano cartesiano; Equação do 1º grau; Equação do 2º grau; Função Afim e conceitos básicos de Funções Quadráticas. Esses conhecimentos prévios são ou deveriam ser estudados durante as aulas de Matemática no Ensino Fundamental II.

O Ensino de Matemática poderia ter mais significado para os alunos, se fossem utilizadas, nas aulas, as tecnologias, usuais no cotidiano deles. Essas tecnologias estão presentes nos *smartphones*, em que os adolescentes utilizam *App's* para as diversas tarefas do cotidiano. Indícios da vivência e do uso dessas tecnologias não se apresentam exclusivamente no instante em que presenciamos um *smartphone* em uso; culturalmente, as ações, as relações e o vocabulário apontam que a juventude encontra-se fortemente influenciada pela era digital (SABOIA; VARGAS; VIVA, 2013).

Com a utilização dos *smartphones* nas aulas de Matemática e empregando o *App GeoGebra*, o docente poderá aperfeiçoar suas aulas e, assim, melhorar a compreensão dos alunos, na medida em que o conhecimento trabalhado ficará mais próximo da realidade e com mais significados (SABOIA; VARGAS; VIVA, 2013). Diante desse cenário, e considerando a vontade de aprender, pesquisar e conviver com os alunos ao aplicar o *smartphone* no ensino de Funções Quadráticas por meio do *App GeoGebra*, acreditamos ser substancial um estudo mais aprofundado dessa relação.

De tal modo, torna-se relevante esta pesquisa na compreensão de referências teóricas e com procedimentos científicos, para que tenhamos bases sólidas e consistentes e se alcance melhores resultados nos processos de ensino e de aprendizagem com os alunos. Desenvolvemos esta pesquisa pedagógica durante as aulas de Matemática com alunos do 1º ano do Ensino Médio da Educação Básica, visto que já estudaram as Funções Quadráticas no Ensino Fundamental e o conteúdo é aprofundado no Ensino Médio.

Vale destacar, neste momento, nossa trajetória profissional. Cursamos Licenciatura Plena em Matemática, Licenciatura Plena em Física e Mestrado

profissional em Ensino de Ciências Exatas. Atuamos de 2000 até 2012 na disciplina de Matemática nas Séries Finais do Ensino Fundamental e, a partir de 2013, passamos a atuar nas disciplinas de Matemática no Ensino Médio. Atualmente, trabalhamos com Matemática no Ensino Médio em uma instituição Pública Estadual no Município de Macapá e na Universidade Estadual do Amapá – UEAP, com as disciplinas de Estatística e Matemática.

Portanto, esta pesquisa vem ao encontro de questões atuais e relevantes, uma vez que se pretende buscar mais do que uma formação intelectual e profissional, outrossim, colaborar para a construção de uma prática eficaz com os conhecimentos obtidos no Doutorado em Ensino. Vale destacar que o material desenvolvido poderá ser empregado por outros docentes em sala de aula. No próximo capítulo, apresentamos a Revisão de Literatura, caracterizada pelo estado da arte da pesquisa, fundamentada em teses, dissertações e artigos, que apresentam o cenário atual do ensino da Matemática por meio da aplicação de recursos tecnológicos.

No primeiro capítulo enfatiza a Revisão de Literatura, caracterizado pelo estado da arte do problema fundamentada em teorias que propiciam a relevância da investigação. O segundo capítulo expõe a Fundamentação Teoria dividida em quatro seções. As primeira seção aborda os recursos tecnológicos no ensino de Matemática enfatizando o aplicativo de celular GeoGebra, na segunda seção abordamos as concepções teóricas da Teoria da Aprendizagem Significativa - TAS, na terceira seção abordamos a Teoria dos Campos Conceituais - TCC no processo de Ensino e aprendizagem e na quarta seção abordamos as concepções conceituais de Funções Quadráticas.

No terceiro capítulo demonstramos os procedimentos metodológicos adotados e a forma de análise dos dados. No quarto capítulo apresentamos os resultados encontrados nas quatro etapas da investigação. Não se pretendemos apresentar um trabalho acabado, mas sim fomentar reflexões, questionamentos, sobre a importância das atividades alicerçadas aos recursos tecnológicos dentro do processo de ensino e de aprendizagem de Matemática.

2 REVISÃO DE LITERATURA

O emprego dos conceitos gráficos de Função Quadrática possui diversas aplicações práticas em distintas áreas de conhecimento, como a Matemática, Física, Biologia, Estatística, Arquitetura, Engenharias, Administração, Contabilidade, entre outras. A compreensão dos conceitos de Função Quadrática permite desenvolver nos discentes habilidades para elaborar modelos Matemáticos para analisar problemas práticos, por meio da relação entre as expressões algébricas e gráficas, a respeito da qual incide o âmbito da presente investigação.

Para a fundamentação da obra em pauta, foi necessário reunir um vasto acervo bibliográfico sobre o estado da arte, contendo fundamentos teóricos que propiciaram a investigação. As fontes de extração se deram por meio de artigos, dissertações e teses encontradas na base *SciELO (Scientific Electronic Library Online)*, na Biblioteca Digital Brasileira de Teses e Dissertações – BDTD e no banco de dados de Teses e Dissertações em Acesso Aberto - OATD, onde verificou-se publicações relevantes alusivas à temática de investigação.

Identificaram-se, a priori, todas as obras relacionadas ao estudo, para então, selecionar os artigos, dissertações e teses, referentes aos últimos onze anos de 2008 até 2019, deixando um espaço temporal mais profundo na utilização de livros clássicos. As palavras-chave da pesquisa foram: Função quadrática; *Software GeoGebra*; *App GeoGebra*; Aprendizagem significativa; Teoria dos campos conceituais. Em vista disto, realizamos uma procura com as

palavras separadamente e combinadas, para averiguar se a busca possibilitava ao que pleiteávamos.

O primeiro caminho de busca por trabalhos correlacionados à temática ocorreu na base da Biblioteca Digital Brasileira de Teses e Dissertações (BDTD), que engloba o conjunto de informação de teses e dissertações das instituições de ensino e pesquisa do Brasil. Empregamos os seguintes parâmetros para a escolha.

Tabela 1 – Filtros de buscas empregado na BDTD

Palavra(s) chave(s)	Número de trabalhos
Função quadrática	1084
<i>Software GeoGebra</i>	369
<i>App GeoGebra</i>	6
Aprendizagem significativa	6570
Teoria dos campos Conceituais	702
Função quadrática; <i>Software GeoGebra</i>	14
Função Quadrática; <i>App GeoGebra</i>	-
Aprendizagem Significativa; Função quadrática	6
Teoria dos Campos Conceituais; Função quadrática	-
Aprendizagem Significativa; <i>App GeoGebra</i>	3
Teoria dos Campos Conceituais; <i>App GeoGebra</i>	-

Fonte: Do autor (2019).

Da variedade de obras encontradas na Tabela 1, a princípio considerando as informações dos títulos selecionamos 93 trabalhos, dos quais 15 eram teses e 78 dissertações. Posteriormente a análise dos títulos, resumos, problemáticas e objetivos, verificamos que somente 17 trabalhos abrangiam as particularidades procuradas.

No meio desses trabalhos, selecionamos 3 teses e 14 dissertações, que serão descritas por T_i , D_i , com $i = 1, 2, 3, \dots, 17$, para contribuir com a aplicação e menção. No Quadro 1, apresentamos os títulos das produções científicas, bem como seus respectivos autores, ano de publicação, tipo de obra e instituição repositora, que serão objeto de análise.

Quadro 1 – Obras selecionadas na base de dados da BDTD

Elementos	Ano	Tipo de Obra	Autor	Título	Instituição/Repositório
D1	2008	Dissertação	IARONKA, Clessi Fátima	Contribuições da teoria da aprendizagem significativa e da modelagem matemática para o estudo de funções.	Universidade Franciscana-UFN. Disponível em: http://www.tede.universidadefranciscana.edu.br:8080/handle/UFN-BDTD/426
D2	2009	Dissertação	KLEIN, Marjúnia Édita Zimmer	O ensino da trigonometria subsidiado pelas teorias da aprendizagem significativa e dos campos conceituais.	Pontifício Universidade Católica do Rio grande do Sul – PUCRS. Disponível em: http://tede2.pucrs.br/tede2/handle/tede/3357
D3	2011	Dissertação	JENSKE, Grazielle	A Teoria de Gérard Vergnaud como aporte para a superação da defasagem de aprendizagem de conteúdos básicos da matemática: um estudo de caso.	Pontifícia Universidade Católica do Rio Grande do Sul – PUCRS. Disponível em: http://tede2.pucrs.br/tede2/handle/tede/3412
D4	2012	Dissertação	PEDROSO, Leonor Wierzynski	Uma proposta de ensino da trigonometria com uso do <i>software GeoGebra</i> .	Universidade Federal do Rio Grande do Sul. Disponível em: http://hdl.handle.net/10183/49284
D5	2013	Dissertação	MELO, Gercilio da Rocha	A inserção do <i>software Kmplot</i> na aprendizagem de funções afim e quadrática.	Universidade do Vale do Taquari – Univates. Disponível em: < http://hdl.handle.net/10737/595 >.
D6	2013	Dissertação	PIMENTA, Marcel Romualdo Guimarães	Aplicação do <i>software geogebra</i> no ensino da geometria plana.	Dissertação do Programa de Pós - Graduação em Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional – PROFMAT da Federal do Ceará. Disponível em: http://www.repositorio.ufc.br/handle/riufc/5980
D7	2013	Dissertação	SOUZA, Fábio Antonio Leão	Funções quadráticas: estudo do gráfico das funções quadráticas.	Programa de Pós-graduação em Matemática (IME) - Universidade Federal de Goiás – Goiânia. Disponível em: http://repositorio.bc.ufg.br/tede/handle/tde/2957
D8	2014	Dissertação	SOUZA, Jakson Idernando Gonzaga de	Utilização do <i>software GeoGebra</i> no ensino das funções trigonométricas.	Dissertação do Programa de Pós - Graduação em Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional – PROFMAT da Universidade Federal do Ceará. Disponível em: http://www.repositorio.ufc.br/handle/riufc/8953

Continua...

(Continuação)

Elementos	Ano	Tipo de Obra	Autor	Título	Instituição/Repositório
D9	2014	Dissertação	MOREIRA, Aroldo de Paula	Utilização do software GeoGebra no estudo de funções elementares.	Dissertação do Programa de Pós - Graduação em Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional – PROFMAT da Universidade Federal de Juiz de Fora. Disponível em: https://repositorio.ufjf.br/jspui/handle/ufjf/805
D10	2014	Dissertação	ARAÚJO, Wellington Alves de	O <i>GeoGebra</i> : uma experimentação na abordagem da função afim.	Universidade Federal de Sergipe. Disponível em: https://ri.ufs.br/handle/riufs/5081
D11	2016	Dissertação	MARQUES, Cássius	Utilização de Aplicativos <i>Touchscreen</i> no Ensino de Matemática: possibilidades, problemas e possíveis soluções.	Dissertação do Programa de Pós - Graduação em Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional – PROFMAT da Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro. Disponível em: https://tede.ufrrj.br/jspui/handle/jspui/2113
D12	2017	Dissertação	CUNHA, Jaqueline de Fátima Vieira	Funções: propostas para o ensino na educação básica através do <i>software GeoGebra</i> e da resolução de problemas.	Universidade Federal do triângulo Mineiro. Disponível em: http://bdtd.ufmt.edu.br/handle/tede/404
D13	2017	Dissertação	MARIN, Ana Cristina de Souza	Didática da matemática: a utilização do <i>software Winplot</i> como estratégia potencializadora dos processos de ensino e aprendizagem.	Universidade Estadual Paulista (UNESP). Disponível em: http://hdl.handle.net/11449/152433 .
D14	2018	Dissertação	SILVA, Elanny Roma Pereira da.	A utilização do aplicativo <i>Geogebra</i> para <i>smartphone</i> como recurso didático nas aulas de matemática do Ensino Fundamental.	Dissertação do Programa de Pós - Graduação em Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional – PROFMAT da Universidade Federal do Maranhão. Disponível em: https://tedebc.ufma.br/jspui/handle/tede/tede/2555
T1	2017	Tese	SILVA, Antonio José da	Noção de limite de funções reais e <i>GeoGebra</i> : um estudo em epistemologia genética.	Universidade Federal do Rio Grande do Sul. Disponível em: http://hdl.handle.net/10183/158305

Continua...

(Continuação)

Elementos	Ano	Tipo de Obra	Autor	Título	Instituição/Repositório
T2	2018	Tese	KRIPKA, Rosana Maria Luvezute	Uso de tecnologias digitais no ensino e na aprendizagem de álgebra linear na perspectiva das teorias da aprendizagem significativa e dos registros de representação semiótica.	Pontifícia Universidade Católica do Rio Grande do Sul – PUCRS. Disponível em: http://tede2.pucrs.br/tede2/handle/tede/8057
T3	2019	Tese	LUCAS, Rodrigo Dantas de	O <i>software GeoGebra</i> no ensino de funções para licenciandos em matemática: uma abordagem sociocultural.	Universidade Estadual Paulista (UNESP). Disponível em: http://hdl.handle.net/11449/181915

Fonte: Do autor (2019).

Por meio das informações expostas no Quadro 1, foi possível compreender que o ensino de Funções Quadrática intermediada por recursos tecnológicos é amplamente versada e pesquisada nos programas de pós-graduação no Brasil. Dessa forma, constatamos a relevância deste tema no cenário do Ensino da Matemática e na construção dos vínculos dos conhecimentos com os fazeres do cotidiano. Ressaltamos que parte das obras escolhidas englobam a Teoria da Aprendizagem Significativa e a Teoria dos Campos Conceituais, alicerces fundamentais para questão norteadora desta investigação.

Podemos afirmar que o uso de recursos tecnológicos no Ensino de Matemática está presente em grande parte das investigações, especialmente mediada por *softwares* e aplicativos que contribuem com a exploração de conceitos relacionados à temática abordada. Nesse sentido, de posse dos trabalhos selecionados no Quadro 1, desenvolvemos uma leitura minuciosa com a finalidade de compreender os objetivos, a problemática da pesquisa, teorias norteadoras, base teórica, metodologia empregada e alguns resultados encontrados.

Desse modo, foi possível comprovar prováveis pontos de confluência e divergência entre as obras analisadas e essa investigação. Para demonstrar esse cenário, apresenta-se no Quadro 2 uma síntese das dissertações e teses analisadas.

Quadro 2 – Síntese das dissertações e Teses analisadas

Elemento	Objetivo	Problemática	Teorias Norteadoras	Aporte teórico	Metodologia	Resultados
D1	Contribuições da teoria da aprendizagem significativa e da modelagem matemática para o estudo de funções.	Contribuições da teoria da aprendizagem significativa e da modelagem matemática para o estudo de funções.	Teoria da Aprendizagem Significativa (AUSUBEL); Modelagem Matemática;	AUSUBEL, D. P. (1980, 2003); BARBOSA, J.C. (1999, 2000, 2001) BASSANEZI, R.C (2002); BURAK, D. (1992, 2004).	Abordagem qualitativa; Modelagem matemática com estratégia de ensino e aprendizagem; Instrumentos de coleta: entrevista, diário de campo e atividades de modelagem matemática abordando os conceitos de funções.	A integração da modelagem matemática com a realidade dos discentes, contribuiu com a aprendizagem significativa dos conceitos de função.
D2	Propor e avaliar uma metodologia de ensino, baseada na Teoria da Aprendizagem Significativa (TAS) de Ausubel e na Teoria dos Campos Conceituais (TCC) de Vergnaud, que possa contribuir para a construção significativa dos conceitos envolvidos no campo conceitual trigonometria.	Não delineada.	Teoria da Aprendizagem Significativa (AUSUBEL); Teoria dos campos conceituais (VERGNAUD);	AUSUBEL, David; NOVAK, Joseph, D.; HANESIAN, Helen (1980); MOREIRA, Marco Antonio (1999, 2004, 2006); VERGNAUD, Gerard. (1993).	Abordagem qualitativa; Análise textual discursiva; Instrumentos de coleta de dados: Pré-teste, situações práticas de trigonometria; Pós-teste.	A importância de verificar as concepções prévias dos discentes; A importância do papel do professor como mediador dos processos de ensino e de aprendizagem; Metodologia baseada na Teoria da Aprendizagem Significativa de Ausubel (TAS) e na Teoria dos Campos Conceituais (TCC) de Vergnaud provocaram mudanças no processo de ensino e aprendizagem.

Continua...

(Continuação)

Elemento	Objetivo	Problemática	Teorias Norteadoras	Aporte teórico	Metodologia	Resultados
D3	Compreender como a Teoria dos Campos Conceituais pode contribuir para a (re)construção do conhecimento sobre os conteúdos básicos da matemática dos alunos com defasagem escolar.	É possível superar as dificuldades conceituais básicas da matemática, com alunos do 8º ano, utilizando a teoria dos Campos Conceituais como subsídio?	Teoria da Aprendizagem Significativa (AUSUBEL); Teoria dos campos conceituais (VERGNAUD);	AUSUBEL, D.P., NOVAK, J.D. e HANESIAN, H (1980) MOREIRA, M.A (1999, 2002, 2006); VERGNAUD, G (1993, 1996).	Abordagem qualitativa do tipo naturalístico-construtiva. Instrumentos de coleta de dados: questionários escritos, entrevistas semiestruturadas. Desempenhos dos discentes e registrados em um diário de aula.	Significativa aprendizagem dos conceitos que envolvem o campo conceitual aditivo e o campo conceitual multiplicativo; Esquemas cada vez mais avançados apresentando progresso no campo conceitual aditivo.
D4	Avaliar a aprendizagem da trigonometria propiciada por uma sequência de ensino desenvolvida em um ambiente informatizado e dinâmico.	Não delineada.	Parâmetros Curriculares Nacionais do Ensino Médio (PCNEM); Recursos Tecnológicos (software GeoGebra); Teoria dos campos Conceituais (VERGNAUD);	BRASIL (2000); MOREIRA, M.A. (2002, 2004, 2011); VERGNAUD, G. (2009).	Estudo de caso. Conceito-em-ação e teorema-em-ação.	Relação das situações propostas com os conceitos-em-ações construídas com os conceitos de Função Trigonométricas; O <i>software GeoGebra</i> possibilitou a construção e visualização.

Continua...

(Continuação)

Elemento	Objetivo	Problemática	Teorias Norteadoras	Aporte teórico	Metodologia	Resultados
D5	Investigar a influência do uso do software matemático <i>kmplot</i> do Linux educacional na aprendizagem das funções afim e quadrática.	Quais as contribuições do software <i>kmplot</i> para as aulas de matemática de um grupo de alunos do Ensino Médio?	Parâmetros Curriculares Nacionais do Ensino Médio (PCNEM); Recursos Tecnológicos (software <i>kmplot</i>).	BRASIL (1997, 1998, 2002); BORBA, M. C. (2010, 2011).	Abordagem qualitativa e quantitativa. Instrumentos de coleta: questionário prévio, atividade com o software <i>kmplot</i> e pós-teste. Pesquisa-em-ação.	O software <i>kmplot</i> favoreceu a visualização de elementos característicos das funções afim e quadrática;
D6	Levar aos alunos do ensino básico, uma ferramenta tecnológica contemporânea e educativa, que auxilia no ensino de Geometria Plana, fomentando os alunos na retiradas de possíveis dúvidas quanto visualizar desenhos geométricos, acompanhado de sua álgebra relacionada.	Não delineada.	Recursos Tecnológicos (software <i>GeoGebra</i>).	LIMA, E. L. <i>et al</i> (2006, 2013).	Abordagem qualitativa.	O software se apresentou como um mecanismo de aprendizagem dinâmico dos conceitos de figuras geométricas plana; Os discentes conseguiram se envolver em suas ferramentas, adquirindo novos conhecimentos relacionados a figuras geométricas.
D7	Ampliar os conhecimentos sobre a função quadrática, proporcionando uma nova perspectiva sobre o comportamento de seu gráfico.	Não delineada.	Funções Quadrática.	IEZZI, G.; MURAKAMI, C. (2004, 2005); LIMA, E. L. <i>et al</i> . (2001, 2006).	Abordagem qualitativa.	Servir de subsídios para docentes e discentes ampliem seus conhecimentos teóricos a respeito dos conceitos de Função Quadrática.

Continua...

(Continuação)

Elemento	Objetivo	Problemática	Teorias Norteadoras	Aporte teórico	Metodologia	Resultados
D8	Explorar o software GeoGebra como recurso pedagógico no ensino das funções trigonométricas para alunos da 2ª série do Ensino Médio.	Não delineada.	Recursos Tecnológicos (software GeoGebra); Função Trigonométrica.	BORBA, M. C.; PENTEADO, M. G. (2001); LIMA, E. L. et. al (2006).	Abordagem qualitativa. Instrumentos de coleta: Pré-teste, sequência didática exploratória. Pós-teste. Grupo experimental e controle.	O GeoGebra possibilitou uma maior exploração das características do parâmetros das Funções Trigonométrica; O grupo experimental apresentou melhor desempenho no Pós-teste explorando os conceitos de Função Trigonométrica.
D9	Propor atividades para o estudos de funções elementares, fazendo uso de novas tecnologias.	Não delineada.	Recursos Tecnológicos (software GeoGebra); Parâmetros Curriculares Nacionais do Ensino Médio (PCNEM) Funções: Afim, Quadrática, Modular, Exponencial, Logarítmica e Trigonométrica.	BRASIL (1997); DANTE, L.R. (2011); LIMA, E. L. et. al (2006);	Abordagem qualitativa.	É possível introduzir os conceitos de funções por meio do <i>software GeoGebra</i> . O <i>GeoGebra</i> integrado com os conceitos teóricos propiciaram a resolução de problemas mais complexos.

Continua...

(Continuação)

Elemento	Objetivo	Problemática	Teorias Norteadoras	Aporte teórico	Metodologia	Resultados
D10	Investigar possibilidades de situações de aprendizagem da Matemática com alunos da 1ª série do Ensino Técnico de Nível Médio Integrado do IFS – Campus São Cristóvão fazendo uso de uma sequência didática por meio do uso do <i>software GeoGebra</i> .	Quais as contribuições o uso do <i>software</i> matemático <i>GeoGebra</i> poderá acrescentar ou não ao processo de ensino de função afim na 1ª série do Ensino Técnico de Nível Médio Integrado do IFS – Campus São Cristóvão?	Recursos Tecnológicos (<i>software GeoGebra</i>); Ensino de Funções.	BORBA, M. C.; PENTEADO, M. G. (2007); PAIS, L.C. (2008, 2011).	Abordagem qualitativa; Instrumentos de coleta de dados: questionário socioeconômico, Pré-teste, Atividade exploratória, Pós-teste.	Os resultados apresentaram que o <i>software GeoGebra</i> proporcionou uma grande interação entre os integrantes da pesquisa, além da construção de novos conceitos relacionados a representação gráfica das Funções Afim. Os discentes conseguiram reconhecer características referente as representações gráficas de uma Funções Afim, expressas pelos coeficiente.
D11	Avaliar a aplicabilidade tecnologia <i>touchscreen</i> e surgimento de aplicativos educacionais, criar maneiras para melhorar o desempenho e aumentar o interesse dos alunos.	Não delineada.	Parâmetros Curriculares Nacional do Ensino Médio (PCNEM); Recursos Tecnológicos (Aplicativos <i>touchscreen</i> e <i>Sketchometry</i>).	ASSIS, C. de F. C. de (2015); BRASIL (1998); PONTE, J. P. da (2016).	Abordagem qualitativa; Três grupos: discentes do ensino fundamenta; estudantes de Licenciatura em Matemática e egressos do PROFMAT da UFRRJ ; Instrumentos de coleta: atividade exploratórias e questionário de avaliação.	Os resultados apresentados foram os professores, ainda têm dificuldades em implementar esse tipo de ferramenta em suas aulas.

Continua...

(Continuação)

Elemento	Objetivo	Problemática	Teorias Norteadoras	Aporte teórico	Metodologia	Resultados
D12	Apresentar metodologias diferenciadas que visam possibilitar uma melhor compreensão dos conceitos a serem estudados e motivar os alunos, melhorando a aprendizagem.	Não delineada.	Recursos tecnológicos (<i>software GeoGebra</i>); Ensino de Funções polinomiais.	DANTE, L. R. (2014); LIMA, E. L. (2013); SMOLE, K. S.; DINIZ, M. I. (2010).	Abordagem qualitativa.	O <i>software GeoGebra</i> utilizado como metodologias adequadas de forma que desperte o interesse dos discentes possibilitou a visualização de características gráficas das funções polinomiais estudadas.
D13	Compreender se e como os <i>softwares</i> matemáticos podem auxiliar nos processos de ensino e aprendizagem, investigando a importância da utilização dos mesmos como facilitadores dos processos de ensino e aprendizagem da matemática, bem como verificar como a aplicação foi vista perante aos alunos enquanto recurso pedagógico alternativo para o ensino da matemática.	Como o <i>software Winplot</i> pode ser utilizado de modo a se constituir em uma ferramenta facilitadora dos processos de ensino e aprendizagem na matemática, propiciando aos professores mais um recurso didático-pedagógico para o preparo das aulas e atividades como forma de aprimoramento metodológico?	Recursos Tecnológico (<i>software Winplot</i>); Ensino de Função Quadrática; Teoria Construtivista de Piaget; Teoria Histórico-cultural de Vygotsky.	BORBA, M. C; PENTEADO, M.G. (2013, 2016); PIAGET, J (1873, 1974, 1979); VIGOTSKI, L. S. (1991, 1998, 2000).	Abordagem qualitativa do tipo pesquisa-ação cooperativa; Instrumentos de coleta de dados: atividade exploratória expositiva e com o <i>software Winplot</i> , questionário de satisfação.	Os resultados indicam que houve um aumento no interesse dos alunos pelas aulas, comprovando que o uso de tecnologias no ensino da Matemática proporciona melhoria da compreensão dos conceitos e conteúdos matemáticos; Necessidade de um melhor preparo dos professores no tocante à utilização do recurso tecnológico.

Continua...

(Continuação)

Elemento	Objetivo	Problemática	Teorias Norteadoras	Aporte teórico	Metodologia	Resultados
D14	Avaliar a percepção dos alunos quanto a utilização de dispositivos móveis em sala de aula, como também levantar o perfil do professor de escolas públicas de ensino fundamental, no que se refere à utilização dos recursos tecnológicos móveis digitais como ferramenta no processo de ensino e aprendizagem.	Não delineada.	Recursos tecnológicos (<i>App GeoGebra</i>); Ensino de Função Afim e Quadrática.	CERQUEIRA, V. M. M. de (2011); COUTINHO, G. L. (2014); MALTEMPI, M. V. (2016).	Abordagem qualitativa-quantitativa	Os resultados mostram que os aparelhos <i>smartphones</i> têm conquistado espaço dentro das escolas e que podem ser utilizados como recurso para aprendizagem, desde que acompanhado pelo docente baseado em um planejamento estratégico.

Continua...

(Continuação)

Elemento	Objetivo	Problemática	Teorias Norteadoras	Aporte teórico	Metodologia	Resultados
T1	<p>Analisar, pelo espectro da epistemologia genética, a noção de limite de funções que alunos apresentam na interação com objetos de aprendizagem do <i>GeoGebra</i>, em ambiente virtual.</p>	<p>Qual a noção de limite de funções que alunos da disciplina Cálculo Diferencial e Integral, do Curso de Licenciatura em Ciências Naturais, apresentam na interação com objetos de aprendizagem do <i>GeoGebra</i> em ambiente virtual?</p>	<p>Recursos Tecnológicos no Ensino de Matemática (<i>software GeoGebra</i>). Epistemologia genética.</p>	<p>BORBA, M.C. MALHEIROS, A.P.S. ZULATTO, R.B.A (2008). BORBA, M. C.; ARAÚJO, J. L. (2010). PIAGET, Jean. (1972, 1973, 1976, 1977, 1978).</p>	<p>Abordagem qualitativa: Método clínico. Instrumentos de coleta: análise e resolução das situações-problema; entrevista inspirada no método clínico. Análise dos dados obtidos a partir dos fundamentos da teoria da abstração reflexionante.</p>	<p>Conhecimentos foram construídos em situação de interação entre alunos e objeto de aprendizagem. O objeto de aprendizagem, com tecnologia <i>GeoGebra</i> e Google, mostrou-se como um importante instrumento nos processos de desenvolvimento e aprendizagem do conceito de limite e dos demais conceitos da disciplina Cálculo Diferencial e Integral. Foi possível, a partir dos conhecimentos e noções apresentadas, estabelecer relações lógicas entre esses conhecimentos e, posteriormente, observar grupos com desenvolvimento cognitivo compatíveis com as relações lógicas apresentadas.</p>

Continua...

(Continuação)

Elemento	Objetivo	Problemática	Teorias Norteadoras	Aporte teórico	Metodologia	Resultados
T2	Identificar e analisar potencialidades e fragilidades percebidas pelos participantes, envolvidos nos processos de ensino e de aprendizagem de Álgebra Linear, relativas aos usos didáticos de recursos tecnológicos digitais, propostos nas tarefas elaboradas e desenvolvidas a partir de pressupostos das Teorias da Aprendizagem Significativa e dos Registros de Representação Semiótica.	Considerando as perspectivas da Aprendizagem Significativa e dos Registros de Representação Semiótica, de que modo a docente e os discentes percebem a utilização de recursos tecnológicos digitais, em sala de aula, relativos aos processos de ensino e de aprendizagem, ocorridos na disciplina de Álgebra Linear?	Teoria da Aprendizagem Significativa (AUSUBEL). Teoria da representação semiótica (DUVAL). Recursos Tecnológicos no Ensino de Matemática (<i>software GeoGebra, MATLAB e Planilha Excel</i>).	AUSUBEL, D. P. (1963). MOREIRA, M. A. (1985,1999, 2016). Raymond Duval (1988, 1993, 1995, 1998). VALENTE, J. A. (1993, 199, 2017).	Métodos mistos (qualitativa e quantitativa), com foco histórico-hermenêutico. Instrumentos de coleta de dados: observações das aulas; aplicação de questionários (inicial, intermediário, final). Produções dos participantes de pesquisa; diário de bordo.	Apesar de não haver diferença estatística significativa entre as notas médias dos grupos analisados, as percepções sobre o uso continuado de recursos tecnológicos, na proposta didática elaborada, indicaram que: a) houve aumentos nas frequências de identificação de compreensão de conceitos e de aprendizagens significativas ocorridas na disciplina; b) o uso das tecnologias digitais favoreceu os processos de ensino e de aprendizagem em Álgebra Linear, facilitando a mediação pedagógica, a compreensão e a construção de conceitos matemáticos; c) o uso continuado das tecnologias é mais favorável do que o uso pontual, tendo em vista que a familiarização com uso de recursos tecnológicos, com a finalidade de construção do conhecimento, é necessária e precisa de um tempo maior para sua adequação.

Continua...

(Continuação)

Elemento	Objetivo	Problemática	Teorias Norteadoras	Aporte teórico	Metodologia	Resultados
T3	Como ocorreu a produção de significados em estudantes de licenciatura em Matemática utilizando uma sequência didática propostas para serem desenvolvidas com um <i>software</i> de geometria dinâmica.	Não delineada.	Recursos tecnológicos no Ensino de Matemática (<i>software GeoGebra</i>). Teoria da Ação Mediada (Wertsch).	BITTAR, M. (2001). BURKE, K (1969, 1972 1984). MORAN, J.M. <i>et al.</i> (2000). WERTSCH, J. V. (1991, 1993, 1998, 1995).	Estudo de caso qualitativo; Instrumentos de coleta de dados: registrou-se o áudio das falas; vídeo da tela de computador; apontamentos por escrito e manipulação do <i>GeoGebra</i> .	As atividades com o <i>software</i> de <i>geometria</i> dinâmica contribuíram para a experimentação, a criação de estratégias, a produção de conjecturas, a argumentação qualitativa e a dedução de propriedades matemáticas relativas aos conteúdos de funções de uma variável real. Os discentes exploraram os recursos computacionais com maior destreza, acuidade e precisão conseguindo, dessa forma, um aprofundamento nos conteúdos explorados.

Fonte: Do autor (2019).

O contexto dos trabalhos caracterizados e analisados no Quadro 2 são os mais diversos, investigações com discentes do Ensino do Fundamental, Médio, Técnico e Superior, comprovando a relevância deste tema e de sua utilização em distintas situações e âmbito do conhecimento. Todas as pesquisas estavam alicerçadas em uma teoria norteadora interligadas com aplicação de recursos tecnológicos no Ensino de Matemática.

As pesquisas desenvolvidas por Iaronka (2008), Klein (2009), Jenske (2011), Pedroso (2012), Pimenta (2013), Souza (2014), Moreira (2014), Araújo (2014), Cunha (2017) Silva (2018), Silva (2017), Kripka (2019) e Lucas (2019) abordam contextos de aplicação do GeoGebra como objeto de aprendizagem dos temas no Ensino de Matemática. Destaca-se a pesquisa de mestrado desenvolvida por Silva (2018) que aplica o *App GeoGebra* na exploração da construção de gráficos de Função Afim e Quadrática, no entanto, a investigação não expõe a relação existente entre os coeficientes com as características gráficas das funções.

Nas investigações realizadas por Iaronka (2008), Jenske (2011), Melo (2013), Sousa (2013), Moreira (2014), Marques (2016), Cunha (2017), Marin (2017), Silva (2018) e Lucas (2019) versam a exploração conceitual de Funções Quadráticas. Ressaltando a obra de Sousa (2013) que desenvolveu na sua dissertação uma fundamentação conceitual da importância dos coeficientes na caracterização da Função Quadrática, porém, o autor não apresenta sequência didática que possa corroborar a relação entre os coeficientes e as representações gráficas das Funções Quadráticas.

Sucedendo o percurso de busca por trabalhos concernentes à temática de investigação, ocorreu na base de Teses e dissertações em acesso aberto - OATD, que engloba o conjunto de informação de teses e dissertações de diversas instituições de ensino e pesquisa no mundo. Aplicamos os seguintes parâmetros para seleção.

Tabela 2 – Filtro de busca aplicado na OATD

Palavra(s) chave(s)	Número de trabalhos
Função quadrática	202
Software GeoGebra	313
<i>App GeoGebra</i>	-
Aprendizagem significativa	2026
Teoria dos campos Conceituais	423609
Função quadrática; <i>Software GeoGebra</i>	34
Função Quadrática; <i>App GeoGebra</i>	-
Aprendizagem Significativa; Função quadrática	166
Teoria dos Campos Conceituais; Função quadrática	168
Aprendizagem Significativa; <i>App GeoGebra</i>	-
Teoria dos Campos Conceituais; <i>App GeoGebra</i>	-

Fonte: Do autor (2019).

Vista à diversidade de obras identificadas na Tabela 2, consideramos primeiramente as informações contidas nos títulos, no qual selecionamos 13 trabalhos, dos quais 1 era tese e 12 dissertações. Subsequentemente à investigação dos títulos, resumos, problemáticas e objetivos, constatamos que apenas 5 trabalhos englobavam as particularidades dessa investigação.

De posse dos trabalhos, selecionamos 1 tese e 4 dissertações, que serão descritas por T_i , D_i , com $i = 1, 2, 3, \dots$, para contribuir com a aplicação e menção. No Quadro 3, exibimos os títulos das investigações científicas, seus autores, ano de publicação, país, tipo de obra e instituição repositora.

Quadro 3 – Obras seleccionadas na base de dados da OATD

Elementos	Ano	País	Tipo de Obra	Autor	Título	Instituição/Repositório
D1	2009	Portugal	Dissertação	SILVA, Filipa Isabel Caires.	Explorando a função quadrática com o <i>software GeoGebra</i> numa turma do 10º ano.	Repositório da Universidade da Madeira. Disponível em: http://hdl.handle.net/10400.13/56
D2	2010	Portugal	Dissertação	MPAKA, Nlandu.	O ensino e aprendizagem do gráfico da função quadrática com e sem auxílio do <i>Software Winplot</i> .	Repositório Científico Lusófona. Disponível em: http://hdl.handle.net/10437/1153
D3	2012	Espanha	Dissertação	BALDONADO, Benedicto Clara.	Estudio de funciones con <i>GeoGebra</i> .	Universidade de Valência. Disponível em : http://hdl.handle.net/10550/25803
D4	2018	Portugal	Dissertação	ALVES, Débora Filipa Lopes.	As aplicações da função quadrática no dia a dia, uma experiência com alunos de 10º ano numa turma de Ciências e Tecnologias.	Universidade de Minho. Disponível em: http://hdl.handle.net/1822/58347
T1	2016	Reino Unido	Tese	GONO, Ebert Nhamo.	The contributions of Interactive Dynamic Mathematics software in probing understanding of mathematical concepts : case study on the use <i>GeoGebra</i> in learning the concept of modulus functions.	University College London. Disponível em: https://discovery.ucl.ac.uk/id/eprint/1530117/

Fonte: Do autor (2019).

Por meio das informações apresentadas no Quadro 3, averiguamos que nos programas de pós-graduação em diversos países existem inúmeras investigações em que a exploração dos conceitos de Função Quadrática são intermediados por meio de recursos tecnológicos. Dessa maneira, percebemos a importância desta temática no contexto do Ensino de Matemática e suas aplicações no cotidiano do discente.

Conseguimos comprovar que a aplicação de recursos tecnológicos no Ensino de Matemática encontra-se presente em diversas investigações intermediadas por *softwares* que auxiliam na exploração de conceitos de Matemática. Desenvolvemos uma leitura minuciosa dos trabalhos selecionados no Quadro 3 com a finalidade de entender os objetivos, problemática de pesquisa, teorias norteadoras, metodologia e resultados encontrados.

Em vista disso, verificamos e comprovamos os possíveis pontos de concordância e discordância entre as obras examinadas. Comprovando esse contexto, exibimos no Quadro 4 uma síntese das dissertações e teses investigadas.

Quadro 4 – Síntese das dissertações e teses analisadas na base de dados da OATD

Elemento	Objetivo	Problemática	Teorias Norteadoras	Aporte teórico	Metodologia	Resultados
D1	Analisar a introdução das tecnologias de informação e comunicação (TIC), nomeadamente o <i>software GeoGebra</i> , na aprendizagem dos alunos na temática da Função Quadrática do 10ºAno.	A introdução das TIC na aula de Matemática é imprescindível na aprendizagem do aluno?	Recursos Tecnológicos no Ensino de Matemática (<i>software GeoGebra</i>).	BALANCHO. COELHO (2001). CURY (2004). DUARTE (2000).	Pesquisa de Cunho qualitativa. Instrumento de coleta de dados: filmagem, fotografia, atividades com <i>software GeoGebra</i> e diário de campo.	A introdução das TIC na temática da Função Quadrática, nomeadamente o <i>software GeoGebra</i> , foi uma mais-valia para a aprendizagem dos alunos do 10º, não só por ser um instrumento motivador como também foi uma ferramenta facilitadora do seu processo de aprendizagem.
D2	Testar o <i>Software Winplot</i> , no ensino e aprendizagem do gráfico da função quadrática com alunos do 10º ano, da Escola do segundo ciclo do Ensino Secundário nº9099 no município de Viana (Luanda/Angola).	Não delineada.	Recursos Tecnológicos no Ensino de Matemática (<i>software Winplot</i>). Teoria construtivista.	CAMPITELI, (2003). CAMPOS (1994). PIAGET, J. (1977). PONTES (2002). ROCHA (1996).	Pesquisa de cunho quantitativa com análise empregando teste T. Grupo de controlo (atividade com <i>software Winplot</i> na sala de aula) e grupo experimental (atividade com <i>software Winplot</i> no laboratório de informática). Instrumentos de coleta de dados: Pré-teste, atividade com o <i>software Winplot</i> para ambos os grupo.	Os resultados mostraram que o teste T de pares para amostras independentes, mostra-nos que estatisticamente não há diferenças significativas entre os dois grupos, porque os níveis de significância são maiores que $p=0,05$, desta feita podemos dizer que o grupo experimental, não obteve melhores resultados que o grupo de controlo, logo o <i>Software Winplot</i> não resultou o efeito desejado nas aprendizagens com alunos da 10ºano da Escola do segundo ciclo do ensino Secundário.

Continua...

(Continuação)

Elemento	Objetivo	Problemática	Teorias Norteadoras	Aporte teórico	Metodologia	Resultados
D3	Fazer uma proposta de trabalho baseada no uso do GeoGebra, uma vez que esta ferramenta aprimora a percepção visual e geométrica dos conceitos, facilitando sua compreensão.	Nos tradicionais cursos do 2º Bacharelado, um número significativo de alunos não consegue entender os conceitos básicos de funções, em particular a taxa de variação média, derivada, monotonia, extrema e de concavidade.	Modelo de Pirie e Kieren no crescimento do entendimento matemático. Recursos Tecnológicos no Ensino de Matemática (<i>Software GeoGebra</i>).	ARIZA, A.; LLINARES, S. (2009). IRANZO (2009); KRUTETSKII (1976); PIRIE, S., THOMAS, K. (1994). REAL, M. (2011).	Pesquisa de cunho qualitativa com a abordagem exploratória de conceitos de derivada. Dois grupos de investigação: Bacharelado em ciências social e Técnico científico.	Os resultados apontaram: a) Visualização do conceito graças às suas imagens dinâmicas. b) A compreensão e integração de conceitos. Aprendizagem significativa. Os discentes relataram novas informações com as aprendidas nas sessões de exploração. c) Com o <i>Geogebra</i> ocorreu um ambiente de maior participação e discussão de informações. A motivação no novo objeto de aprendizagem usado, tanto no fato de investigar em meio informatizado, como na possibilidade de visualizar imagens dinâmicas e entenda certos conceitos que desconhecido. d) Um trabalho individual com atenção personalizada.

Continua...

(Continuação)

Elemento	Objetivo	Problemática	Teorias Norteadoras	Aporte teórico	Metodologia	Resultados
D4	Estudar a contribuição da utilização de tarefas do dia a dia na aprendizagem dos conteúdos da função quadrática, tendo em vista a percepção, as dificuldades e estratégias usadas para a resolução de problemas.	Quais as dificuldades dos alunos em adaptar os conteúdos da Função Quadrática a problemas do dia a dia?	Ensino Expositivo de Função Quadrática. Teoria da resolução de problemas.	Almeida, L. M. W.; Brito, D. S. (2005). Nabais, M. M. S. (2010). Ponte, J. P. M. (1992, 2003).	Abordagem qualitativa com exploração dos conceitos de Função. Instrumentos de coleta de dados: gravação áudio/vídeo, resoluções das tarefas dos discentes e questionário final de avaliação.	O fato de nas aulas aproximar a Matemática da linguagem cotidiana, facilitou a sua compreensão de Funções Quadráticas. E, com a resolução de problemas, foi possível estabelecer conexões muito interessantes entre a Matemática e a realidade.
T1	Explorar como o pacote de <i>software</i> dinâmico de matemática chamado <i>GeoGebra</i> , pode contribuir para a aprendizagem e compreensão dos discentes no estudo de Função Modular.	Como os alunos usaram o <i>GeoGebra</i> para apoiar o entendimento das funções do módulo e como o <i>GeoGebra</i> se relaciona e contribuiu para todas as suas experiências de aprendizagem.	Recursos Tecnológicos no Ensino de Matemática (<i>Software GeoGebra</i>). Filosofia pragmática. Abordagem construtivista.	SELINGER, M.; PRATT, D. (1997). TALL, D. (1991). VON GLASERSFELD, E. (1989, 1995). VYGOTSKY, L. S. (1978). WERTSCH, J.V (1991).	Abordagem qualitativa, com estrutura de análise fenomenológica interpretativa (Smith et al 2012). Instrumentos de coleta de dados: Observação, gravação de áudio e vídeo, dados das entrevistas, dados das atividades desenvolvidas.	O estudo descobriu que o <i>GeoGebra</i> forneceu um meio de visualização que ligava os aspectos abstratos de Funções Modular com ilustrações gráficas. O estudo também observou que trabalhar com o <i>GeoGebra</i> compreensão ampliada dos participantes sobre as Funções Modular.

Fonte: Do autor (2019).

A caracterização dos trabalhos investigados no Quadro 4 mostra a relevância da investigação em âmbito internacional, além de caracterizar que as pesquisas envolvendo Função Quadrática e *software GeoGebra* estão acontecendo com discentes dos mais variados segmentos de Ensino. Além disso, as investigações foram fundamentadas na interligação dos conceitos de funções com teorias norteadoras de Ensino de Matemática.

As investigações realizadas por Silva (2009), Mpaka (2010), Baldonado (2012), Alves (2018) e Gono (2016) apresentam contextos de aplicação de funções ou do *software GeoGebra*, objetivando a aprendizagem de conceitos. Ressaltamos a tese de doutorado de Gono (2016) que realiza uma pesquisa qualitativa à luz da fenomenologia interpretativa dos dados, explorando os conceitos gráficos de Função Modular por meio do *software GeoGebra*.

Sucedendo com os encaminhamentos do estado da arte da investigação, concentramos na busca na base *SciELO (Scientific Electronic Library Online)* em busca de artigos nacionais ou internacionais que possam delinear a importância desta pesquisa, no qual aplicamos os mesmos parâmetros para os escolhidos anteriormente. Na Tabela 3 apresentamos os filtros de buscas empregado na base *SciELO*.

Tabela 3 – Filtros de buscas empregado na base *SciELO*

Palavra(s) chave(s)	Número de trabalhos
Função quadrática	115
<i>Software GeoGebra</i>	23
<i>App GeoGebra</i>	-
Aprendizagem significativa	545
Teoria dos campos Conceituais	33
Função quadrática; <i>Software GeoGebra</i>	14
Função Quadrática; <i>App GeoGebra</i>	-
Aprendizagem Significativa; Função quadrática	2
Teoria dos Campos Conceituais; Função quadrática	-
Aprendizagem Significativa; <i>App GeoGebra</i>	-
Teoria dos Campos Conceituais; <i>App GeoGebra</i>	-

Fonte: Do autor (2019).

A princípio selecionamos 10 artigos que, posteriormente a leitura dos resumos e direcionamento de investigação, deu-se na escolha de 10 investigações, nos qual identificamos por A_n , sendo $n = 1, 2, 3, 4, \dots, 8, 9, 10$. No Quadro 5, apresentamos os títulos dos artigos, seus respectivos autores, ano de publicação, país de publicação, e instituição repositora, que foram objeto de análise.

Quadro 5 – Artigos selecionadas na base de dados da *SciELO*

Elementos	Ano	País	Tipo de Obra	Autor	Título	Instituição/Repositório
A1	2013	Brasil	Artigo	SABOIA, Juliana VARGAS, PL de VIVA, M. A.	O uso dos dispositivos móveis no processo de ensino e aprendizagem no meio virtual.	Artigo publicado em Revista Cesa Virtual: conhecimento sem fronteiras, v. 1, n. 1, p. 1-13.
A2	2013	Brasil	Artigo	BENTO, Maria Cristina Marcelino CAVALCANTE, Rafaela dos Santos.	Tecnologias Móveis em Educação: o uso do celular na sala de aula.	Artigo publicado em Educação, Cultura e Comunicação, v. 4, n. 7, 2013.
A3	2013	Brasil	Artigo	BATISTA, Silvia Cristina Freitas; BARCELOS, Gilmar Teixeira.	Análise do uso do celular no contexto educacional.	RENTE, v. 11, n. 1, p. 1-10, 2013.
A4	2015	Brasil	Artigo	DA SILVA, Monielle Gomes; BATISTA, Silvia Cristina Freitas.	Metodologia de avaliação: análise da qualidade de aplicativos educacionais para Matemática do ensino médio.	Artigo publicado em RENTE, v. 13, n. 1.
A5	2015	Brasil	Artigo	BORBA, Marcelo de Carvalho; LACERDA, Hannah Dora Garcia.	Políticas Públicas e Tecnologias Digitais: Um celular por aluno.	Educação Matemática Pesquisa, v. 17, n. 3, p. 490-507, 2015.
A6	2016	Brasil	Artigo	ROMANELLO, Laís Aparecida MALTEMPI, Marcus Vinícius.	A utilização do <i>smartphone</i> no Ensino de Função: a visão dos alunos.	Artigo publicado no XII Encontro Nacional de Educação Matemática. Anais do XII ENEM, São Paulo
A7	2016	Colômbia	Artigo	BRICEÑO, Octavio Augusto; ÁBALOS Gabriela Buendía.	Una secuencia para la introducción de la función cuadrática a través de la resignificación de aspectos variacionales.	Tecné, Episteme y Didaxis: TED, n. 39, p. 121-148, 2016.
A8	2017	Brasil	Artigo	DE ALMEIDA, Hélio Mangueira.	O uso de celulares, <i>tablets</i> e <i>notebooks</i> no ensino da Matemática.	Revemat: Revista Eletrônica de Educação Matemática, v. 11, n. 2, p. 318-327, 2017.

Continua...

(Continuação)

Elementos	Ano	País	Tipo de Obra	Autor	Título	Instituição/Repositório
A9	2017	México	Artigo	GÓMEZ-BLANCARTE, Ana Luisa; GUIRETTE, Rebeca; MORALES-COLORADO, Felipe.	Propuesta para el tratamiento de interpretación global de la función cuadrática mediante el uso del <i>software GeoGebra</i> .	<i>Educación matemática</i> , 2017, 29.3: 189-224.
A10	2018	Colômbia	Artigo	ALDANA-BERMÚDEZ, Eliécer; LÓPEZ-MESA, Jorge Hernán.	Estudio histórico-epistemológico y didáctico de la parábola.	<i>Praxis & Saber</i> , v. 9, n. 19, p. 63-88, 2018.

Fonte: Do autor (2019).

A pesquisa desenvolvida por Juliana Saboia, Patrícia Leal de Vargas e Marco Aurélio de Andrade Viva (2013), intitulada “O uso dos dispositivos móveis no processo de ensino e aprendizagem no meio virtual”, se preocupa em compreender a aplicação dos dispositivos móveis, tais como *notebook*, celular e *tablet* no desenvolvimento de atividades dinâmicas na educação à distância. O objetivo da pesquisa consistiu em analisar a aplicação das tecnologias móveis junto ao perfil de estudantes de curso de educação à distância, procurando compreender as limitações e aplicações desses recursos.

Os resultados do trabalho produzido por Juliana Saboia, Patrícia Leal de Vargas e Marco Aurélio de Andrade Viva (2013) apontaram que existe uma grande demanda relacionada à readequação do ensino de Matemática frente aos avanços da tecnologia, tornando o ensino próximo da realidade do aluno. Os resultados também apontaram a importância de refletir a respeito das adaptações sobre os ambientes virtuais de aprendizagem e a aplicação dos *notebooks*, celulares e *tablets* no ensino, refletindo acerca das limitações quanto ao uso na práxis pedagógica.

Maria Cristina Marcelino Bento e Rafaela dos Santos Cavalcante (2013) desenvolveram uma pesquisa denominada “Tecnologias Móveis em Educação: o uso do celular na sala de aula” que objetivava descobrir qual a visão de um grupo de docentes do Ensino Médio, frente ao uso do celular como recurso pedagógico. A pesquisa foi de cunho quantitativo e qualitativo, por meio de questionário, desenvolvida com docentes de uma escola pública, do Vale do Paraíba do Sul – SP, onde há um Decreto Estadual que proíbe o uso de celular em ambiente educacional.

A pesquisa apontou que os docentes utilizam apenas funções elementares, tais como: conversor de moedas, cronômetros, calculadora, conversor de unidades de comprimento, área, massa, volume e temperatura, além de pesquisa na internet em sites de buscas. Os resultados apontaram que, na concepção dos docentes, o aparelho celular pode ser utilizado como mais um recurso pedagógico, mesmo que haja um decreto Estadual proibindo a sua utilização nas escolas.

No artigo de Silvia Cristina Freitas Batista e Gilmara Teixeira Barcelos (2013), denominado “Análise do uso do celular no contexto educacional”, as autoras procuram discutir a aplicação do celular no âmbito educacional. Para sustentar a

discussão, as autoras realizaram os estudos com acadêmicos do Curso de Licenciatura em Matemática de uma Instituição Pública Federal. Os resultados da pesquisa mostraram coerência entre os julgamentos dos futuros professores de Matemática e as literaturas relativas à aplicação de recursos tecnológicos no ensino, em especial com o uso de celulares.

Para as pesquisadoras Silvia Cristina Freitas Batista e Gilmara Teixeira Barcelos (2013), a aplicação do celular no contexto educacional ainda apresenta divergências. O celular pode ser mais uma ferramenta de apoio ao ensino, mas também pode ser um instrumento de distração durante as aulas. As pesquisadoras ressaltam que o tema necessita de ponderações, pois o uso de celular pode trazer benefícios, como também malefícios; assim, é uma questão que necessita de diálogo e bom senso.

No trabalho desenvolvido por Monielle Gomes da Silva e Silvia Cristina Freitas Batista (2015), denominado “Metodologia de avaliação: análise da qualidade de aplicativos educacionais para Matemática do ensino médio”, as pesquisadoras procuraram identificar e avaliar os aplicativos disponíveis para *tablets* e celulares que podem auxiliar docentes de Matemática no planejamento de suas aulas. As pesquisadoras analisaram questões relativas à operacionalidade, abordagem pedagógica e conteúdos matemáticos disponíveis nos aplicativos.

A investigação desenvolvida por Monielle Gomes da Silva e Silvia Cristina Freitas Batista (2015) aponta que existem diversos aplicativos que podem contribuir no processo de aprendizagem, favorecendo o entendimento dos conteúdos de Matemática. Os resultados mostraram que os diversos aplicativos abordavam matrizes, geometria espacial e trigonometria. Os aplicativos apresentavam fórmulas, realizavam cálculos, contemplavam partes específicas de conteúdos, porém, alguns recursos não funcionaram como o esperado. Dessa forma, os aplicativos estudados não favoreceram o desenvolvimento de atividades investigativas.

Marcelo de Carvalho Borba e Hannah Dora Garcia Lacerda (2015) publicaram um trabalho denominado “Políticas Públicas e Tecnologias Digitais: um celular por aluno”, fazendo uma síntese das ações das políticas Governamentais de inserção das tecnologias digitais no contexto educacional. Os pesquisadores desenvolveram

uma análise da aplicação e utilização dos recursos tecnológicos no ensino, ressaltando alguns programas, tais como, Educom, Proinfo, Proninfe, Acessa Escola e UCA (um Computador por Aluno).

Por meio das discussões desenvolvidas na pesquisa, os autores propõem a aplicação de um programa denominado “um celular por aluno” devido à popularidade e à utilização desse recurso tecnológico entre os estudantes dos diferentes níveis educacionais. Por meio da aplicação do celular no contexto educacional, a ideia dos autores era de incorporar essa ferramenta como mais um recurso de apoio aos processos de ensino e de aprendizagem.

O artigo de Laís Aparecida Romanello e Marcus Vinícius Maltempi (2016), designado “A utilização do *smartphone* no Ensino de Função: a visão dos alunos” é fruto de uma pesquisa de mestrado que procura investigar a aplicação de celulares nas aulas de Matemáticas. O artigo retrata a abordagem metodológica de cunho qualitativo e a visão dos alunos frente à metodologia inovadora abordando funções.

O trabalho intitulado “Una secuencia para la introducción de la función cuadrática a través de la resignificación de aspectos variacionales” desenvolvido pelos pesquisadores Octavio Augusto Briceño e Gabriela Buendía Ábalos (2016) aborda a modelagem matemática para ressignificação dos conceitos de Função Quadrática por meio do uso de gráficos e tabelas. A pesquisa foi desenvolvida com estudantes do Ensino Fundamental.

A pesquisa possui um design exploratório de cunho qualitativo, fundamentado à luz da teoria sócio epistemológica. O emprego da metodologia de ensino permitiu aos discentes reconhecerem os pontos essenciais na compreensão da linearidade nas mudanças do comportamento dos gráficos das Funções Quadrática.

Hélio Manguiera de Almeida (2017), em seu artigo intitulado “O uso de celulares, *tablets* e *notebooks* no ensino da Matemática”, apresenta o relato de uma experiência pedagógica compreendendo a aplicação de simuladores virtuais, *softwares* de *tablets* e *notebooks* e aplicativos de celular. Os *softwares* e aplicativos empregados foram o *Cinderella*, *Geogebra*, *Eureka.in* e *Cabri Géomètre*. O autor objetivava identificar o desempenho, o raciocínio matemático dos alunos e as

dificuldades encontradas por eles na aprendizagem com o uso de aplicativos tecnológicos.

Hélio Manguiera de Almeida (2017) ressalta que essas ferramentas podem desenvolver no educando uma participação ativa e prazerosa, considerando que os recursos tecnológicos podem melhorar a qualidade dos processos de ensino e de aprendizagem. No entanto, o pesquisador enfatiza que o planejamento do professor para aplicação desses recursos tecnológicos é substancial para o desenvolvimento dos conteúdos que estão sendo abordados.

Os pesquisadores Ana Luisa Gómez-Blancarte, Rebecca Guirette e Felipe Morales-Colorado (2017) apresentam uma proposta metodológica de interpretação geral da Função Quadrática por meio *software GeoGebra*. A pesquisa é um estudo de caso com uma abordagem quantitativa. Os resultados mostraram, que o *software GeoGebra* é excelente para desenvolver uma análise entre os registros gráficos e a unidade algébrica da Função Quadrática.

No trabalho designado “Estudio histórico-epistemológico y didáctico de la parábola” dos pesquisadores Eliécer Aldana Bermúdez e Jorge Hernán López Mesa (2018) foi realizado com estudantes de engenharia de sistemas, objetivando analisar a compreensão e construção dos conceitos de parábola na visão das dimensões histórico-epistemológicas, didática e cognitiva. A pesquisa foi de cunho qualitativo empregando a metodologia da engenharia didática, alicerçado com o auxílio do *software GeoGebra*.

Os resultados apontaram que o estudo histórico-epistemológico e didático, empregado na sequência didática de Ensino e mediado por meios de recursos tecnológicos, produziu um desenvolvimento progressivo nos discentes no processo cognitivo de compreensão do conceito de parábola. O processamento entre registros de representação e visualização, permitindo aos discentes abstrair informações, alcançando um nível mais alto de entendimento e desenvolvimento de suas estruturas cognitivas, gerando um processo de síntese, generalização e definição.

As obras verificadas demonstram que a temática de investigação desta pesquisa é relevante na área do Ensino de Matemática, pois as contribuições do estudo das Funções Quadráticas por meio de aplicativos de celular ainda não foram

abordadas. A busca não apresentou nenhum trabalho divulgado com a mesma titulação ou semelhança aparente a esta investigação, o que assegurou a autenticidade e a relevância da pesquisa no que concerne a essa temática.

Além disso, a nossa proposta de investigação se diferencia das demais analisadas neste estado da arte, pois é uma investigação alicerçada à luz da Teoria da Aprendizagem Significativa e da Teoria dos Campos Conceituais para explorar os conceitos gráficos de Função Quadrática por meio do Aplicativo de celular *GeoGebra*, desenvolvida com discentes do 1º ano do Ensino Médio em uma escola pública na cidade de Macapá-AP. Após a realização desta revisão de literatura sob os olhares de diferentes pesquisadores, apresentamos a fundamentação teórica que alicerça esta investigação.

3 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

A fundamentação teórica está dividida em quatro subcapítulos. No primeiro, apresentamos ideias sobre o uso de recursos tecnológicos no ensino, enfatizando-se a importância desses recursos no Ensino de Matemática, em especial, o *App GeoGebra* para *smartphone*. No segundo, abordam-se as concepções de aprendizagem significativa de *David Ausubel*, bem como a importância da mesma no Ensino de Matemática. No terceiro subcapítulo, exibimos os conceitos de campo conceitual, realçando sua importância para o Ensino de Matemática. No quarto subcapítulo, apresentamos os conceitos de funções, e, mais especificamente, a Função Quadrática.

3.1 Recursos tecnológicos no ensino de Matemática

Durante décadas a aplicação das tecnologias no ensino vem sendo pesquisada por estudiosos da área de Ensino de Matemática, porém, nos últimos anos o número de investigações nesse âmbito tem aumentado consideravelmente (MALTEMPI, 2008). O autor ressalta que diversos resultados dessas investigações apresentam indícios que as tecnologias são um momento para mudanças na educação, especialmente na prática docente.

Um dos méritos das tecnologias é de trazer uma reflexão sobre a educação, frente às transformações ocorridas na sociedade decorrente dos avanços da ciência

(MALTEMPI, 2008). Com o crescimento das tecnologias, novas oportunidades aparecem para educação, aumentando as formas de aprender e ensinar, disponibilizando variadas e novas maneiras metodológicas para que isso aconteça (MALTEMPI, 2008).

Pesquisadores na área do Ensino de Matemática como Borba, Silva e Gadani (2016), Batista e Barcelos (2013) e Saboia, Vargas e Viva (2013) defendem o uso de recursos tecnológicos como uma opção de desenvolvimento de práticas pedagógicas que podem possibilitar uma aprendizagem com significado para o discente. Observamos também que as Diretrizes Curriculares Nacionais Gerais da Educação Básica (BRASIL, 2013) defendem o uso de recursos tecnológicos no Ensino da Matemática, com o objetivo de que haja melhor assimilação dos conceitos por parte dos discentes.

Segundo as Diretrizes Curriculares Nacionais Gerais da Educação Básica – DCNGEB (BRASIL, 2013), os recursos tecnológicos constituem uma parte de um contínuo mecanismo que pode apoiar e enriquecer os processos de ensino e de aprendizagem. O uso adequado desses recursos em sala de aula também depende da escolha do tipo de tecnologia e dos objetivos que se pretende alcançar (BRASIL, 2013).

Nessa mesma perspectiva, na versão final da Base Nacional Comum Curricular – BNCC, na competência específica três (3) de Matemática e suas Tecnologias no Ensino Médio, ressalta que o uso de tecnologias possibilita aos discentes aprofundar sua participação na resolução de problemas aplicáveis ao longo de sua vida. Ressalta-se que a competência específica quatro (4) vincula duas (2) habilidades relacionadas à representação de objetos matemáticos (BRASIL, 2018).

Nas habilidades descritas na BNCC do Ensino Médio de Matemática, ocorre a ênfase na representação algébrica de funções polinomiais, a qual pode ser intermediada por meio de recursos tecnológicos. Esses recursos tecnológicos favorecem as representações geométricas do objeto matemático no plano cartesiano, podendo ser utilizados *softwares* ou aplicativos de álgebra e geometria dinâmica (BRASIL, 2018).

Os recursos tecnológicos contribuem significativamente com as transformações no cenário científico e educacional, colaborando com as diferentes metodologias de ensino, entre as quais tem-se as ciências experimentais e a exploração conceitual por meio de *softwares* ou aplicativos (BORBA; SILVA; GADANIDIS, 2016). No ensino de Matemática, as simulações gráficas e a exploração de modelos matemáticos, proporcionadas pelas tecnologias educacionais, podem contribuir com o processo de dinamização dos ambientes de ensino e de aprendizagem (BRASIL, 2013).

As inovações de recursos tecnológicos empregados na educação, tais como *softwares*, computadores, projetores, televisão, calculadora, celulares, etc., indicam que esses recursos podem ser altamente benéficos nos processos de ensino e de aprendizagem (BORBA; SILVA; GADANIDIS, 2016). Além de alguns benefícios para os processos de ensino e de aprendizagem de Matemática, os autores comentam que a utilização desses recursos pode proporcionar aos discentes uma percepção diferenciada do ensino, pois o conhecimento matemático pode ficar mais próximo do seu cotidiano.

As práticas educacionais que envolvem a utilização dos recursos tecnológicos educacionais podem despertar no discente a curiosidade e a vontade em aprender, o que contribui para que a aprendizagem de Matemática seja rica, dinâmica e com significado para o discente (BORBA; SILVA; GADANIDIS, 2016). Esses recursos propiciam condições para que o discente construa o seu conhecimento, procurando soluções para problemas matemáticos que estão próximos da sua realidade (BORBA; SILVA; GADANIDIS, 2016).

A introdução de recursos tecnológicos no contexto educacional, colaborando com os processos de ensino e de aprendizagem, propicia aos discentes novos conhecimentos (BORBA; SILVA; GADANIDIS, 2016). Estes são adquiridos com a intervenção da prática educacional que os torna pensadores ativos e críticos. Os recursos tecnológicos podem ser capazes de desenvolver habilidades e potencializar a aquisição de novos conhecimentos (DE FARIAS; MOTTA, 2016).

De Farias e Motta (2016) ressaltam que existem algumas ferramentas específicas voltadas para o ensino de Matemática, que contribuem com a

abordagem dos conceitos dentro de um contexto, favorecendo assim a compreensão e o entendimento dos discentes. Para os autores, os recursos tecnológicos como *Softwares* empregados no ambiente educacional podem potencializar a resolução de problemas ressaltando as experimentações no ensino de Matemática.

Segundo De Farias e Motta (2016), as implicações dos recursos *Softwares* no ensino podem auxiliar na construção de um contexto favorável à concepção de conceitos e abstração em Matemática, contribuindo com uma aprendizagem com mais significado para o discente. Os *Softwares* podem ser manuseados em computadores, *notebook*, *tablets*, *iOS* ou *androides*, auxiliando as pessoas em tarefas do cotidiano, desde praticas desportivas até auxiliar nas ações educacionais (DOMINGUES; STURION; CARVAHO, 2019).

As ferramentas tecnológicas educacionais podem oportunizar um ambiente de aprendizagem em que o docente pode ser um mediador da aprendizagem, proporcionando ao discente a oportunidade da interação entre as ferramentas tecnológicas educacionais e os novos conhecimentos descobertos (DOMINGUES; STURION e CARVAHO, 2019). As ferramentas tecnológicas educacionais quando empregadas de forma que os educando seja parte do processo, podem promover um espaço participativo, cooperando para um maior entendimento dos conceitos matemáticos (DOMINGUES; STURION; CARVAHO, 2019).

Os *softwares* podem modificar o ambiente educacional, abordando as temáticas de forma diferenciada, almejando um processo de aprendizagem atraente e consistente, posto que, os discentes são capazes de visualizar o desenvolvimento de teorias e de modelos matemáticos mais complexos (DOMINGUES; STURION e CARVAHO, 2019). Nesse sentido, o emprego de recursos tecnológicos no ensino pode ser uma ferramenta incentivadora na assimilação e construção de novos conhecimentos (DOMINGUES; STURION; CARVAHO, 2019).

Esse processo de assimilação e construção estimula novos desafios, possibilitando a comunicação, o acesso à informação, criando nova condição de aprendizagem, onde os discentes possam ver significado no que estão aprendendo (DOMINGUES; STURION; CARVAHO, 2019). Tendo em vista a necessidade de

relação das dimensões conceituais e investigativas e o favorecimento do ensino e da aprendizagem, esta pesquisa possui o interesse exclusivo no ensino de conceito e gráficos de Funções Quadráticas, agregado à aplicabilidade de ferramentas tecnológicas, com a utilização do celular e do *App GeoGebra*.

Esta construção de conceitos por meio de atividades de integração e contextualização pode se tornar mais próxima da realidade do discente. Dessa forma, é imprescindível compreender a relevância e a aplicabilidade das ferramentas tecnológicas, em especial dos aplicativos de celular no ensino de Matemática.

3.1.1 O celular e os aplicativos

Moura (2009) ressalta que a origem do celular ocorreu por meio da empresa norte-americana *Bell Company*, no ano de 1947, quando esta desenvolveu um sistema de comunicação que aceitava a utilização de telefonia móvel em área estipulada, empregando o conceito de áreas de coberturas ou células, do que resultou o nome celular. Ainda no ano de 1947, as empresas norte-americanas *AT&T* e *Bell Company* propuseram a alocação de um número de frequência de rádio especialmente para atender a comunicação móvel. A *Federal Communication Commission* – FCC dos Estados Unidos, porém, disponibilizou a frequência apenas para que 23 pessoas se conectassem concomitantemente dentro de uma determinada área de cobertura (MOURA, 2009).

No ano de 1968, as empresas *AT&T* e *Bell Company* delimitaram o sistema de utilização de torres para atender aos usuários conforme o seu deslocamento dentro de uma área de cobertura. No ano de 1973, as empresas *AT&T* e *Bell Company* já possuíam um sistema de comunicação móvel instalado em carros de polícia e ambulâncias, no entanto, foi a empresa norte-americana *Motorola* que tornou-se pioneira a incorporar essa tecnologia a um dispositivo móvel de comunicação para uso pessoal fora de um automóvel (MOURA, 2009).

Entretanto, somente em janeiro de 1979 essa tecnologia foi verdadeiramente avaliada com 200 pessoas, na cidade de Chicago. Apenas em 1983 apareceu o

primeiro celular homologado pela *Federal Communication Commission* – FCC dos Estados Unidos, o DynTAC 8000X, produzido pelas empresas norte-americanas *Motorola* e *Ameritech* que, juntas, iniciaram a comercialização dessa tecnologia nos Estados Unidos e no Mundo (MOURA, 2009).

Moura (2009) destaca que a empresa *Motorola* investiu aproximadamente US\$ 100 milhões em pesquisa relacionada à tecnologia móvel. Os primeiros aparelhos celulares tinham quase 1 kg de massa, com uma capacidade de memória para 30 números, e oito horas de *stand-by* e uma de conversação. A novidade conquistou os consumidores que se predispuseram a pagar US\$ 3.995,00 para ficarem conectados à nova tecnologia móvel. No Brasil, a era da telefonia móvel teve seu início em novembro de 1990, com 667 linhas em operação (MOURA, 2009). Desde essa data até novembro de 2017, o país passou para mais de 273 milhões de linhas de acesso móvel em operação.

Para Moura (2009), a telefonia móvel teve um percurso surpreendente de crescimento tecnológico e marca presença em diversos ramos da sociedade. Passados mais de 35 anos do início da comercialização da telefonia móvel, a concepção de uso desse aparelho acompanhou as mudanças nos estilos de vida dos seus consumidores. Nesse cenário, de acordo com o autor, o celular passou a ser uma extensão da personalidade dos seus consumidores, atuando nos relacionamentos, divertimentos, na individualidade e produtividade.

Com a redução do preço dessa tecnologia, o número de clientes de celular no mundo aumentou significativamente, passando para mais de 7,5 bilhões de usuários. À medida que a demanda por tecnologias inovadoras crescia, as indústrias se aperfeiçoavam e se antecipavam em oferecer aparelhos celulares com acesso sem fio à *internet*, com músicas, imagens digitais, jogos, rádios, *E-mail*, *GPS*, *softwares*, editores leitores de texto, calendário, entre outros recursos (MOURA, 2009).

Bento e Cavalcante (2013) ressaltam que, aos poucos, a tecnologia móvel foi sendo inserida no cotidiano das pessoas em diversas situações, passando por ramos dos negócios e sendo utilizada até para salvamento de vidas. Nesse cenário,

o celular deixou de ser exclusivamente um utensílio de vontade, de grandeza social; em diversas situações, passou a se tornar um objeto fundamental.

Conforme Bento e Cavalcante (2013), os aparelhos celulares atingiram um grau de importância que permeia todas as classes sociais brasileiras, levando as pessoas a criarem um vínculo de dependência com esse novo recurso tecnológico. “Mediante as facilidades da utilização de diferentes aplicativos no celular, fica nítida para nós a possibilidade de sua utilização em sala de aula: desde a calculadora ao acesso de bibliotecas virtuais” (BENTO; CAVALCANTE, 2013, p. 3).

O emprego do celular com fins educacionais aumenta os desafios da prática escolar, pois os educadores necessitam se ajustar à nova realidade delineada pelos avanços desse recurso tecnológico (BENTO; CAVALCANTE, 2013). Na atualidade o celular é um dispositivo que permite diversas informações em pouco tempo, sendo um grande aliado no cotidiano das pessoas (DE SOUSA; CARNEIRO; CARNEIRO, 2020).

Nesse sentido, o celular pode ser um significativo instrumento para auxiliar os docentes, contribuindo com o entendimento de alguns conteúdos, podendo despertar o interesse dos discentes (DE SOUSA; CARNEIRO; CARNEIRO, 2020). Do ponto de vista de Saccol, Schlemmer e Barbosa (2011, p. 30), dizem que muitos “estabelecimentos de ensino o emprego de telefone celular é limitado, por uma condição de contrato coletivo”.

Os referidos autores ressaltam que a concepção de conhecimento adotado pelo educador direciona a escolha e a aplicação do recurso tecnológico. Se a concepção de conhecimento for numa visão epistemológica, os recursos tecnológicos selecionados devem permitir a interação intensa entre docente e discente (SACCOL; SCHLEMMER; BARBOSA, 2011). O celular pode, então, ser um instrumento que potencializa essa interação, pois existem no mercado diversos *App's* que possibilitam essa construção coletiva de conhecimento, entre os quais, o aplicativo de celular *GeoGebra*.

3.1.1.1 O aplicativo *GeoGebra*

Nos últimos anos diversas pesquisas a respeito da aplicação dos recursos tecnológicos no Ensino e Aprendizagem de Matemática cresceram consideravelmente, mostrando paulatinamente que a utilização de recursos computacionais que podem contribuir com práxis transformadoras no Ensino de Matemática (DUDA; SILVA; PINHEIRO, 2017). Os autores destacam que vários opções de *Softwares* gratuitos para o ensino de matemática foram criados, entre eles o *GeoGebra*, que agrega a geometria dinâmica e a álgebra computacional.

Essa integração promove a visualização de descrições algébricas de elementos geométricos, a exibição gráfica, favorecendo a exploração de características desses elementos simultaneamente, proporcionando por meio de recursos computacionais (DUDA; SILVA; PINHEIRO, 2017). O *Software GeoGebra* permite realizar atividades abordando gráficos, tabelas, álgebra, taxa de variação, estatística, etc., permitindo variar estratégias exploratórias de um mesmo tema (DUDA; SILVA; PINHEIRO, 2017)

Nessa perspectiva, o *Software GeoGebra* constitui uma excelente ferramenta nos processos de ensino e aprendizagem de Matemática, permitindo produzir figuras de geometria, álgebra e o cálculo, das mais comuns as mais complexas (GANETO *et al.*, 2018). Segundo os autores, o *Software GeoGebra* quando devidamente utilizado contribui com o desenvolvimento de distintas habilidades nos discentes, podendo deixá-los mais independentes na construção dos seus conhecimentos, pois, é capaz de analisar vários conceitos matemáticos.

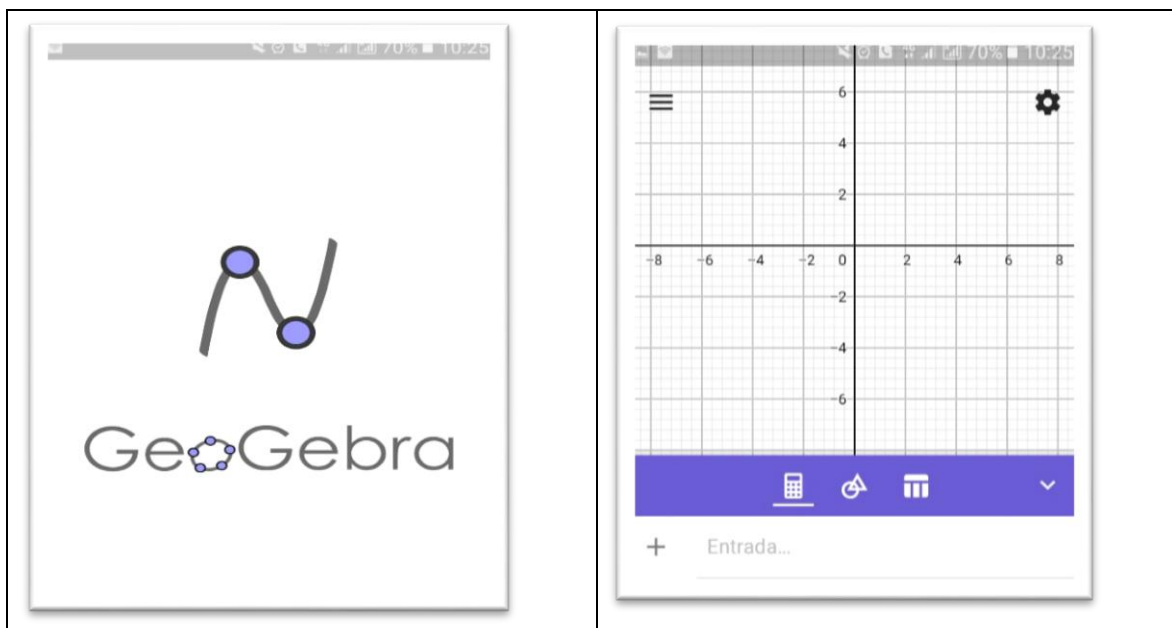
Segundo Pimenta (2013), o *GeoGebra* foi desenvolvido em 2001 pelo professor *Markus Hohenwarter*, da Universidade de *Salzburg*, na Áustria, na área de recursos tecnológicos aplicados ao ensino de Matemática, como um dos elementos do seu trabalho de conclusão do mestrado. Posteriormente a 2001, o projeto *GeoGebra* continuou sendo desenvolvido e aperfeiçoado na Universidade de Florida Atlantic – EUA, de 2006 a 2008, indo, no ano de 2009, para a Universidade Estadual da Flórida – EUA. Na atualidade, o projeto *GeoGebra* vem sendo desenvolvido na

Universidade de Linz – AUS, por uma equipe que procura desenvolver os códigos abertos, recebendo contribuições de tradutores de diversas partes do mundo (PIMENTA, 2013).

Com a evolução do *software GeoGebra*, hoje podemos encontrá-lo disponível em diversas plataformas computacionais, com utilização em *desktop* para *Linux*, *MacOs* e *Windows*, com emprego em *Tablets* para *Android*, *Windows Phone* e *iPad*, com suas diversas aplicações na *WEB*, e fundamentado na tecnologia *HTML5* (PIMENTA, 2013). Após várias manifestações de pesquisadores na área de ensino de Matemática, o *GeoGebra* passou para os aparelhos mobile com versões na *Apple Store*, *Google Play*, *Windows Store App*. O *App GeoGebra* prossegue ampliando suas pesquisas para oferecer a docentes e discentes uma excelente ferramenta de Matemática dinâmica (PIMENTA, 2013).

Tanto o *software* como o aplicativo de celular *GeoGebra* podem ser utilizados na álgebra, em equações da reta, funções, área, comprimentos, coordenadas de pontos; na aplicação gráfica, em sistema de coordenadas; na geometria, nos campos destinados à construção de objetos e suas relações; na estatística, no cálculo das medidas de posição e dispersão; e no cálculo diferencial, no cálculo de taxa de variações e integrações (PIMENTA, 2013). O *GeoGebra* possibilita a exportação de figuras no formato PNG para serem usadas em apresentações multimídias, textos, etc. Na Figura 1 verificamos a vista de aberturado *App GeoGebra*.

Figura 1 – Vista de abertura e da guia do *App GeoGebra*



Fonte: Do autor, utilizando o *App GeoGebra* (2019).

O aplicativo de celular *GeoGebra* pode ser baixado e instalado gratuitamente no site <https://www.geogebra.org/download> após se proceder aos comandos apresentados na página, e se optar pelo sistema operacional para uso no computador ou a versão do *App*. O *GeoGebra* oferece três diferentes vistas dos objetos matemáticos: a zona gráfica, a zona numérica ou algébrica, e a folha de cálculo. Assim, permite exibir os objetos matemáticos em três diferentes representações: graficamente (pontos, gráficos de funções, etc.), algebricamente (coordenadas de pontos, equações, etc.) e nas células da folha de cálculo (PIMENTA, 2013).

Essas representações dos objetos matemáticos encontram-se conectadas dinamicamente e se ajustam imediatamente às alterações desenvolvidas em qualquer das representações, independentemente da forma como esses objetos foram inicialmente criados. Essa possibilidade do *App GeoGebra* pode ser um princípio relevante para o desenvolvimento de uma aprendizagem com significado para os alunos. No próximo subcapítulo, apresentamos a teoria da aprendizagem significativa no ensino.

3.2 Aprendizagem significativa no ensino

A construção de conhecimento em Matemática pode apresentar dificuldades, pois se trata de uma disciplina com alguns elementos de complexidade nos processos de ensino e de aprendizagem (RIBEIRO, 2015). Existem, porém, algumas teorias do desenvolvimento cognitivo que podem explicar essas dificuldades e colaborar com sua superação no ensino e na aprendizagem de Matemática (RIBEIRO, 2015).

Uma dessas é a Teorias da Aprendizagem Significativa - TAS, desenvolvida por David Paul Ausubel (MOREIRA, 2011a). A Teoria da Aprendizagem Significativa – TAS, na atualidade recebe consideráveis contribuições de pesquisadores com: David Paul Ausubel, Joseph Donald Novak e Helen Hanesian (1980), Joseph Donald Novak (1981), Joseph Donald Novak e D. Bob Gowin (1988) e Marco Antonio Moreira (2011a; 2015; 2017).

A aprendizagem significativa é um processo caracterizado pela interação entre conhecimentos prévios e novos conhecimentos. Moreira (2011a; 2017) ressalta que esse processo de interação é não literal e não arbitrário. Os novos conhecimentos ganham sentido para o educando e os conhecimentos prévios ganham maior estabilidade cognitiva ou novos significados. Segundo Ausubel (2003, p. 71),

A ‘aprendizagem significativa’, por definição, envolve a aquisição de novos significados. Estes são, por sua vez, os produtos finais da aprendizagem significativa. Ou seja, o surgimento de novos significados no aprendiz reflete a ação e a finalização anteriores do processo de aprendizagem significativa.

A natureza da aprendizagem significativa fundamenta-se no fato de as novas ideias se conectarem com o conhecimento que o educando já possui, e de essa conexão acontecer de forma não arbitrária e não literal, sendo que o produto dessa interação é a manifestação de novos significados (AUSUBEL; NOVAK; HANESIAN, 1980). Essas conexões só são possíveis por meio de uma abordagem ou do emprego de material intencionalmente significativo, porém, “apenas ocorrem num processo e em resultado da aprendizagem significativa, **desde que o próprio**

material de aprendizagem seja *potencialmente significativo*” (AUSUBEL, 2003, p. 57, grifo do autor).

O material de aprendizagem deve se relacionar com algum conteúdo ou aspecto existente e especificamente relevante da estrutura cognitiva do educando, que Ausubel chama de ideia âncora ou *subsunçor* (AUSUBEL, 2003). O “[...] ***subsunçor* é nome que se dá a um conhecimento específico, existente na estrutura de conhecimentos do indivíduo**, que permite dar significado a um novo conhecimento [...]” (MOREIRA, 2011a, p. 14, grifo do autor).

Ausubel (2003) ressalta que os conceitos *subsunçores* são instáveis e podem progredir à medida que acontece aprendizagem significativa. O *subsunçor* pode conter maior ou menor equilíbrio cognitivo, podendo encontra-se mais ou menos caracterizado, ou seja, mais ou menos organizado em termos significativo (MOREIRA, 2011a). O autor ressalta que o processo é dinâmico, no momento em que um *subsunçor* serve de ideia âncora para novos conhecimentos, o mesmo se transforma construindo novos sentido, contribuindo com os significados já presentes.

Dessa forma, deve existir uma proposição, um conceito, uma imagem ou um símbolo já significativo de “[...] algumas ideias anteriores, de carácter menos específico, mas geralmente relevantes, existentes na estrutura de conhecimentos do mesmo” (AUSUBEL, 2003, p. 72). Por exemplo, em Matemática, se o educando já possui os conceitos de relação entre conjunto, operações com números reais, plano cartesiano, noções de variável, correspondência, dependência, regularidade, generalização, Função Afim e Equação do 2ª grau, esses servirão de *subsunçores* para novos elementos referentes à exploração de diversos tipos de funções, como, por exemplo, em Funções Quadráticas.

No processo de aprendizagem significativa, necessita-se que os educandos demonstrem intencionalidade e um entusiasmo para relacionar o novo conhecimento a ser aprendido com o conhecimento existente na sua estrutura cognitiva (AUSUBEL, 2003). A aprendizagem significativa necessita de um material potencialmente significativo e de um mecanismo de aprendizagem significativa, para que os novos significados sejam produtos de uma interação, na qual as novas ideias se relacionam na estrutura cognitiva do educando.

Ausubel (2003) ressalta que um material de aprendizagem ser ou não potencialmente significativo é um tema muito mais complexo do que os mecanismos de aprendizagem significativa. Para o material pedagógico ser considerado potencialmente significativo, existem condições de existências fundamentais no estabelecimento de uma relação entre conhecimento novo e conhecimento estabelecido, “ou seja, **quer da natureza da própria tarefa de aprendizagem, quer da natureza da estrutura de conhecimentos *particular* do aprendiz**” (AUSUBEL, 2003, p. 73, grifo do autor). Ausubel (2003) usa o Quadro 6 como uma interpretação estruturada da relação entre Aprendizagem Significativa, Significação Potencial, Lógica e Psicológica.

Quadro 6 – Relação existente entre Aprendizagem Significativa, Significação Potencial, Lógica e Psicológica

A	APRENDIZAGEM SIGNIFICATIVA ou A AQUISIÇÃO DE SIGNIFICADOS	Exige	(1) Material Potencialmente Significativo.	E	(2) Mecanismo de Aprendizagem Significativa.
B	SIGNIFICAÇÃO POTENCIAL	depende de	(1) Significação Lógica (a capacidade de relação não arbitrária e substantiva do material de aprendizagem com ideias relevantes correspondentes, que se situam no âmbito da capacidade de aprendizagem humana).	e	(2) Disponibilidade de tais ideias relevantes na estrutura cognitiva <i>particular</i> do aprendiz.
C	SIGNIFICADO PSICOLÓGICO (SIGNIFICADO FENOMENOLÓGICO IDIOSINCRÁTICO)	é o produto de	(1) Aprendizagem Significativa.	ou de	(2) Significação Potencial. e Mecanismo de Aprendizagem Significativa.

Fonte: Ausubel, (2003, p. 73).

Observamos no Quadro 6 que Ausubel (2003) destaca que a condição de existência salientada para que o material seja potencialmente significativo são o significado lógico e a estrutura cognitiva do educando. O fator lógico do material potencialmente significativo está na ideia relevante, no contexto daquilo que os seres humanos podem aprender. A maioria das atividades encontradas nos materiais acadêmicos é, quase por definição, logicamente significativa (AUSUBEL, 2003).

O segundo fator depende mais da estrutura cognitiva de cada educando, pois a aquisição do significado é um fenômeno próprio da natureza de cada ser humano, e não da humanidade como um todo (AUSUBEL, 2003). Dessa forma, para que ocorra a aprendizagem significativa, não é suficiente que o novo material seja relacional, de forma não literal e não arbitrária, mas que permaneça disponível na estrutura cognitiva do educando, para satisfazer a função de subsunção e de ancoragem de conhecimento (AUSUBEL, 2003).

Para Ausubel (2003), o material de aprendizagem deve ser logicamente significativo. O autor destaca que o material deve possuir uma relação de forma não literal e não arbitrária com a capacidade de aprendizagem do educando. Para isso, o material de aprendizagem deve atender dois critérios fundamentais: a capacidade de relação não arbitrária e a fiabilidade não literal.

A capacidade de relação não arbitrária preconiza que o material de aprendizagem significativo poderia relacionar-se de forma arbitrária a princípios relevantes e específicos, por exemplo, casos específicos, elaborações, transformações, situações naturais, qualidade e generalizações mais genéricas ou a um conjunto de ideias relevantes (AUSUBEL, 2003). Com relação ao critério da fiabilidade não literal, sugere que o material de aprendizagem deva ser suficientemente não arbitrário, podendo se relacionar a um símbolo ou conjunto de símbolos iguais na estrutura cognitiva do educando (AUSUBEL, 2003).

Na aprendizagem significativa, os novos significados são oriundos de um processo de interatividade das novas ideias com as ideias relevantes na estrutura cognitiva do educando. Ausubel (2003, p. 76) salienta que,

[...] Antes de as crianças formarem conceitos, aprendem que determinados objetos e acontecimentos, semelhantes em termos perceptuais, têm o mesmo nome e que outros objetos e acontecimentos, diferentes em termos perceptuais, possuem nomes diferentes. A partir destas duas generalizações complementares, a maioria das crianças desenvolve, cerca do primeiro ano de vida, o discernimento de que tudo tem um nome e que este significa, psicologicamente, o que o respectivo referente significa.

Desse modo, antes de os educandos aprenderem conceitos gerais, eles descobrem que a linguagem possui propriedades interpretativas. Portanto, por meio da interação própria do objeto com o nome, dá-se início à aprendizagem representacional (AUSUBEL, 2003). Sendo assim, os educandos obtêm conceitos

por meio da experimentação e da criação de hipóteses. Porém, vale ressaltar que essa aquisição acontece de forma gradual supra ou subinclusiva para denominar artefatos e acontecimentos específicos, tornando-se nome de artefatos e de acontecimentos genéricos (AUSUBEL, 2003).

Segundo Ausubel (2003), o processo de aprendizagem significativa é importante no desenvolvimento da educação, por ser um procedimento humano para aquisição e armazenamento das informações e ideias representadas pelas diversas áreas de conhecimento. O autor resalta que a retenção e a obtenção de conhecimento são impressionantes, pois os seres humanos conseguem aprender algumas informações e lembram-se delas, quando lhes são mostradas uma única vez.

Além disso, para Ausubel (2003) a eficiência da aprendizagem significativa como elemento de mudança e armazenamento de conhecimento está atrelada às características da não arbitrariedade e não literalidade da relação da tarefa de aprendizagem com a estrutura cognitiva do aprendiz. A relação de forma não arbitrária do material potencialmente significativo com as ideias ancoradas na estrutura cognitiva possibilita que os aprendizes explorem “de forma eficaz, os conhecimentos que possuem como uma matriz ideal e organizacional para a incorporação, compreensão, retenção e organização de grandes conjuntos de novas ideias” (AUSUBEL, 2003, p. 81).

É a particularidade da não arbitrariedade do processo de aprendizagem significativa que permite a compreensão e interiorização de novas proposições, palavras e conceitos, sem que o aprendiz desenvolva muitos esforços, e com pouca repetição (AUSUBEL, 2003). Dessa forma, o significado das novas ideias pode conectar a fatos, princípios e conceitos organizados na estrutura cognitiva do aprendiz para fornecer novos significados. “As novas ideias, que se tornam significativas, também alargam, por sua vez, a base da matriz de aprendizagem” (AUSUBEL, 2003, p. 81).

A categoria essencial de aprendizagem significava, da qual as outras emergem é a aprendizagem representacional, isto é, a aprendizagem do sentido dos símbolos individuais ou do que estes significam (AUSUBEL, 2003). O autor classifica

três tipos essenciais de aprendizagem significativa: a vocacional ou representacional, a proposicional e a conceitual.

A aprendizagem representacional relaciona-se à significação dos símbolos ou palavras em sentido unitário. A aprendizagem proposicional, por sua vez, relaciona-se ao significado e ideias representadas por grupo combinado de palavras ou frases (AUSUBEL, 2003). Por outro lado, a aprendizagem conceitual relaciona-se ao conjunto de ideias genericamente unitárias ou categóricas que representam proposições, conceitos e não objetos ou situação particular. Dessa forma, a aprendizagem proposicional compreende, em muitas situações, a aprendizagem do significado de um conceito (AUSUBEL, 2003).

Na aprendizagem proposicional, a tarefa de aprendizagem significativa não consiste em apreender o que as palavras representam individualmente ou combinadas, mas antes apreender o significado de novas ideias expressas na forma proposicional (AUSUBEL, 2003, p. 84).

Assim sendo, na aprendizagem proposicional, o objetivo da ação de aprendizagem não é compreender proposições representativas, porém os significados dessas proposições na representação de ideias. “Por outras palavras, o significado da proposição não é simplesmente a soma dos significados das palavras componentes” (AUSUBEL, 2003, p. 84).

A aprendizagem conceitual e a representacional integram uma base, ou requisito necessário, para a autêntica aprendizagem proposicional, isso acontece sempre que as proposições são expressas de modo verbal (AUSUBEL, 2003). A aprendizagem conceitual se relaciona com a aprendizagem representacional, pois os conceitos, objetos e situações se apresentam por meio de palavras, assim os aprendizes aprendem o que significam as palavras conceituais, evidenciando um interessante tipo de aprendizagem representacional (AUSUBEL, 2003).

A aprendizagem conceitual e a aprendizagem proposicional divergem, na dimensão em que, na aprendizagem conceitual, os atributos dos novos conceitos se conectam com as ideias importantes na estrutura cognitiva do aprendiz, dando origem a significados genéricos (AUSUBEL, 2003). Por outro lado, na aprendizagem proposicional, esses atributos se conectam com a estrutura cognitiva, dando início a um novo significado composto (AUSUBEL, 2003).

O significado em evolução é produto essencial de um processo integrador e interativo entre novas ideias do material de ensino com ideias ancoradas na estrutura cognitiva do educando (AUSUBEL; NOVAK; HANESIAN, 1980). Os autores destacam que na aprendizagem conceitual e proporcional as novas informações e potencialmente significativas ancoram-se com frequência nas ideias relevantes, gerais e específicas da estrutura cognitiva do educando.

Esse processo de associação de novas informações com fragmentos subordinantes pertinentes e prévios da estrutura cognitiva é definido como aprendizagem de *subsunção* (AUSUBEL; NOVAK; HANESIAN, 1980). Para os autores, é capaz de atribuir a eficiência e duração da aprendizagem de subsunção à situação de que, as ideias subsumidas (ancoradas) se relacionam de forma satisfatória na estrutura cognitiva.

Dessa forma, é imprescindível realizar a diferenciação entre duas espécies essenciais de subsunção, que é capaz de ocorrer no processo da aprendizagem e da retenção significativa, uma é a subsunção derivativa à outra *subsunção* correlativa (AUSUBEL; NOVAK; HANESIAN, 1980). A *subsunção* derivativa acontece quando para o discente o novo material de aprendizagem é, por exemplo, um conceito ou proposição estabelecida na estrutura cognitiva. Por outro lado, na *subsunção* correlativa o novo material de aprendizagem é uma extensão, qualificação, modificação ou elaboração de proposições ou conceitos anteriormente compreendidos (AUSUBEL; NOVAK; HANESIAN, 1980).

Os autores destacam que a nova aprendizagem constrói uma relação subordinante com a estrutura cognitiva, no momento que um discente aprende uma nova proposição inclusiva, que é capaz de subordinar diversas convicções preexistentes, estabelecidas, porém, pouco inclusiva. O processo de aprendizagem subordinante acontece no desenvolvimento do raciocínio indutivo, ou seja, quando o material apresentado ao discente se organiza de forma indutiva, produzindo a síntese de conceito componente e na aprendizagem de abstração complexas (AUSUBEL; NOVAK; HANESIAN, 1980).

Na aprendizagem significativa por descoberta, o discente primeiramente descobre o que vai aprender, relacionando de forma não arbitrária e não literal,

porém, o conhecimento prévio e a predisposição para aprender são mantidos. (AUSUBEL; NOVAK; HANESIAN, 1980). Em contraponto, a aprendizagem receptiva é aquela em que o aprendiz recebe o conhecimento, a informação a ser apreendida na sua forma final (AUSUBEL; NOVAK; HANESIAN, 1980).

Vale destacar que a aprendizagem por descoberta e a aprendizagem receptiva não constituem uma oposição. Da mesma forma que existe um contínuo entre a aprendizagem mecânica e a aprendizagem significativa, acontece outro entre a aprendizagem por recepção e aprendizagem por descobrimento (AUSUBEL; NOVAK; HANESIAN, 1980).

Além da compreensão do processo implicado na aprendizagem significativa de proposições, palavras e conceitos, deve-se compreender como se desenvolve a retenção de conhecimentos na estrutura cognitiva dos discentes. Ausubel, Novak e Hanesin (1980) ressaltam que o processo de retenção, organização e aquisição de significados na estrutura cognitiva do discente necessitam fundamentalmente desenvolver o princípio da assimilação.

No momento que um discente aprende uma nova ideia (b), por meio da interação e relação com ideias importantes (B) definidas na estrutura cognitiva do discente, modificam-se as duas ideias (b), assimilando a ideia definida (B), provavelmente essa situação seria exemplos de *subsunção* correlativa ou derivativa, no qual a ideia ancorada (B) e a nova ideia (b) se alteram no produto iterativo ($B'b'$) (AUSUBEL; NOVAK; HANESIAN, 1980). Por exemplo, se (B) for o conceito gráfico de função existente na estrutura cognitiva de um discente, (b) pode ser uma apresentação de conceitos gráficos de função quadrática, alterando, assim, ligeiramente o conceito que a criança tem de gráfico de função (B'), além de produzir um novo significado característico para o conceito de gráfico de função quadrática (b').

Em condições mais nítidas, presume que o produto iterativo real ou integral da nova ideia do material de aprendizagem e da ideia estabelecida na estrutura cognitiva do discente seja mais complexa e ampla (AUSUBEL; NOVAK; HANESIAN, 1980). Os autores salientam que é nessa fase que ocorre a retenção do processo de assimilação, verificando mais cuidadosamente o novo conceito de (b). A

dissociabilidade ou o novo significado (b') surge a partir da ideia ancorada que foi alterada (B') e a ausência final de dissociabilidade de b' a partir da ideia ancorada que foi alterada (B').

Os autores destacam que não somente a ideia potencialmente significativa (b) da mesma maneira que a ideia (B) se transforma na estrutura cognitiva do discente da mesma forma por meio do processo interativo. O mais relevante é que os dois produtos interativos b' e B' continuam um em relação ao outro, como componente de uma unidade complexa ideário $B'b'$. Em decorrência disso, no sentido mais completo do termo, o resultado da interação real do processo de aprendizagem significativa, não é somente o novo significado b' , porém, conjuntamente inclui a alteração da ideia ancorada é coincidente ao significado composto $B'b'$ (AUSUBEL; NOVAK; HANESIAN, 1980).

Ausubel (2003) evidencia que por meio do desenvolvimento da aprendizagem de subsunção, manifesta-se uma nova ideia composta, que é capaz de sofrer modificações ao longo do tempo, no decorrer dos intervalos de esquecimento e de retenção. Desse modo, a assimilação não encontra-se completa depois de ocorrer a aprendizagem significativa, porém prossegue durante um período de tempo, envolvendo novas aprendizagem, e retenções ou níveis modificáveis de retenção ou acumulação íntegras, ou uma ausência final da capacidade de recuperação das ideias subordinadas assimiladas (AUSUBEL, 2003).

Ausubel (2003) frisa que a maioria do material de aprendizagem exposto nos estabelecimento de ensino e instituições similares aparece na forma de conceitos e proposições, consistindo em conceitos que planejados detém um novo significado composto. Dessa forma,

[...] a aprendizagem do significado de uma nova proposição potencialmente significativa exige mais do que a simples aprendizagem dos significados dos conceitos componentes da mesma. Pressupõe a disponibilidade na estrutura cognitiva de conceitos e proposições ancorados relevantes, que estejam relacionados quer com as partes componentes da nova proposição a ser apreendida, quer com o significado compósito desta última como um todo (AUSUBEL, 2003, p. 106).

A essência (âmago) da teoria da assimilação está na ideia de que se conseguem os novos significados por meio da interação de novas ideias, ou seja, conhecimentos potencialmente significativos com conceitos e proposições

previamente apreendidos (AUSUBEL, 2003). Este progresso interativo resulta numa transformação no potencial significativo das novas informações, nos significados dos conceitos ou proposições no qual estão ancorados, criando um novo produto de ideias que estabelece o novo significado para o discente (AUSUBEL, 2003).

Ausubel (2003) enfatiza que o desenvolvimento de assimilação sequencial de novos significados, por meio de sucessivas exposições a novos materiais potencialmente significativos, resulta na diferenciação progressiva de conceitos ou proposições, no decorrer do aprimoramento dos significados e numa potencialidade elaborada para fornecer ancoragem a aprendizagem significativa subsequente. A diferenciação progressiva é o processo de atribuição de novos significados a um dado *subsunçor* (um conceito ou uma proposição, por exemplo) **resultante da sucessiva utilização desse subsunçor para dar significado a novos conhecimentos** (MOREIRA, 2011a, p. 20, grifo do autor).

No momento que o discente aprende conceitos ou proposições por meio de novos processos de aprendizagem de subsunção, subordinante ou combinatória, é capaz de desenvolver significados novos e diferenciados e provavelmente passam a solucionar os significados conflituosos por meio de um processo de reconciliação integradora (AUSUBEL, 2003). Segundo Moreira (2011a, p. 22) a “reconciliação integrativa ou integradora, é um processo da dinâmica da estrutura cognitiva, [...] que consiste em eliminar diferenças aparentes, resolver inconsistência, integrar significados, fazer superordenações”.

Para Ausubel (2003), na medida em que o processo de assimilação transcorre continuamente, os significados de conceitos ou proposições podem não ser dissociáveis das ideias ancoradas, determinando-se haver acontecido uma assimilação obliterante ou um esquecimento significativo. O processo de assimilação possui um valor explicativo para esclarecer a essência dos fenômenos da aprendizagem e da retenção significativa, visto que contribui a explicar a aquisição, retenção e esquecimento de ideias aprendidas de maneira significativamente e, da mesma forma, a maneira de como se organiza o conhecimento na estrutura cognitiva (AUSUBEL, 2003).

No processo de assimilação, mesmo posteriormente ao esquecimento do significado, a conexão entre ideia-âncora e as assimiladas continuam na estrutura cognitiva (AUSUBEL, 2003). O princípio da assimilação descrita por Ausubel é demonstrado representativamente por meio do Quadro 7.

Quadro 7 – Princípio da Assimilação

Nova Informação, potencialmente significativa.	→	Relacionada e assimilada por	→	Conceito. <i>Subsunção</i> existente na estrutura cognitiva	→	Produto interacional (<i>subsunção</i> modificado)
<i>B</i>				<i>B</i>		<i>B'b'</i>

Fonte: Moreira e Masini (2001, p. 25).

Pelo princípio da assimilação representado pelo Quadro 7, verificamos que essa investigação possui algumas conexões que podem contribuir com o reconhecimento dos processos de diferenciação progressiva e de reconciliação integradora:

- a) Nova Informação, potencialmente significativa: características do gráfico das Funções quadráticas por meio dos coeficientes;
- b) Relacionada e assimilada por: exploração por meio do *App GeoGebra*;
- c) Conceito, *Subsunção* existente na estrutura cognitiva: conceitos de relação entre conjunto, operações com números reais, plano cartesiano, noções de variável, correspondência, dependência, regularidade, generalização, Função Afim e Equação do 2º grau;
- d) Produto interacional (*subsunção* modificado): O coeficiente **a** se relaciona à concavidade e “abertura” da parábola; O coeficiente **b** indica a interceptação do eixo das ordenadas de forma decrescente ou crescente, além de contribuir com o deslocamento horizontal; O coeficiente **c** indica o ponto em que a parábola intercepta o eixo das ordenadas.

Ressaltamos que essa investigação encontra-se fundamentada, seus pressupostos teóricos na Teoria da Aprendizagem Significativa (TAS) de David Paul Ausubel na Teoria dos Campos Conceituais (TCC) de Gérard Vergnaud integrados às potencialidades didáticas dos recursos tecnológicos organizamos por meio do aplicativo de celular *GeoGebra* em uma sequência didática para ensinar os

conceitos gráficos de Funções Quadráticas no Ensino de Matemática. Deste modo, no próximo subcapítulo são apresentadas as concepções da Teoria dos Campos Conceituais de Gérard Vergnaud.

3.3 A teoria dos campos conceituais no processo de ensino e de aprendizagem

O Ensino de Matemática, no Brasil apresenta algumas dificuldades nos seus processos de ensino e de aprendizagem, pois os discentes muitas vezes não conseguem relacionar a Matemática ensinada na escola com o seu contexto social. Dessa forma, não adquirem os conhecimentos necessários trabalhados nessa disciplina.

Um dos desafios do Ensino de Matemática, que poderia amenizar as dificuldades apresentadas pelos discentes em relacionar o conteúdo matemático com o seu contexto social, diz respeito às práticas pedagógicas desenvolvidas nas escolas. É necessário desenvolver práticas educacionais que tornem a escola um espaço de criação e construção; e não apenas de reprodução e imitação de conhecimento.

No que tange ao ensino da Matemática, o psicólogo francês, Gérard Vergnaud, utiliza as implicações da teoria Piagetiana para estudar a didática da Matemática e para explicar como o educando constrói o conhecimento matemático. Conforme Vergnaud (2000), as obras de Piaget não indicavam que o pesquisador possuía fascínio pela didática, pois, em nenhum momento, Piaget expôs proposta didática para qualquer um dos seus temas estudados. Essa explicação da didática da Matemática é evidenciada pela teoria dos campos conceituais - TCC.

Gérard Vergnaud desenvolveu a teoria psicológica dos campos conceituais na década de oitenta do século XX. A teoria dos campos conceituais é uma teoria psicológica dos conceitos ou da conceitualização do real, permitindo localizar e estudar as filiações e rupturas entre conhecimentos, do ponto de vista de seu conteúdo conceitual (VERGNAUD, 1993).

Além disso, Vergnaud (1993, p. 01) destaca que “[...] ela também possibilita analisar a relação entre os conceitos enquanto conhecimentos explícitos e os invariantes operatórios implícitos nos comportamentos dos sujeitos em determinada situação”. A teoria dos campos conceituais procura propiciar uma estrutura coerente e alguns elementos básicos ao estudo do desenvolvimento e da aprendizagem de competências complexas, aprofundando a análise das relações entre significados e significantes (VERGNAUD, 1993).

A teoria dos campos conceituais, por fornecer uma estrutura à aprendizagem, abrange a didática, porém, não é uma teoria didática. Sua intenção é apresentar uma estrutura que possibilite entender as filiações e rupturas entre conhecimentos. Para Vergnaud (1993), as ideias de filiações e rupturas não são exclusivas da aprendizagem de crianças e adolescentes, do mesmo modo atuam na aprendizagem dos adultos, segundo situações mais associadas às formas e hábitos do pensamento adquirido. No entanto, “[...] os efeitos da aprendizagem e do desenvolvimento cognitivo ocorrem, na criança e no adolescente, sempre em conjunto” (VERGNAUD, 1993, p. 01).

Vergnaud (1993) ressalta que a teoria dos campos conceituais não é exclusiva da Matemática, apesar de os estudos preliminares terem sido realizados para esclarecer o processo de conceitualização progressiva das estruturas aditivas, multiplicativas, da álgebra e das relações número e espaço. A teoria preocupa-se com o desenvolvimento cognitivo do indivíduo, e está conectada à aprendizagem de habilidades complexas, no trabalho, na vida e na escola (VERGNAUD, 2000).

Os conceitos de invariantes operatórios, interacionismo, equilíbrio e função simbólica, presentes nas obras de Piaget, são importantes para a compreensão e a aplicação didática da teoria dos campos conceituais. Para Vergnaud (2000), o conhecimento encontra-se estruturado em campos conceituais cujo domínio ocorre ao longo do tempo, por meio da aprendizagem, maturidade e experiências.

De acordo com Moreira (2002, p. 08), campo conceitual é “[...] um conjunto informal e heterogêneo de problemas, situações, conceitos, relações, estruturas, conteúdos e operações de pensamento, conectados uns aos outros e, provavelmente, entrelaçados durante o processo de aquisição”. O controle de um

campo conceitual não ocorre em pouco espaço de tempo, ao contrário, novas características e novos problemas necessitam ser analisados durante um período de tempo para compreender o domínio progressivo da aprendizagem dos alunos (MOREIRA, 2002).

Por exemplo, no campo conceitual de Função quadrática compreende situações que exigem conhecimentos a respeito, relação entre conjunto, operações com números reais, localização no plano cartesiano, Função Afim, Equação do 2ª grau, entre outros. Vergnaud (2011) ressalta que é por meio dos problemas e das situações que um conceito obtém significado para os discentes.

Vergnaud (2011, p. 16) salienta que “[...] a teoria dos campos conceituais trata dos conteúdos conceituais da atividade; ela assume o lugar das teorias gerais do desenvolvimento postas em termos de estágios ou em termos de funções executivas [...]”. A teoria é um conjunto de acontecimentos que envolvem esquemas, conceitos, teoremas com representações simbólicas e linguísticas (VERGNAUD, 2011). Para o entendimento da teoria dos campos conceituais é de fundamental importância à compreensão de *conceito e esquema*.

Vergnaud (1993) destaca que um conceito não pode ser reduzido apenas a uma definição, principalmente quando há interesse pelo seu ensino e sua aprendizagem. É por meio das situações e problemas a serem solucionados que um conceito alcança sentido para os discentes. O processo de elaboração prática, realista e objetiva dos conceitos é fundamental para o estudo da ciência, psicologia e da didática. A elaboração prática dos conceitos, não tem sentido em abstrair a organização dos problemas aos quais os conceitos oferecem resposta, seja ele teórico ou prático (VERGNAUD, 1993).

Um conceito é uma coleção de situações que estabelecem a relação de suas várias características, e a coleção de esquemas empregados pelo aprendiz nessas situações (VERGNAUD, 2000). Um conceito leva em consideração uma tríade de conjuntos: a situação, os invariantes e a forma de linguagem. A situação é o conjunto de referências que acrescenta significado ao conceito; os invariantes são o conjunto de operacionalidades no qual se baseia o esquema; e a forma de

linguagem é o conjunto das representações simbólicas, das situações, propriedades e procedimento de significado (VERGNAUD, 2000).

A tríade que constitui as situações que um conceito no campo conceitual das Funções Quadrática pode abranger as seguintes conjunturas, por exemplo:

- a) Situação: problemas compreendendo os conceitos de relação (multiplicação e fração associada); linguagem oral ou escrita envolvendo os significados: algébricos, numéricos, medidas, operadores e gráficos;
- b) Invariantes: operações com números reais; relação entre conjuntos; representação no plano cartesiano; relação entre grandezas; equação do 2º grau;
- c) Forma de Linguagem: notações de função; diagrama de flechas; expressões algébricas; representação gráfica;

O papel da linguagem e do simbolismo é muito importante no processo de conceitualização, pois quando dimensionamos a função adaptativa do conhecimento, temos que pensar na forma que assume a ação no sujeito (VERGNAUD, 2000). A conceitualização possui duas classes de situações: a primeira, em que o sujeito já possui certas competências necessárias para o desenvolvimento dos conceitos; e a segunda, em que o sujeito não possui todas as competências necessárias para o desenvolvimento dos conceitos, o que o obriga a um tempo de exploração, reflexão, frustração, hesitação, conduzindo ao fracasso ou sucesso (VERGNAUD, 2000).

Um conceito de esquema envolve as duas classes de situações anteriores descritas, porém não funciona nos dois casos do mesmo modo. Na primeira, as classes de situações e organização são organizadas por um único esquema. Na segunda, percebe-se uma sucessiva aplicação de vários esquemas que podem entrar em conflito. Esse método é essencial para o processo de descobertas. Para Vergnaud (2000, p. 02), esquema é a:

[...] organização invariante do comportamento para uma classe de situações dada. É nos esquemas que se devem pesquisar os conhecimentos em ação do sujeito, isto é, os elementos cognitivos que fazem com que a ação do sujeito seja operatória.

O esquema pode ser compreendido como um conjunto de organização espacial, motora, intelectual, etc. O desempenho cognitivo dos educandos envolve procedimentos que se automatizam paulatinamente, permitindo decisões conscientes (VERGNAUD, 2000). Vale ressaltar que o esquema, para o aprendiz, deve apresentar uma credibilidade no conhecimento de que ele dispõe (VERGNAUD, 2000). O autor ainda ressalta que:

O conceito de esquema é essencial porque ele designa formas de organização da atividade para classes de situações bem identificadas e circunscritas. O par teórico *situação/esquema* deve então substituir o par *estímulo/resposta*, de um behaviorismo estreito ao extremo; o par *sujeito/objeto*, embora inevitável, é ele próprio muito geral para permitir estudos empíricos precisos. No entanto, esse privilégio teórico do par *situação/esquema* não deve fazer com que se subestime o papel da linguagem e de outras formas simbólicas na conceitualização e na comunicação, incluindo-se, nesse caso, também, a comunicação didática [...] (VERGNAUD, 2011, p. 26, grifo do autor).

Os esquemas permitem produzir uma classe de hábitos distintos em função das particularidades das situações das classes para as quais se referem. Isso só é permitido, uma vez que o esquema compreende a invariância operatória, metas, etapas, regras de ação e interferências (VERGNAUD, 2000). O esquema na teoria dos campos conceituais é a organização dos invariantes do comportamento para um conjunto de situações oferecido (VERGNAUD, 1993). São nos esquemas que surgem os elementos cognitivos que criam no discente as ações operatórias.

Vergnaud (2000) salienta que os invariantes operatórios incluem conceitos em ação e teoremas em ação que remetem à constatação dos elementos relevantes da situação, da tomada de informação e da situação a ser tratada, ou seja, os conhecimentos inclusos nos esquemas. As previsões de metas a serem atingidas ou efeitos esperados são um possível estágio intermediário dos esquemas.

As habilidades matemáticas são apoiadas por esquemas organizadores do comportamento humano e um esquema apoia-se sempre em uma conceitualização implícita. Por exemplo, os esquemas de enumeração de pequenas e médias coleções de objetos, organização de objetos semelhantes, esquemas para resoluções de problemas envolvendo a adição ou multiplicação ou até mesmo para resolução de funções e equações simples ou complexas (VERGNAUD, 1993).

Um esquema é um conjunto procedimental que associa uma classe de situações que, comumente, não são definidas. Por outro lado, os invariantes operatórios do tipo proposição, função proposicional e argumento não são únicos na sua lógica, sendo sempre necessário analisar as condições de existência de cada um (VERGNAUD, 1993).

Em suma, a operacionalização de um conceito pode ser propiciada por meio de diversas situações que empregam uma diversidade de esquemas e comportamentos. A explicação prática de um conceito necessita de um conjunto de situações e esquemas empregados pelo sujeito que constituirão as propriedades e referências utilizadas nesse contexto (VERGNAUD, 1993). Dessa forma, a conceitualização necessita do uso dos significantes práticos que considera o conceito como uma tríade de conjuntos. Para Vergnaud (1993, p. 08) essa tríade que estabelece o conceito $C = (S, I, Y)$ é definida como:

S: conjunto das situações que dão sentido ao conceito (referência).

I: conjunto de invariantes em que se baseia a operacionalidade dos esquemas (significado).

Y: conjunto das formas de linguagem (ou não) que permitem representar simbolicamente o conceito, suas propriedades, as situações e os procedimentos de tratamento (significante).

Compreender o funcionamento e o desenvolvimento de um conceito durante o processo de sua aprendizagem ou sua aplicação necessita considerar a tríade que o constitui. Normalmente não existem contradições entre os conjuntos que compõe a tríade, pois não se pode restringir o significado aos significantes nem às situações (VERGNAUD, 1993).

“As concepções básicas da teoria dos campos conceituais vão além do conceito de campo conceitual, do conceito de esquema, de situação, de invariante operatório e da sua concepção de conceito” (MOREIRA, 2002, p. 09). Um campo conceitual é um conjunto de situações que são fundamentadas na análise das funções cognitivas e nas estratégias que podem ser empregadas em cada uma delas.

Por exemplo, o campo das estruturas aditivas, envolve todas as circunstâncias que requerem adição, subtração ou combinação entre estas operações. Entretanto, o campo das estruturas multiplicativas abrange um conjunto

de circunstâncias que requer multiplicação, divisão ou combinações entre tais operações (VERGNAUD, 1993).

Moreira (2002) destaca que a teoria dos campos conceituais pressupõe que o centro do desenvolvimento cognitivo é a conceitualização do real, considerada o elemento essencial da cognição. Ainda segundo o autor, campo conceitual é uma coleção informal e divergente de situações, conceitos, problemas, operações de pensamento, estruturas e relações ligados uns aos outros e, possivelmente, conectados no decorrer do processo de aquisição de conhecimento.

A teoria dos campos conceituais é uma coleção de circunstâncias, cujo controle necessita de diversos conceitos, representações e procedimentos de naturezas diferentes. Os conceitos são estabelecidos por três categorias: na primeira, uma reunião de situações organiza o conceito, na segunda categoria, uma reunião de constantes operatórios dá sentido ao conceito e, na terceira, uma reunião de representações constitui o significante simbólico do conceito (MOREIRA, 2002).

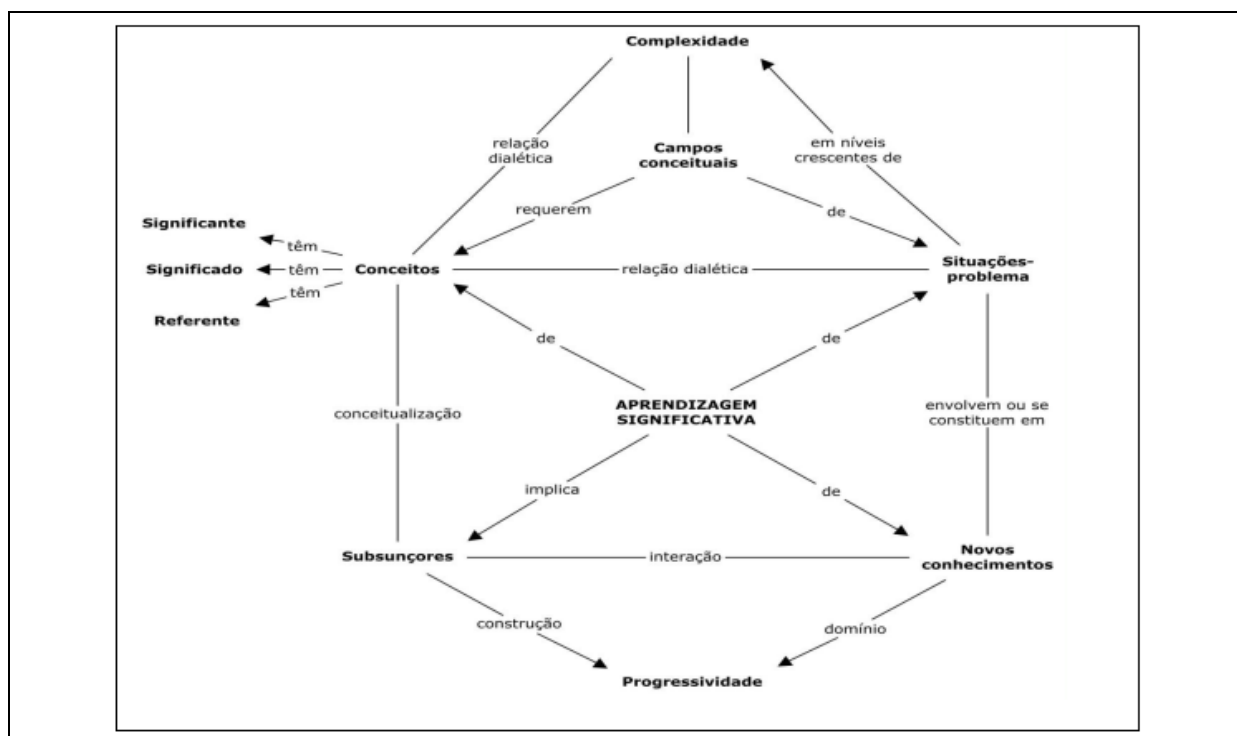
Os conceitos possuem sentidos por meio das situações. Dessa forma, é natural na teoria dos campos conceituais, designar campo conceitual como um conjunto de situações, que tornam o conceito significativo (MOREIRA, 2002). O autor ressalta, que o significado não está apenas nas situações, palavras ou símbolos, mas está numa conexão entre o sujeito, situações, palavras, símbolos e significante. Na teoria dos campos conceituais, os esquemas impreterivelmente se referem a interações, de tal forma que se poderia falar em interações de esquemas e situações, ao invés de interação entre sujeito e objeto (MOREIRA, 2002).

Quando se pretende investigar o processo de formação de um conceito, primeiramente devem-se estabelecer quais são as ideias essenciais vinculadas ao conceito. Com o intuito de estabelecer as concepções dos conceitos de Função Quadrática, é imprescindível às noções de relação entre conjunto, operações com números reais, plano cartesiano, noções de variável, correspondência, dependência, regularidade, generalização, Função Afim e Equação do 2^a grau, que são componentes do campo conceitual das Funções Quadráticas.

Se considerarmos que a aprendizagem com significado configura-se pela relação cognitiva entre o novo conhecimento e conhecimento prévio do aluno,

podemos verificar que há pontos de confluência entre a teoria dos campos conceituais e a teoria da aprendizagem significativa. Na teoria da aprendizagem significativa o *subsunção* é o núcleo do desenvolvimento cognitivo, por outro lado, na teoria dos campos conceituais esse âmago é a conceitualização (MOREIRA, 2011a). Na Figura 2 a seguir verificamos alguns pontos de similaridade entre as duas teorias.

Figura 2 – Pontos de similaridade entre a teoria da aprendizagem significativa e a Teoria dos campos conceituais



Fonte: Moreira (2015, p. 16).

Tanto a teoria da aprendizagem significativa quanto à teoria dos campos conceituais frisam o conhecimento existente na estrutura cognitiva do discente. Porém, a teoria da aprendizagem significativa destaca para que a aprendizagem seja significativa é necessário que os educandos possibilitem os *subsunções* necessários (MOREIRA, 2015). Na visão da teoria dos campos conceituais os esquemas são fundamentais a fim de formalizar um novo conceito (MOREIRA, 2015).

O autor ressalta que o conceito de ancoragem proposto na teoria da aprendizagem significativa apresenta pequena conexão com as interações sujeito

objeto proposta na teoria dos campos conceituais. Outra correlação entre a teoria da aprendizagem significativa e a teoria dos campos conceituais é que o conhecimento se desenvolve ao longo de um período de tempo (MOREIRA, 2015). As habilidades e conceitos aumentam no decorrer de grandes espaços de tempo.

Nesse sentido, propomos essa investigação sobre as implicações metodológicas ao utilizar o *App GeoGebra* para ensinar os conceitos gráficos de Funções Quadráticas, conectados aos conceitos da teoria dos campos conceituais e à teoria da aprendizagem significativa. Desta forma, no próximo subcapítulo são apresentados os conceitos de Funções Quadráticas.

3.4 Funções quadráticas

Para Almeida e Souza (2017) o Ensino de Matemática nos diversos segmentos da Educação Básica ainda se apresenta de forma mecânica, usando recursos apostilados que são muitas vezes descontextualizados e que usam processo de repetição exaustiva sem apresentar significado aos discentes. Esse processo de ensino do conhecimento matemático pode propiciar que os educandos apresentem falta de alguns conhecimentos de matemáticos.

Dessa forma, os educados podem não apresentar os conhecimentos necessários em alguns assuntos de matemática que facilitariam a compreensão dos conceitos de Funções Quadráticas, tais como: Relação entre conjuntos, operações com Números Reais, representação no Plano cartesiano, equações do 1º e 2ª grau, conceito de Função Afim. Por outro lado, vale ressaltar que ainda o processo de Ensino de matemática apresenta uma ausência de uma contextualização ou de integração com outras áreas de conhecimento, para que o conhecimento tenha sentido para os educandos (ALMEIDA; SOUZA, 2017).

Ao comprar pão em uma panificadora, o valor a ser pago depende da quantidade de pães comprados. Nesse sentido, verificamos que o preço a ser pago está em função da quantidade de pães, sendo, portanto, um exemplo de correspondência presente no cotidiano.

Ao estudamos essas correspondências, verificamos que função “é uma relação, onde podemos associar cada elemento de um conjunto, a um único elemento de outro conjunto, ou seja, é toda correspondência existente entre dois ou mais conjuntos de valores” (LIMA *et al.* 2006, p. 127). Entre as funções as mais estudadas no Ensino Médio são: Função Afim, Quadrática, Exponencial, Trigonométricas, etc. Um exemplo de relação entre dois conjuntos pode ser observado no exemplo a seguir.

Meu pai possui 7m de arame e deseja construir um cercado retangular de 4m^2 de área, utilizando o muro do fundo do quintal como um dos lados. Quanto medem os lados desse retângulo?

Para solucionar esse problema, adotemos x a medida comum dos lados do retângulo, que tocam o muro. O outro lado mede $7 - 2x$. Como a área é 4 m^2 , devemos ter $x \cdot (7 - 2x) = 4$. Logo a área é representada pela equação quadrática definida por $7x - 2x^2 = 4$, ou seja $-2x^2 + 7x - 4 = 0$.

Definição 1: Uma função “ $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, chama-se quadrática quando existem números reais a, b, c , com $a \neq 0$, tal que $f(x) = ax^2 + bx + c$, para todo $x \in \mathbb{R}$ ” (LIMA *et al.* 2006, p. 127).

Definição 2: “Os coeficientes **a**, **b**, **c** da Função Quadrática f ficam inteiramente determinados pelos valores que essa função assume. Se $ax^2 + bx + c = a'x^2 + b'x + c'$ para todo $x \in \mathbb{R}$ então $a = a', b = b' e c = c'$ ” (LIMA *et al.*, 2006, p. 127). Observamos a seguir algumas funções quadráticas:

- $f(x) = 2x^2 - 3x - 5$, onde $a = 2$, $b = -3$ e $c = -5$ (1)

- $f(x) = 2x^2 - 9x - 1$, onde $a = 2$, $b = -9$ e $c = -1$ (2)

- $f(x) = 3x^2 + 2x$, onde $a = 3$, $b = 2$ e $c = 0$ (3)

- $f(x) = -x^2 + 4x$, onde $a = -1$, $b = 4$ e $c = 0$ (4)

- $f(x) = -3x^2 + 1$, onde $a = -3$, $b = 0$ e $c = 1$ (5)

Como consequência das definições 1 e 2, se $ax^2 + bx + c = a'x^2 + b'x + c'$ para todo $x \in \mathbb{R}$, tomando $x = 0$, obtém-se $c = c'$. Então, simplificando c e c' , obtém-se $ax^2 + bx = a'x^2 + b'x$ para todo $x \in \mathbb{R}$, essa igualdade vale para todo $x \neq 0$. Cancelando x , encontramos $ax + b = a'x + b'$ para todo $x \neq 0$, se fizemos primeiramente $x = 1$ e posteriormente $x = -1$, obtemos $a + b = a' + b'$ e $-a + b = -a' + b'$ de onde podemos deduzir que $a = b$ e $a' = b'$ (LIMA *et al.*, 2006).

Segundo Lima *et al.* (2006) da consequência das definições 1 e 2 podemos identificar a Função Quadrática por meio de um trinômio do 2º grau, além, de possibilitar enumerar cinco observações importantes para compreensão da definição de Função Quadrática:

- Um trinômio do segundo grau é uma expressão formal $ax^2 + bx + c$ com $a, b, c \in \mathbb{R}$ e $a \neq 0$;
- A expressão formal do trinômio do segundo grau significa que a letra X é apenas um símbolo, sendo x^2 uma alternativa de escrever XX ;
- Pela definição, dois trinômios $ax^2 + bx + c$ e $a'x^2 + b'x + c'$ são iguais toda vez que $a = a', b = b'$ e $c = c'$;
- Um trinômio é um termo ordenado de números reais (**a, b, c**);
- A cada trinômio corresponde à Função Quadrática definida $x \rightarrow ax^2 + bx + c$ é uma correspondência (trinômio) \rightarrow (função quadrática) que é biunívoca;

Definição 3: “Se γ uma raiz da equação $\gamma^2 - s\gamma + p = 0$, portanto $\beta = s - \gamma$ também é uma das raízes da equação” (LIMA *et al.*, 2006, p. 133).

Como γ é uma das raízes da equação, temos que: $\gamma^2 - s\gamma + p = 0$. Substituindo $\beta = s - \gamma$ na equação, temos:

$$(s - \gamma)^2 - s(s - \gamma) + p = 0 \quad (6)$$

$$s^2 - 2s\gamma + \gamma^2 - s^2 - s\gamma + p = 0 \text{ dessa forma conclui-se que } \gamma^2 - s\gamma + p = 0.$$

Existem diversas formas de representar Funções Quadráticas, dentre elas duas são bastante empregadas nos livros didáticos de Ensino Médio e superior, que são a forma fatorada e a forma canônica.

3.4.1 Forma fatorada do trinômio do 2º grau

Suponhamos que γ seja uma das raiz da função $f(x) = ax^2 + bx + c$, na forma fatorada, temos:

$f(\gamma) = a\gamma^2 + b\gamma + c$. Dessa forma, podemos escrever $f(x) = f(x) - f(\gamma)$, então temos:

$f(x) - f(\gamma) = a(x^2 - \gamma^2) + b(x - \gamma) + c - c$, colocando γ e $(x - \gamma)$ em evidência, temos: $f(x) = a(x - \gamma) \left(x + \gamma + \frac{b}{a}\right)$, denotando $-\beta = \gamma + \frac{b}{a}$, temos:

$$f(x) = a(x - \gamma)(x - \beta) \quad (7)$$

A expressão $f(x) = a(x - \gamma)(x - \beta)$ é denotada como a forma fatorada da Função Quadrática. Um dos benefícios da forma fatorada da Função Quadrática é a possibilidade de determinar visualmente, as raízes da função.

Explorando a expressão $f(x) = a(x - \gamma)(x - \beta)$, podemos verificar que a função só se anula quando um dos seus termos for igual a zero. Como a Função é quadrática, é fundamental que o coeficiente $a \neq 0$. Dessa forma, qualquer um dos dois termos deve ser igual à zero, ou seja:

$$x - \gamma = 0 \Leftrightarrow x = \gamma \quad (8)$$

$$x - \beta = 0 \Leftrightarrow x = \beta$$

Outrossim, podemos estudar a variação do sinal da Função Quadrática $f(x) = ax^2 + bx + c$. Se consideramos $a > 0$ e tendo $\gamma < \beta$, teremos $f(x) > 0$ em uma das seguintes situações:

$$x > \beta \text{ ou } x < \gamma \quad (9)$$

Porém, se $a < 0$, para que a função $f(x) > 0$, é fundamental somente que:

$$\gamma < x < \beta \quad (10)$$

Exemplo 1: Vamos estudar o sinal da função $f(x) = 2x^2 - 10x + 12$. Primeiramente, precisamos encontrar os valores numéricos das raízes do trinômio $2x^2 - 10x + 12$.

Seja γ e β , as raízes do trinômio, temos:

$$\gamma + \beta = -\frac{-10}{2} \Rightarrow \gamma + \beta = 5 \quad (11)$$

$$\gamma \cdot \beta = \frac{12}{2} \Rightarrow \gamma \cdot \beta = 6$$

Dessa forma, precisamos descobrir dois números que somados dêem 5 e multiplicados dão 6. Como o produto e a soma são positivos, as duas raízes se existirem também são positivas.

Se enumeramos os pares de números naturais em que o produto é igual a 6, temos:

$$1.6 = 6 \quad (12)$$

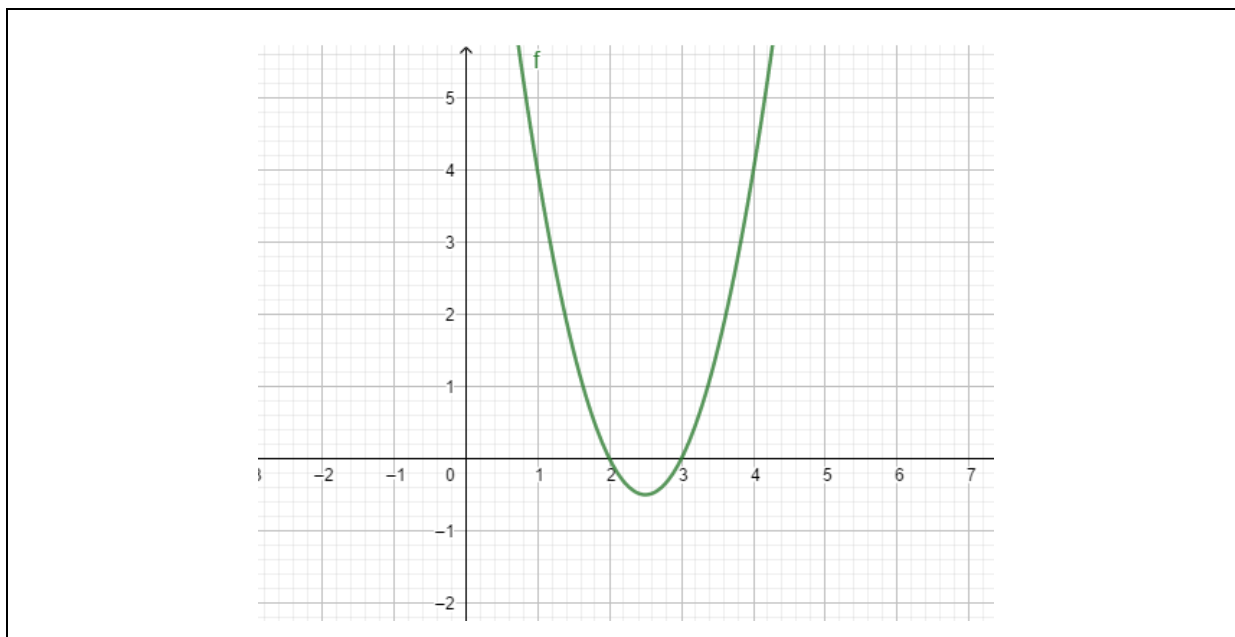
$$2.3 = 6$$

O único par de valores acima em que o produto dê 6 e a soma dê 5, é 2 e 3. Logo $\gamma = 2$ e $\beta = 3$. Substituindo na forma fatorada $f(x) = a(x - \gamma)(x - \beta)$, obtemos:

$$f(x) = a(x - \gamma)(x - \beta) \quad (13)$$

$$f(x) = 2(x - 2)(x - 3)$$

No Gráfico 1, observamos a variação do sinal da função $f(x) = 2x^2 - 10x + 12$ e a representação de suas raízes reais.

Gráfico 1 – Variação do sinal da função $f(x) = 2x^2 - 10x + 12$ 

Fonte: Do autor, com o auxílio do App's *Geogebra* (2019).

Podemos perceber que:

$$f(x) < 0 \Leftrightarrow 2 < x < 3$$

$$f(x) = 0 \Leftrightarrow x = 2 \text{ ou } x = 3 \quad (14)$$

$$f(x) > 0 \Leftrightarrow x < 2 \text{ ou } x > 3$$

3.4.2 Forma canônica do trinômio do 2º grau

Outra forma de representar uma Função Quadrática é por meio da forma canônica, também conhecida como técnica de completação de quadrados. Para aplicarmos a técnica de completar um quadrado, temos de analisar duas situações em que a Função Quadrática pode aparecer. A primeira é quando a Função Quadrática é um trinômio quadrado perfeito, e a segunda situação é quando a Função Quadrática não é um trinômio quadrado perfeito. Vamos demonstrar por alguns exemplos clássicos:

Exemplo 2: Seja a função $f(x) = x^2 + 24x + 144$, vamos comparar o trinômio do 2º grau da função com o desenvolvimento de um quadrado perfeito.

$$(x \pm a)^2 = x^2 \pm 2ax + a^2, \text{ dessa forma, temos:}$$

$$x^2 \pm 2ax + a^2 = x^2 + 24x + 144, \text{ assim,}$$

$$\pm 2ax = 24x \quad (15)$$

$$a = \pm 12$$

Nesse sentido, a função $f(x) = x^2 + 24x + 144$ pode ser escrita na forma canônica com $f(x) = (x \pm 12)^2$.

Exemplo 3: Seja a função $f(x) = x^2 + 4x + 1$, vamos comparar o trinômio do 2º grau da função com o desenvolvimento de um quadrado perfeito.

$$(x \pm a)^2 = x^2 \pm 2ax + a^2, \text{ dessa forma, temos:}$$

$$x^2 \pm 2ax + a^2 = x^2 + 4x + 1, \text{ assim,}$$

$$2ax = 4x \quad (16)$$

$$a = 2$$

Dessa forma, a função $f(x) = x^2 + 4x + 1$ não pode ser escrita na forma canônica com $f(x) = (x + 2)^2$, pois quando desenvolvemos o quadrado perfeito temos:

$x^2 + 4x + 4$, o que é diferente de $x^2 + 4x + 1$. Porém, subtraindo - 3 no desenvolvimento do quadrado perfeito $(x + 2)^2 - 3$, temos:

$f(x) = x^2 + 4x + 4 - 3 \Rightarrow f(x) = (x + 2)^2 - 3$ o que seria a forma canônica da Função Quadrática $f(x) = x^2 + 4x + 1$.

Exemplo 4: Seja a função $f(x) = 2x^2 + 36x - 19$, observe que nos exemplos anteriores o coeficiente “a” do trinômio do 2º grau da função era igual a 1. Nos casos em que o coeficiente $a \neq 1$, temos que dividir todo o trinômio do 2º grau da função pelo valor do coeficiente “a”. Por exemplo:

$$\frac{2x^2 + 36x - 19}{2} \quad (17)$$

Assim, o trinômio do 2º grau da função fica: $f(x) = x^2 + 18x - \frac{19}{2}$. Dessa forma, podemos aplicar o método de completar quadrado e escrever a função na forma canônica. Comparando o trinômio da função com o quadrado perfeito, temos:

$$(x \pm a)^2 = x^2 \pm 2ax + a^2, \text{ dessa forma, temos:}$$

$$x^2 \pm 2ax + a^2 = x^2 + 18x - \frac{19}{2}, \text{ assim,}$$

$$2ax = 18x \quad (18)$$

$$a = 9$$

Como a função $f(x) = x^2 + 18x - \frac{19}{2}$ não pode ser escrita na forma canônica com $f(x) = (x + 9)^2$, pois quando desenvolvemos o quadrado perfeito temos:

$x^2 + 18x + 81$, o que é diferente de $x^2 + 18x - \frac{19}{2}$. Porém, adicionando -81 e $-\frac{19}{2}$ no desenvolvimento do quadrado perfeito $(x + 9)^2$, temos:

$$f(x) = x^2 + 18x + 81 - 81 - \frac{19}{2} \Rightarrow f(x) = (x + 9)^2 - 81 - \frac{19}{2} \quad (19)$$

$f(x) = (x + 9)^2 - \left(81 + \frac{19}{2}\right) \therefore f(x) = (x + 9)^2 - \left(\frac{181}{2}\right)$ o que seria a forma canônica da Função Quadrática $f(x) = x^2 + 18x - \frac{19}{2}$.

Generalizando a forma canônica de uma função $f(x) = ax^2 + bx + c$, com $a \neq 0$. Consideremos o trinômio $ax^2 + bx + c = 0$, colocando o coeficiente a em evidência, temos:

$$a \left[x^2 + \frac{bx}{a} + \frac{c}{a} \right] \quad (20)$$

As duas primeiras parcelas dentro do colchete são as mesmas do desenvolvimento do quadrado $\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 = x^2 + \frac{2bx}{2a} + \frac{b^2}{4a^2}$. Completando o quadrado, podemos escrever:

$$ax^2 + bx + c = a \left[x^2 + \frac{2bx}{2a} + \frac{b^2}{4a^2} - \frac{b^2}{4a^2} + \frac{c}{a} \right] \quad (21)$$

Agrupando os termos temos:

$$ax^2 + bx + c = a \left[\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 + \frac{4ac - b^2}{4a^2} \right] \quad (22)$$

Essa maneira de escrever o trinômio do segundo grau, chamamos de forma canônica, que possui alguns efeitos. Um deles, é a condução imediata a fórmula que dá as raízes da equação $ax^2 + bx + c = 0$, com $a \neq 0$ possui as seguintes equivalências (LIMA *et al.*, 2006).

$$ax^2 + bx + c = 0 \Leftrightarrow \left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 + \frac{4ac - b^2}{4a^2} \quad (23)$$

$$\Leftrightarrow \left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 = \frac{b^2 - 4ac}{4a^2}$$

Extraindo a raiz quadrada do segundo membro da igualdade, temos:

$$\Leftrightarrow x + \frac{b}{2a} = \pm \sqrt{\frac{b^2 - 4ac}{4a^2}}$$

$$\Leftrightarrow x + \frac{b}{2a} = \pm \frac{\sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \quad (24)$$

$$\Leftrightarrow x = -\frac{b}{2a} \pm \frac{\sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

A passagem da linha (23) para linha (24) só tem sentido quando o discriminante $\Delta = b^2 - 4ac$, for maior ou igual a zero, ou seja, $\Delta \geq 0$. Caso o discriminante $\Delta < 0$, a equivalência entre as linhas (23) e (24) significa que a equação dada não possui solução real, pois o quadrado de $x + \frac{b}{2a}$ não pode ser negativo (LIMA *et al.*, 2006). O método de completar o quadrado possui aplicações em outra questão matemática relacionada às raízes reais de uma Função Quadrática.

3.4.3 Raízes da função quadrática

As raízes de uma Função Quadrática são os valores reais de x , para os quais $f(x) = 0$, e conseqüentemente, as soluções da equação do segundo grau (IEZZI;

MURAKAMI, 2013). Na sequência, são apresentadas duas formas de encontrar as raízes reais de uma Função Quadrática.

Uma forma pode ser obtida por meio da forma canônica do trinômio do segundo grau. Se o discriminante $\Delta = b^2 - 4ac$ é positivo, a equação $ax^2 + bx + c = 0$ possui duas raízes reais e distintas (LIMA *et al.*, 2006).

$$\gamma = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} \quad (25)$$

$$\beta = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a},$$

Segundo Lima *et al.* (2006, p. 137) “quando $\Delta = 0$, a equação dada possui uma única raiz, chamada raiz dupla, igual $-\frac{b}{2a}$ ”. Outra forma de encontrar as raízes da Função Quadrática é encontrar pelo método da soma e produto das raízes reais. Consideremos o discriminante $\Delta = b^2 - 4ac$, $\gamma = \frac{-b - \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$ e $\beta = \frac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$. Pela soma das raízes, temos:

$$\gamma + \beta = \frac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} + \frac{-b - \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$\gamma + \beta = \frac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac} - b - \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \quad (26)$$

$$\gamma + \beta = \frac{-2b}{2a}$$

$$\gamma + \beta = \frac{-b}{a}$$

Pelo produto das raízes, temos:

$$\gamma \cdot \beta = \left(\frac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \right) \cdot \left(\frac{-b - \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \right)$$

$$\gamma \cdot \beta = \frac{(-b)^2 - b\sqrt{b^2 - 4ac} + b\sqrt{b^2 - 4ac} - (\sqrt{b^2 - 4ac})^2}{(2a)^2}$$
(27)

$$\gamma \cdot \beta = \frac{b^2 - b^2 + 4ac}{4a^2}$$

$$\gamma \cdot \beta = \frac{4ac}{4a^2}$$

$$\gamma \cdot \beta = \frac{c}{a}$$

Exemplo 5: Seja a função $f(x) = x^2 + 9x + 14$, tomando $f(x) = 0$ teremos o trinômio $x^2 + 9x + 14 = 0$. É uma equação do segundo grau que possui duas raízes reais que de acordo com a relação soma e produto das raízes.

Pela soma das raízes, temos:

$$\gamma + \beta = \frac{-b}{a}$$
(28)

$$\gamma + \beta = \frac{-9}{1}$$

$$\gamma + \beta = -9$$

Pelo produto das raízes, temos:

$$\gamma \cdot \beta = \frac{c}{a}$$

$$\gamma \cdot \beta = \frac{14}{1}$$
(29)

$$\gamma \cdot \beta = 14$$

Nesse sentido, teremos que encontrar dois números reais que, somados, dê - 9 e que multiplicados seja 14. Dessa forma, o trinômio $x^2 + 9x + 14 = 0$ apresentam como solução os números - 2 e - 7 que são as raízes da equação.

3.4.4 Vértices do gráfico da função quadrática

O gráfico da Função Quadrática possui alguns itens importantes que são as raízes e o vértice. Segundo Iezzi e Murakami (2013), as raízes são os pontos em que o gráfico da Função Quadrática intercepta o eixo das abscissas e o vértice que é o ponto de *monotonicidade* do gráfico, ou seja, o gráfico passa de decrescente para crescente, ou de crescente para decrescente.

Suponhamos que $a > 0$. A forma canônica $f(x) = ax^2 + bx + c = a \left[\left(x + \frac{b}{2a} \right)^2 + \frac{4ac - b^2}{4a^2} \right]$, exibe, no interior dos colchetes, uma soma de duas parcelas. A primeira depende de x e é sempre menor ou igual a zero. A segunda é constante. O menor valor dessa soma é atingido quando $\left(x + \frac{b}{2a} \right)^2$ é igual a zero, ou seja, quando $x = -\frac{b}{2a}$ (LIMA *et al.*, 2006).

Dessa forma, quando $a > 0$, o menor valor assumido por

$$f(x) = ax^2 + bx + c \quad \text{e} \quad (30)$$

$$f\left(-\frac{b}{2a}\right) = c - \frac{b^2}{4a}$$

Se $a < 0$, o valor $f\left(-\frac{b}{2a}\right)$ é o maior número $f(x)$, para qualquer $x \in \mathbb{R}$. “Quando $a > 0$, $f(x) = ax^2 + bx + c$ não assume valor máximo: é uma função limitada superiormente. Analogamente, quando $a < 0$, $f(x) = ax^2 + bx + c$ não

assume valor mínimo: é uma função limitada inferiormente” (LIMA *et al.*, 2006, p. 138).

A forma canônica da Função Quadrática $f(x) = ax^2 + bx + c$ nos permite responder a seguinte dúvida. Para quais valores $x \neq x'$ da Função Quadrática $f(x) = ax^2 + bx + c$, se tem $f(x) = f(x')$?

Analisando a forma canônica, observamos que $f(x) = f(x')$ se, e somente se,

$$\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 = \left(x' + \frac{b}{2a}\right)^2 \quad (31)$$

Como estamos considerando que $x \neq x'$, isto que dizer:

$$x' + \frac{b}{2a} = - \left(x + \frac{b}{2a}\right), \text{ isto é:}$$

$$x' + x = - \frac{b}{2a} - \frac{b}{2a} \quad (32)$$

$$x' + x = - \frac{2b}{2a}$$

$$\frac{x+x'}{2} = - \frac{b}{2a}$$

Assim sendo, a Função Quadrática $f(x) = ax^2 + bx + c$ evidência o mesmo valor $f(x) = f(x')$ para $x \neq x'$, tão somente, quando os pontos x e x' são equidistantes de $-\frac{b}{2a}$ (LIMA *et al.*, 2006).

Vale considerar que em uma Função Quadrática, o vértice será ponto de mínimo para a função quando o coeficiente $a > 0$, onde a concavidade do gráfico

será voltada para cima, e ponto de máximo da função quando o coeficiente $a < 0$, onde a concavidade do gráfico será voltada para baixo (SOUSA, 2013). Dessa forma, o vértice possuirá coordenadas no eixo das abscissas e das ordenadas denotadas por x_v e y_v . Como o gráfico da Função Quadrática é simétrico em relação ao seu eixo focal, é possível determinar a coordenada do x_v por meio de uma média aritmética de suas raízes. Assim temos:

$$\begin{aligned}
 x_v &= \frac{x' + x''}{2} \\
 x_v &= \frac{\frac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} + \frac{-b - \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}}{2} \\
 x_v &= \frac{\frac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac} - b - \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}}{2} \\
 x_v &= \frac{-2b}{2a} \\
 \therefore x_v &= \frac{-b}{2a}
 \end{aligned} \tag{33}$$

Para encontrar o valor do y_v do gráfico da Função Quadrática, basta determinar o valor de $f(x_v)$, da função $f(x) = ax^2 + bx + c$. Assim, temos:

$$\begin{aligned}
 f(x_v) &= ax^2 + bx + c \\
 \Rightarrow f\left(\frac{-b}{2a}\right) &= a \cdot \left(\frac{-b}{2a}\right)^2 + b \cdot \left(\frac{-b}{2a}\right) + c \\
 \Rightarrow f\left(\frac{-b}{2a}\right) &= \left(\frac{ab^2}{4a^2}\right) - \left(\frac{b^2}{2a}\right) + c \\
 \therefore f\left(\frac{-b}{2a}\right) &= \left(\frac{b^2}{4a}\right) - \left(\frac{b^2}{2a}\right) + c
 \end{aligned} \tag{34}$$

$$\therefore f\left(\frac{-b}{2a}\right) = \frac{b^2 - 2b^2 + 4ac}{4a}$$

$$\therefore f\left(\frac{-b}{2a}\right) = \frac{-b^2 + 4ac}{4a}$$

Denotando o discriminante $\Delta = b^2 - 4ac$, logo: $-\Delta = -b^2 + 4ac$. Assim, temos:

$$f\left(\frac{-b}{2a}\right) = y_v \tag{35}$$

$$y_v = \frac{-\Delta}{4a}$$

Dessa forma, o vértice do gráfico da função quadrática é o ponto:

$$V = \left(\frac{-b}{2a} ; \frac{-\Delta}{4a}\right). \tag{36}$$

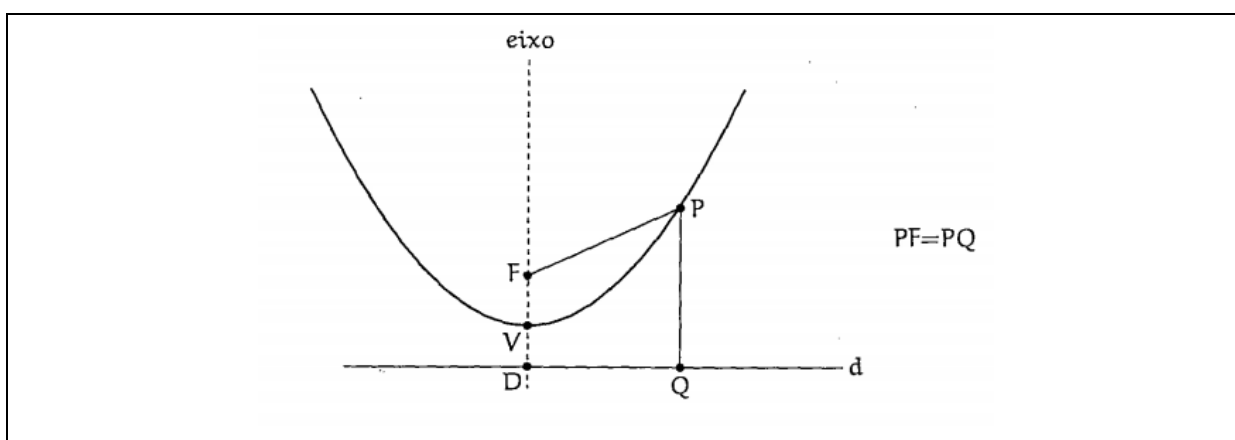
Quando procuramos entender o comportamento de algumas curvas, muitas vezes compreender referência a respeito do tamanho ou posições de um objeto, precisamos modificar de sistema de coordenada. Existem distintos sistemas de coordenadas, tais como: Coordenadas Polares, Coordenadas Esféricas; Coordenadas Cilíndricas; Coordenadas Cartesianas Bidimensionais; Coordenadas Cartesianas Tridimensionais. Na próxima secção apresentaremos algumas considerações de mudanças de coordenadas no \mathbb{R}^2 para representar a Função Quadrática.

3.4.5 Gráfico da função quadrática

O gráfico de uma Função Quadrática é uma curva denominada parábola. A parábola é uma seção cônica construída pela interseção de uma superfície cônica com um plano paralelo à geratriz do cone. As parábolas estão presentes no cotidiano em diversas áreas e aplicações práticas, tais como: nos faróis de automóveis, nos radares, lanternas, antenas parabólicas, no lançamento de uma bola, na estruturação arquitetônica, etc.

Definição 4: “Dados um ponto **F** e uma reta **d** que não o contém, a parábola de foco **F** e diretriz **D** é o conjunto dos pontos do plano que distam igualmente de **F** e de **D**” (LIMA *et al.*, 2006, p. 139, grifo do autor). Há alguns elementos essenciais para a construção da mesma, tais como: as raízes, as coordenadas do vértice e a simetria.

Gráfico 2– Definição geométrica de Parábola



Fonte: Lima *et. al* (2006, p. 140).

Como consequência da definição a reta perpendicular à diretriz (**D**), baixada a partir do foco (**F**), denomina-se eixo da parábola. E o ponto da parábola mais próximo da diretriz (**D**) chama-se o vértice (**V**) dessa parábola. Ele é o ponto médio do segmento cujas extremidades são o foco e a interseção do eixo com a diretriz (LIMA *et al.*, 2006).

Como consequência da definição 4, o gráfico de qualquer função quadrática $f(x) = ax^2 + bx + c$ é uma parábola, cuja diretriz é a reta horizontal, $y = \frac{4ac - b^2 - 1}{4a}$

e cujo foco é o ponto $F = \left(\frac{-b}{2a}, \frac{4ac - b^2 + 1}{4a} \right)$ (LIMA *et al.*, 2006). Esta parábola tem sua concavidade voltada para cima se $a > 0$ ou para baixo se $a < 0$.

Com consequência, a forma canônica do trinômio $ax^2 + bx + c$ nos possibilita $ax^2 + bx + c = a(x - m)^2 + k$, no qual se tem que:

$$m = \frac{-b}{2a} \quad \text{e} \quad k = \frac{4ac - b^2}{4a}. \quad (37)$$

O ponto do gráfico da Função Quadrática $f(x) = ax^2 + bx + c$ mais próximo da diretriz (**D**) é aquele de abscissa $x = \frac{-b}{2a}$. Neste ponto a função $f(x)$ alcança seu valor mínimo quando $a > 0$ e seu valor de máximo quando $a < 0$. Também quando $x = \frac{-b}{2a}$, o ponto $(x, f(x))$ é o vértice da parábola que estabelece o gráfico da função $f(x)$ (LIMA *et al.*, 2006).

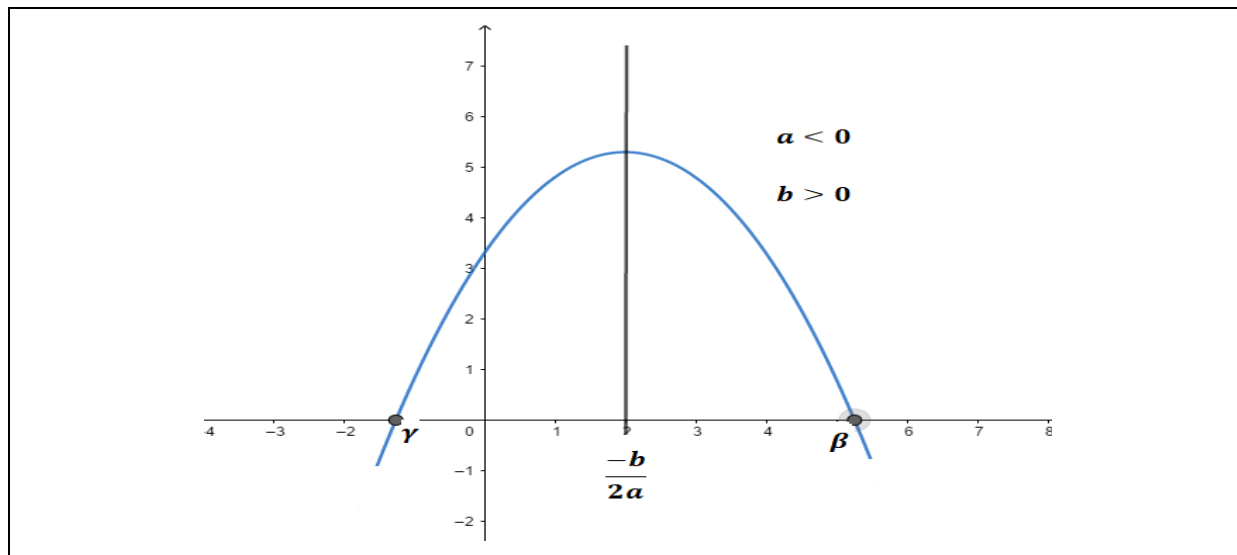
As características expressas anteriormente, na qual a Função Quadrática $f(x) = ax^2 + bx + c$ assume valores iguais para $f(x) = f(x')$, se, e somente se, os pontos x e x' são simétricos em relação a $\frac{-b}{2a}$, ou seja, $x + x' = \frac{-b}{a}$. Isso significa que a reta vertical $x = \frac{-b}{2a}$ é um eixo de simetria do gráfico da função $f(x)$ mais pontualmente, é o eixo dessa parábola (LIMA *et al.*, 2006).

O gráfico da Função Quadrática $f(x) = ax^2 + bx + c$ é um elemento de grande importância para entender o comportamento desta função. As abscissas γ e β dos pontos onde o gráfico da função intersecta o eixo OX são as raízes da equação $ax^2 + bx + c = 0$.

No gráfico 3, observamos que o ponto médio do segmento $[\gamma, \beta]$ é a abscissa do vértice da parábola. Se o gráfico está inteiramente acima, ou inteiramente abaixo do eixo horizontal OX, a equação não possui raízes. Se o gráfico apenas tangencia o eixo OX, a equação possui uma única raiz dupla. Se $\gamma < x < \beta$ então $f(x)$ tem sinal contrário ao sinal do coeficiente a ; se $x < \gamma$ ou $x > \beta$ então $f(x)$ possui o

mesmo sinal do coeficiente **a**. Estas e outras conclusões resultam imediatamente da análise do gráfico da função quadrática (LIMA *et al.*, 2006).

Gráfico 3 – Eixo de simetria da Parábola



Fonte: Do autor, com o auxílio do App's Geogebra (2019).

As características do gráfico da Função Quadrática, $f(x) = ax^2 + bx + c$, dependem dos valores dos coeficientes **a**, **b** e **c** da função. Dessa forma, temos:

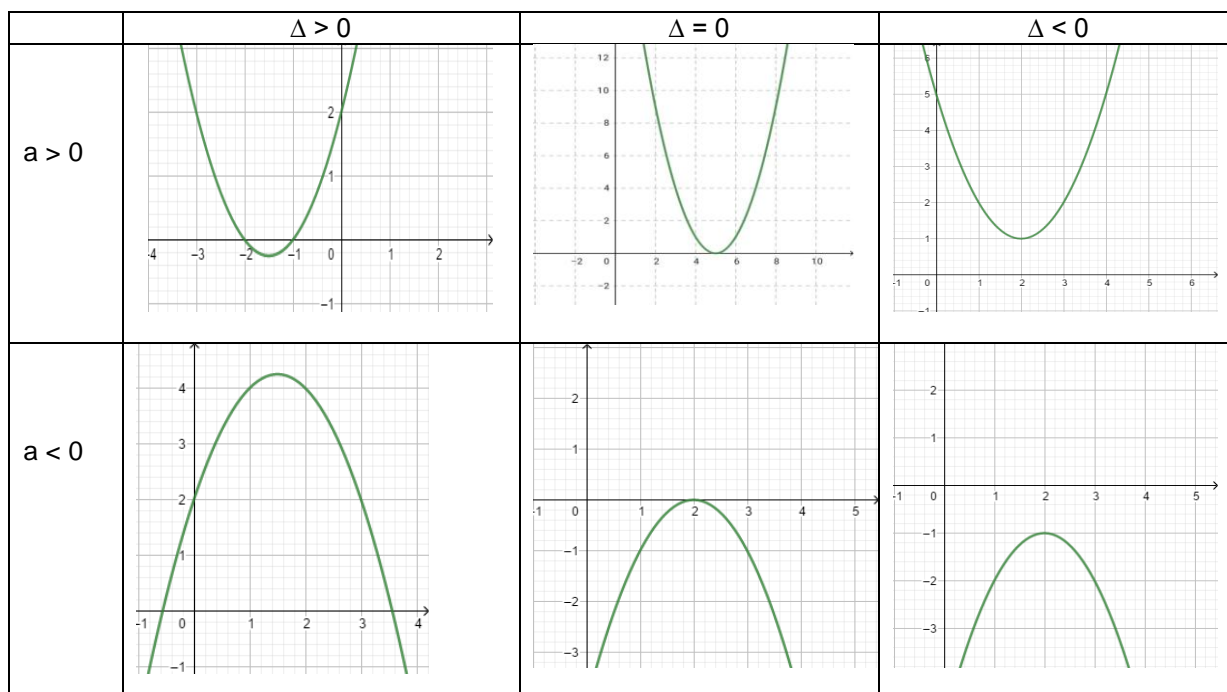
- O coeficiente **a** se relaciona à concavidade e “abertura” da parábola. Se **a** > 0, o gráfico da parábola terá concavidade voltada para cima e o vértice será ponto de mínimo; se **a** < 0, o gráfico da parábola terá concavidade voltada para baixo, racionando em torno do eixo das abscissas e o vértice será ponto de máximo (SOUSA, 2013).
- O coeficiente **b** indica se a parábola intercepta o eixo das ordenadas de forma decrescente ou crescente. Se **b** > 0, a intersecção gráfica é crescente. Se **b** < 0, a intersecção gráfica é decrescente. Caso **b** = 0, a intersecção é simétrica ou reta (SOUSA, 2013).
- O coeficiente **c** é denominado termo independente da Função Quadrática, ele indica o ponto em que a parábola intercepta o eixo das ordenadas. Assim, se **c** = - 4, o gráfico interceptará em (0, - 4); se **c** = 5, o gráfico interceptará em (0, 5); caso **c** = 0 o gráfico da parábola irá interceptar na origem das coordenadas, ou seja, no ponto (0, 0) (SOUSA, 2013).

Dessa forma, podemos notar claramente nos três coeficientes **a**, **b** e **c** e na forma canônica $f(x) = ax^2 + bx + c = a \left[\left(x + \frac{b}{2a} \right)^2 + \frac{4ac - b^2}{4a^2} \right]$, em que:

- O coeficiente **a** é responsável pela abertura e concavidade da parábola;
- A coordenada do $x_v = \frac{-b}{2a}$ é responsável pelo deslocamento horizontal do gráfico;
- A coordenada do $y_v = \frac{4ac - b^2}{4a}$ é responsável pelo deslocamento vertical do gráfico;

O Quadro 8 resume as características do gráfico da função $f(x) = ax^2 + bx + c$.

Quadro 8 – Resumo das características do gráfico da Função Quadrática



Fonte: Do autor, com o auxílio do App's *Geogebra* (2019).

Após fundamentar essa tese sob os olhares de diferentes pesquisadores e descrever o contexto que envolve o Ensino de Matemática e suas particularidades no ambiente tecnológico, enfatizar o App *GeoGebra*, caracterizar a teoria da aprendizagem significativa e dos campos conceituais e prosseguir com o entendimento de Funções Quadráticas, apresentamos os procedimentos metodológicos que propiciarão a verificação dos dados aplicáveis nesta investigação.

4 PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS

Este capítulo discorre a respeito do detalhamento da pesquisa, seu delineamento e a sua organização metodológica. Expõe-se onde foi desenvolvida a pesquisa, as atividades realizadas, o aplicativo de celular e os instrumentos que foi utilizados para a realização da mediação pedagógica e como será feita a coleta de dados.

4.1 Caracterização da pesquisa

A organização dessa investigação deu-se por meio de uma triangulação metodológica entre um delineamento quase-experimental, pois os grupos de estudantes não foram escolhidos aleatoriamente, uma análise textual discursiva das respostas dos alunos e das observações contidas no diário de campo do pesquisador. A essência da metodologia de abordagem dessa pesquisa foi uma aproximação à metodologia fenomenológica, conforme as concepções de Bogdan e Biklen (1994).

A fenomenologia procura compreender o sentido que as interações e acontecimentos possuem para as pessoas comuns em situações específicas (BOGDAN; BIKLEN, 1994). As implicações obtidas por meio da fenomenologia colocam à disposição diversas formas de compreender as experiências, em função das interações com outras pessoas e situações dando assim, significado à realidade

que, por conseguinte é socialmente construída (BOGDAN; BIKLEN, 1994). Quanto à forma de abordagem desta pesquisa, foi qualitativa, com complementação quantitativa na análise dos resultados.

Segundo Borba e Araújo (2013), a pesquisa qualitativa integra as sensações, opiniões e ideias do sujeito, permitindo que as pessoas expressem seus pensamentos em relação ao assunto abordado. Na abordagem qualitativa considera-se que existe uma conexão entre o mundo real e o discente, considerando que o conhecimento não se produz apoiado em dados isolados ou dissociado da realidade.

O interesse essencial da pesquisa qualitativa está na interpretação dos significados construídos pelos sujeitos, onde o pesquisador procura universalizar conceitos por meio de estudos intensos de casos particulares e com a confrontação desses casos com outras pesquisas de grande profundidade (MOREIRA, 2011b). A pesquisa qualitativa não envolve a utilização de variáveis, nem a análise experimental, e sim um estudo do fenômeno no seu suceder natural quando o indivíduo interage com outros, atribuindo significado à realidade (MOREIRA, 2011b).

A pesquisa qualitativa tem interesse primordial na interpretação dos significados da realidade construída em um contexto social, fazendo uso de elementos como a narrativa, observações, anotações, análise de documentos e interpretações (MOREIRA, 2011b). Na pesquisa qualitativa a origem principal dos dados é o ambiente natural, tendo o investigador como elemento essencial da pesquisa.

Os investigadores qualitativos destinam uma grande quantidade de tempo em escolas, bairros, famílias ou outros locais procurando solucionar os problemas de investigação educacional (BOGDAN; BIKLEN, 1994). Para esses autores, na pesquisa qualitativa, os locais de investigação contribuem para compreender as ações no contexto habitual de acontecimento.

Segundo Bogdan e Biklen (1994), o local de investigação deve ser compreendido no contexto da história das instituições no qual estão inseridas. A pesquisa qualitativa interessa-se mais com a metodologia de investigação que pelos resultados produtos oriundos das investigações (BOGDAN; BIKLEN, 1994). Nesse

sentido, esta pesquisa irá completar a análise dos resultados com uma abordagem quantitativa dos dados, a fim de considerar as interpretações, reflexões e experiências vivenciadas pelos discentes e pelo investigador.

A pesquisa quantitativa emprega distintas técnicas estatísticas para mensurar dados e opiniões de certo objeto de estudo (GIL, 2008). A metodologia quantitativa é empregada para conceber e evidenciar o raciocínio lógico e todos os conhecimentos que seja capaz de mensurar a respeito dos experimentos dos seres humanos (GIL, 2008).

Gil (2008, p. 17) ressalta que a pesquisa quantitativa “fundamenta-se na aplicação da teoria da probabilidade e constitui importante auxílio para a investigação [...]”. A pesquisa quantitativa emprega distintos meios de coleta dos dados, como entrevistas individuais, questionários de múltipla escolha, que devem apresentar perguntas objetivas e claras, e outros recursos, que precisam ser empregados com precisão, com o objetivo de alcançar a confiança essencial dos resultados (GIL, 2008).

Por meio da metodologia quantitativa, é possível definir, em formas numéricas, a probabilidade de precisão de acerto de determinadas conclusões relacionadas a uma investigação, assim como a margem de erro encontrado (GIL, 2008). A metodologia quantitativa “fornece considerável reforço às conclusões obtidas, sobretudo mediante a experimentação e a observação” (GIL, 2008, p. 17). Assim, algumas áreas da psicologia e da educação fundamentam suas pesquisas na aplicação do método quantitativo.

Para Gil (2008, p. 17) na metodologia quantitativa “[...] há que se considerar, porém, que as explicações obtidas mediante a utilização do método estatístico não podem ser consideradas absolutamente verdadeiras, mas dotadas de boa probabilidade de serem verdadeiras”. Por outro lado, Moreira e Rosa (2009) ressaltam que a metodologia quantitativa procura esclarecer causas de transformações em fatores sociais por meio de testes objetivos e analíticos, procurando a previsão e controle de eventos universais e abstratos por meio da generalização estatística de amostras de uma população.

Com base no objetivo de investigação, esta pesquisa foi exploratória, a fim de buscar familiarização com o objeto de estudo. Uma das finalidades da pesquisa exploratória é “desenvolver, esclarecer e modificar conceitos e ideias, tendo em vista a formulação de problemas mais precisos ou hipóteses pesquisáveis para estudos posteriores” (GIL, 2008, p. 27).

A pesquisa exploratória possibilita a explicação de fenômenos que a princípio não eram concebidos no cenário científico, além de propiciar a descoberta de novas hipóteses, fórmulas ou fenômenos (GIL, 2008). As “pesquisas exploratórias são desenvolvidas com o objetivo de proporcionar visão geral, de tipo aproximativo, acerca de determinado fato [...]” (GIL, 2008, p. 27).

Em relação ao delineamento dos meios técnicos do desenvolvimento da investigação, esta aproximar-se-á ao delineamento quase-experimental e ao estudo de caso: quase-experimental, pois os grupos não foram escolhidos aleatoriamente; estudo de caso, pois foi desenvolvida na mesma unidade educacional. Para Moreira e Rosa (2009, p. 37) “entende-se por delineamento de uma pesquisa ao conjunto composto pelo plano de trabalho do pesquisador, a maneira como este seleciona as suas amostras e analisa os seus dados [...]”. Moreira e Rosa (2009, p. 39, grifo nosso) ressaltam que os

Delineamentos que oferecem pouco ou nenhum controle das variáveis pertinentes são chamados de *delineamentos não-experimentais* ou *pré-experimentais*. Por outro lado, delineamentos que oferecem alto grau de controle são chamados de *delineamentos experimentais*. Por fim, **delineamentos que oferecem grau de controle em nível médio, porém sem oferecer controle nos níveis da categoria anterior, são chamados de *delineamentos quase-experimentais*.**

Todos os delineamentos quase-experimentais necessitam do controle e do rigor presente no delineamento experimental, porém podem ser aplicados no momento em que a ocasião não permite a aplicação verdadeira do delineamento experimental (MOREIRA; ROSA, 2009). Para o desenvolvimento dessa pesquisa foi empregado o delineamento tipo 9 de grupo de controle não equivalente proposto por Campbell e Stanley (1979). Campbell e Stanley (1979) ressaltam que no delineamento quase-experimental do tipo 9 não há a equivalência amostral no grupo controle e no grupo experimental, os grupos são reunidos naturalmente, como por exemplo em turmas escolares.

O controle exercido pelo pesquisador consistiu apenas em decidir qual grupo recebeu o tratamento, ou seja, fora submetido às atividades com o *App GeoGebra* e quando recebeu esse tratamento. Nesse sentido, a pesquisa foi desenvolvida em 4 (quatro) turmas que foram a população da investigação. Por meio de um sorteio aleatório foram escolhidos 2 (duas) turmas que fizeram uso do *App GeoGebra* na exploração de conceitos gráficos de Funções Quadráticas e 2 (duas) turmas que foram submetidos a aulas clássicas no estudo dos conceitos gráficos de Funções Quadráticas.

Esta investigação é considerada como um estudo de caso, pois foi desenvolvida em um mesmo estabelecimento de ensino, com 4 (quatro) turmas do 1º ano do Ensino Médio. Segundo Goldenberg (2004, p. 34) “o termo estudo de caso vem de uma tradição de pesquisa médica e psicológica, na qual se refere a uma análise detalhada de um caso individual [...]”.

Advindo das práticas médicas, o estudo de caso passou a ser uma das fundamentais categorias de pesquisa qualitativa em educação (GOLDENBERG, 2004). O estudo de caso não é uma metodologia exclusiva, porém uma investigação integral que pode ser de um indivíduo, uma família, classe de aula, instituição de ensino ou de um grupo social específico, com a finalidade de entendê-los em suas particulares situações (GOLDENBERG, 2004).

De acordo com Goldenberg (2004), o estudo de caso compreende a maior quantidade detalhada de informações, por meio de distintos procedimentos de investigação, com a finalidade de descrever e compreender a diversidade de um caso específico e real. Por meio de “um mergulho profundo e exaustivo em um objeto delimitado, o estudo de caso possibilita a penetração na realidade social, não conseguida pela análise estatística” (GOLDENBERG, 2004, p. 34).

Com base na forma de coleta e análise dos dados, esta investigação teve característica de estudo longitudinal, pois se analisou a população ao longo de algumas semanas. O estudo longitudinal demanda a destinação de mais recursos e tempo, porém pode delinear as relações de causa e efeito entre as variáveis em estudo. Esse fator pode ser evidenciado pela utilização de grupo controle (GIL, 2008).

Nesse sentido, no desenvolvimento desta investigação, fez uso de observações registradas no diário de campo do pesquisador, de um questionário prévio com problemas de múltipla escolha envolvendo os *subsunçores* de Funções Quadráticas, de atividades com o *App GeoGebra* abordando conceitos gráficos de Funções Quadráticas, de atividades clássicas apresentando conceitos gráficos de Funções Quadráticas e de um questionário de avaliação com problemas de múltipla escolha abordando os conceitos gráficos de Funções Quadráticas. Em todas as questões do questionário prévio, da atividade com o *App GeoGebra* e do questionário de avaliação foi destinado um espaço para o discente expressar o motivo da seleção da alternativa, ou seus argumentos na solução das questões.

4.2 Delineamento da pesquisa

O desenvolvimento desta pesquisa qualitativa e quantitativa deu-se com alunos de quatro turmas do 1º ano do Ensino Médio da Escola Estadual General Azevedo Costa, no ano letivo de 2019, trabalhando com o conteúdo de Função Quadrática por meio do aplicativo de celular *GeoGebra*. Cabe destacar que possuímos o termo de concordância e autorização para a realização da pesquisa (APÊNDICE A), esclarecendo quanto ao uso do nome da Instituição na tese.

A escolha pelo tema se justifica pelas diversas legislações em âmbito federal, estadual e municipal que proíbem o uso de aparelhos celular em ambiente educacional. Em contrapartida, alicerçado no estado da arte desta investigação, ressaltamos que não há muitos estudos que versem a respeito de aplicação de aparelhos celular como princípio pedagógico. Além desse fato, o estudo de Funções Quadráticas é um dos temas de fundamental importância na aplicação de situações do cotidiano do educando.

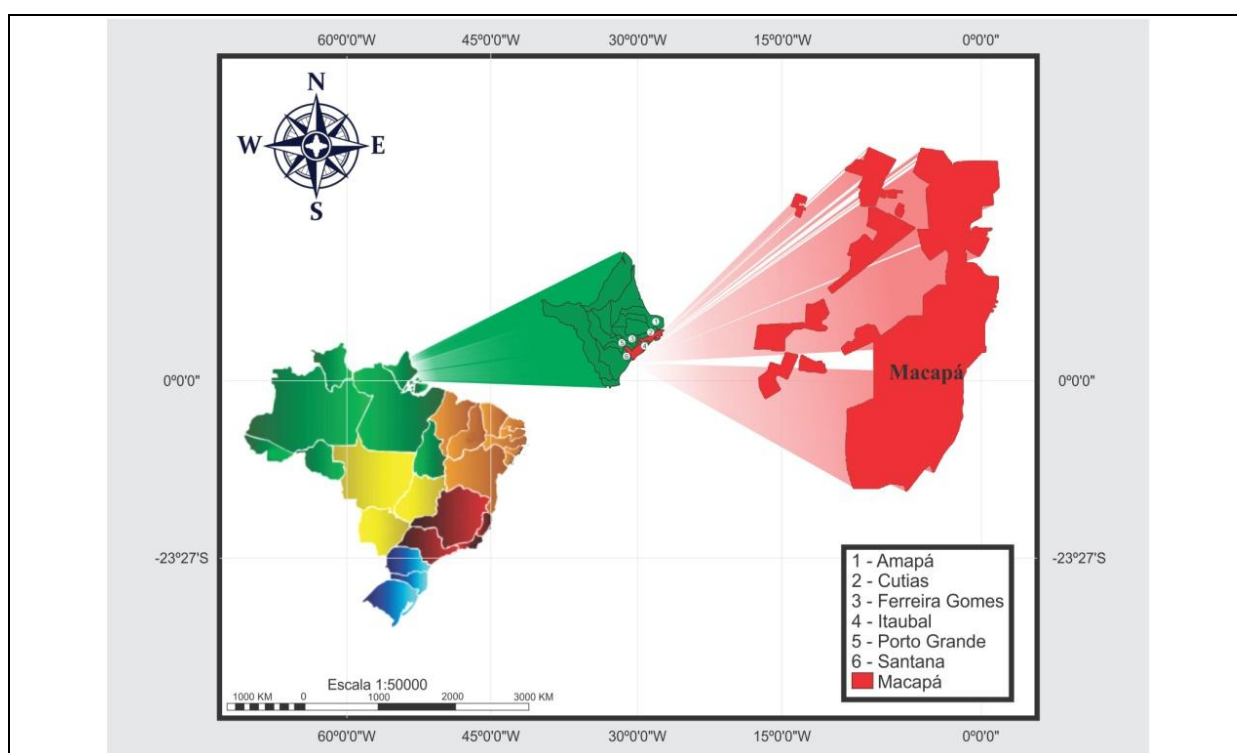
Ressalta-se ainda que a preocupação é com a formação dos discentes, buscando que o processo de construção do conhecimento possa ter significado e sentido real. As atividades foram desenvolvidas nas quatro turmas de 1º ano do Ensino Médio do turno da manhã e tarde, durante as aulas de Matemática,

oportunizando aos discentes diferentes metodologias no ensino de Funções Quadráticas.

Participaram desta pesquisa todos os alunos das 4 (quatro) turmas, sendo 112 discentes no total, na qual 2 (duas) turmas integraram o grupo controle e as outras 2 (duas) turmas o grupo experimental. As turmas T¹ e T² integravam o grupo controle, compostas de 28 alunos e 26 alunos respectivamente e as turmas T³ e T⁴ constituíam o grupo experimental com 30 alunos e 28 alunos na devida ordem. As atividades de pesquisa foram realizadas no turno e horário das aulas de Matemática durante trinta e duas (32) aulas no total de cinquenta (50) minutos cada.

Na Figura 3, é possível identificar a localização geográfica do município de Macapá, cidade em que está localizada a escola lócus de investigação. A cidade de Macapá é capital do Estado do Amapá, situando-se ao sudeste do estado do Amapá. É a única capital brasileira banhada pelo rio Amazonas e cortada pela linha imaginária do Equador, sendo um dos fundamentais centro político, econômico e cultural do Estado.

Figura 3 – Localização do município de Macapá – AP



Fonte: Do autor (2018).

A Escola Estadual General Azevedo Costa é um estabelecimento de ensino que atua no Ensino Fundamental e Médio. Está localizada na Av. José Antônio Siqueira, 111, no Bairro Julião Ramos, Macapá – AP, próximo ao centro da capital. É mantida pelo poder Público Estadual (Governo do Estado do Amapá), além de receber recursos Federais do Fundo Nacional de Desenvolvimento da Educação (FNDE), administrados pela Secretaria de Estado da Educação.

A Escola atende a modalidade de Ensino Regular nos níveis de Ensino Fundamental, Médio e Educação de Jovens e Adultos, no período matutino, vespertino e noturno. No ano letivo de 2019, a escola atendeu 811 alunos nos três períodos, distribuídos da seguinte forma: 75 alunos no segundo segmento do Ensino Fundamental, 609 alunos do Ensino Médio e 127 alunos na Educação de Jovens e Adultos. Na Figura 4, observa-se parte das instalações da Escola Estadual General Azevedo Costa.

Figura 4 – Escola Estadual General Azevedo Costa



Fonte: Escola Estadual General Azevedo Costa (2016).

Procurando alcançar a melhor análise e compreensão das respostas apresentadas pelos estudantes, decidimos por eleger algumas questões norteadoras. As respostas das questões do questionário prévio, das atividades com

o *App GeoGebra* e do questionário de avaliação dos estudantes foram nomeados por A¹T¹ (aluno 1 da turma 1), A²T¹ (aluno 2 da turma 1), A¹T² (aluno 1 da turma 2) e assim sucessivamente para identificar os alunos e as turmas que os mesmos pertencem. O Quadro 9 apresenta as atividades executadas para cada objetivo proposto nesta pesquisa.

Quadro 9 – Resumo da relação entre os objetivos e atividades propostas

Problema: Quais as implicações do domínio dos campos conceituais com o uso do <i>App GeoGebra</i> no processo de aprendizagem significativa para ensinar os conceitos gráficos de Funções Quadráticas no Ensino Médio?	
Objetivo Geral: Compreender como se dá a construção dos campos conceituais com o uso do <i>App GeoGebra</i> no processo de aprendizagem significativa para ensinar os conceitos gráficos de Funções Quadráticas no Ensino Médio.	
Objetivos específicos	Atividades propostas
- Conhecer as concepções prévias dos alunos dos grupos controle e experimental sobre alguns elementos das Funções Quadráticas;	Realização do questionário estruturado prévio e de uma entrevista com os discentes;
- Desenvolver uma prática pedagógica expositiva, com alunos do grupo controle que envolva os campos conceituais de gráficos de Funções Quadráticas;	Planejamento e desenvolvimento de uma atividade clássica envolvendo os conceitos gráficos de Funções Quadráticas;
- Realizar uma atividade pedagógica com o auxílio do <i>App GeoGebra</i> com alunos do grupo Experimental envolvendo o campo conceitual de gráficos de Funções Quadráticas;	Planejamento e desenvolvimento de uma atividade no <i>App GeoGebra</i> abordando os conceitos gráficos de Funções Quadráticas;
- Verificar se os resultados obtidos como as atividades desenvolvidas com os alunos do grupo controle e experimental são potencialmente significativas para a aprendizagem no campo conceitual de gráficos de Funções Quadráticas no Ensino Médio;	Examinar as respostas do questionário de avaliação: do Pré-teste, atividades pedagógicas clássicas e com o <i>App GeoGebra</i> , teste de avaliação final;

Fonte: Do autor (2018).

O questionário de avaliação possuiu 8 (oito) questões de múltipla escolha e um espaço aberto para que os estudantes possam justificar os motivos de terem escolhido aquela alternativa, favorecendo assim a análise qualitativa. Ressalta-se que essas questões não terão identificação nominal do estudante, preservando o anonimato do informante.

Todos os estudantes das 4 (quatro) turmas participaram de uma reunião, na qual foi esclarecida a pesquisa, os objetivos, as atividades, os recursos utilizados, bem como os horários e duração dos encontros. Cada aluno recebeu o Termo de Consentimento Livre Esclarecido para assinar (APÊNDICE B) e Termo de Assentimento (APÊNDICE C). Como parte dos discentes era menor de idade, os

mesmo levaram para casa o Termo de Consentimento Livre Esclarecido e trouxeram assinado pelos pais. Além disso, os participantes foram informados que cada um poderia optar em participar, ou não, da pesquisa.

Os discentes participantes da pesquisa foram submetidos a um questionário semiestruturado prévio (APÊNDICE E) para analisar seus conhecimentos acerca de alguns conceitos gráficos relacionados às Funções Quadráticas. Tanto o grupo experimental quanto o controle foram submetidos ao mesmo questionário semiestruturado prévio. Na concepção de Gil (2008), o questionário prévio deve possuir questões concretas e objetivas, procurando atingir os objetivos de investigação.

Para análise dos resultados desta pesquisa, foram empregadas as etapas descritas por Bardin (2004): *pré-análise, descrição analítica e interpretação descritiva dos dados*. A pré-análise foi empregada no questionário semiestruturado prévio; a descrição analítica aplicou-se na atividade pedagógica com o *App GeoGebra*, na atividade pedagógica clássica e no questionário de avaliação; e na interpretação descritiva dos dados usou-se gráficos, tabelas e porcentagem, onde foram aplicados na reflexão dos resultados da pré-análise, na atividade Pedagógica com o *App GeoGebra*, na atividade pedagógica clássica e no questionário de avaliação.

Bardin (2004) ressalta que a pré-análise é a primeira fase da análise de conteúdo que tem como objetivo a sistematização, para que o pesquisador possa encaminhar as ações sucessivas de análise. O tratamento estatístico dos dados e sua interpretação, objetiva tornar a análise válida e significativa, empregando procedimentos estatísticos, tais como: quadros, diagramas, gráficos, médias, medianas, desvio padrão, etc. (BARDIN, 2004).

A investigação do pré-teste era composta de 8 (oito) questões de múltipla escolha, na qual usou-se na sua análise quadros, gráficos e porcentagem, além dos dados qualitativos obtidos por meio de uma entrevista com os discentes. Posteriormente a aplicação do Pré-teste, com o intuito de descobrir as ideias em torno dos *subsúncos* necessários para ancoragem de novos conhecimentos de Função Quadrática.

Na fase investigativa do grupo controle, a atividade proposta era composta com 5 (cinco) questões e 14 (quatorze) itens exploratórios na qual aplicou-se para sua análise tabelas, porcentagens, gráficos e dados qualitativos por meio das resoluções apresentadas pelos discentes. Os resultados foram analisados baseados nas concepções da Teoria dos Campos Conceituais de Gérard Vergnaud e dos conhecimentos específicos de Função Quadrática. Nessa fase procurava-se descobrir os conhecimentos dos discentes a respeito dos *subsunçores* dos campos conceituais de Função Quadrática.

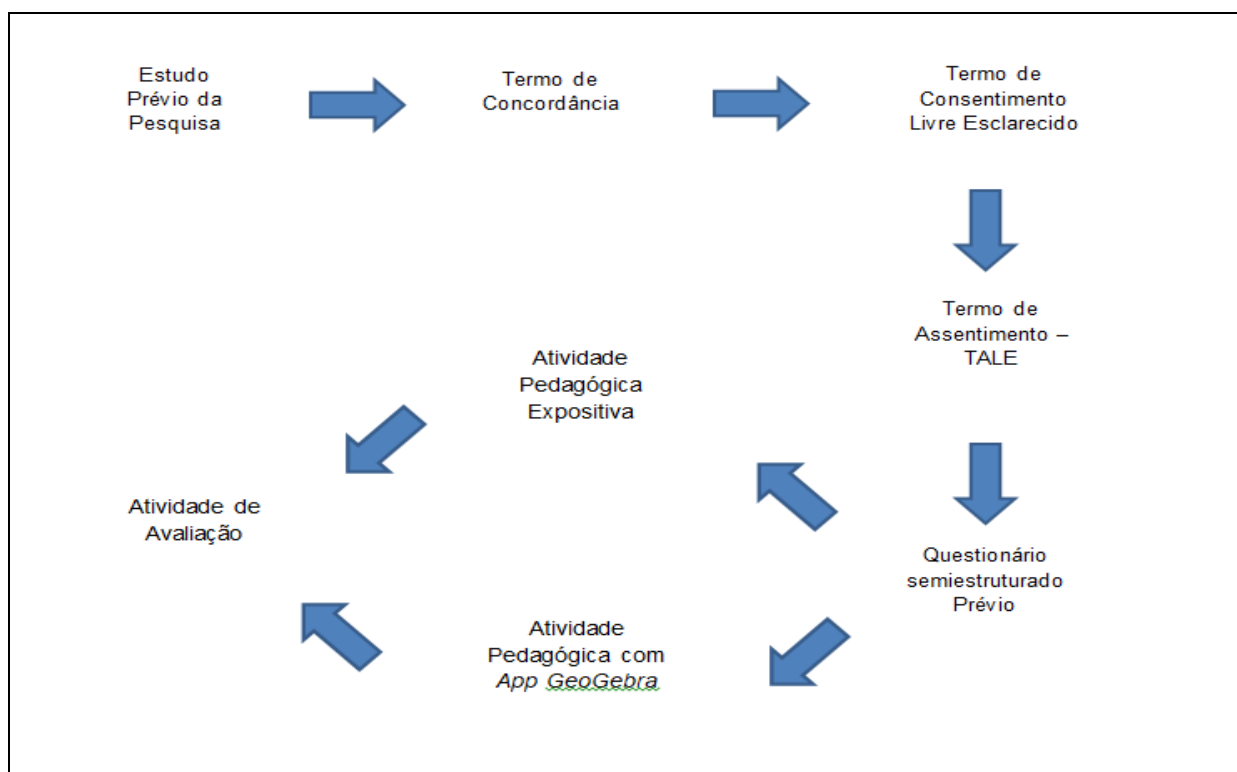
No percurso da investigação experimental com o *App GeoGebra*, a atividade pedagógica era composta de 8 (oito) questões e 19 (dezenove) itens exploratório no *App GeoGebra*. Os resultados foram estudados à luz da Teoria da Aprendizagem Significativa de David Ausubel e da Teoria dos Campos Conceituais de Gérard Vergnaud, integrados com as concepções de recursos tecnológicos no Ensino de Matemática. A análise procurou evidências de aprendizagem significativa, além de comprovações de domínio progressivo do campo conceitual dos conceitos de gráficos de Funções Quadráticas.

O questionário de avaliação final (Pós-teste) foi aplicado ao grupo controle e experimental composto com 7 (sete) questões de múltipla escolha, a finalidade era analisar como as atividades desenvolvidas foram potencialmente significativas para a aprendizagem de campo conceitual de gráficos de Funções Quadráticas. As questões do questionário de avaliação final foram compostas por questões abordando os conhecimentos dos campos conceituais de Funções Quadráticas. Os gráficos das questões do questionário de avaliação foram criados no *Software Winplot*, para manter a imparcialidade entre os discentes do grupo experimental e controle. Além disso, cada questão possuía um espaço para os discentes realizarem os cálculos necessários e justificarem a escolha da alternativa em cada questão. No subcapítulo subsequente, apresenta-se a organização da pesquisa e suas etapas da realização.

4.3 Organização da pesquisa

Essa investigação estrutura-se em oito etapas, sendo elas: Estudo Prévio da Pesquisa; Termo de Concordância da Direção da Instituição de Ensino; Termo de Consentimento Livre Esclarecido; Termo de Assentimento; Questionário estruturado prévio; Atividade pedagógica com o *App GeoGebra* para o grupo experimental; Atividade pedagógica clássica para o grupo controle; Questionário de avaliação. Nos próximos itens, será delineada cada uma dessas etapas, esquematizadas na Figura 5.

Figura 5 – Estrutura gráfica do procedimento metodológico



Fonte: Do autor (2019).

1º) Estudo Prévio da Pesquisa: no ano de 2018 foi realizado um estudo piloto da investigação, foram escolhidas duas turmas do 1º ano do Ensino Médio que foram submetidas a 3 (três) atividades pedagógicas com o *App GeoGebra*, explorando os conceitos de gráficos de funções quadráticas. As turmas eram diferentes do grupo controle e experimental, além disso, os alunos usaram o tutorial do *App GeoGebra* (APÊNDICE D). A finalidade do estudo prévio da pesquisa era verificar se as atividades propostas colaboram ou não, com a aprendizagem de

conceitos de Função Quadrática e se os procedimentos adotados foram suficientes para o desenvolvimento da pesquisa.

2º) Termo de Concordância da Direção da Instituição de Ensino (APÊNDICE A): foi realizada uma reunião com a direção da escola e coordenação pedagógica, na qual foram explicados detalhes da pesquisa, os objetivos, as atividades que foram desenvolvidas, os recursos empregados, os horários e dias em que ocorreram as investigações, bem como a utilização do nome do estabelecimento de ensino.

3º) Termo de Consentimento Livre Esclarecido (APÊNDICE B): foi realizada uma reunião com os alunos, na qual foram abordados detalhes da pesquisa, os objetivos, as atividades a serem desenvolvidas, os recursos empregados, os horários e dias em que ocorreriam os encontros, bem como, a duração da pesquisa. Os estudantes receberam o Termo de Consentimento Livre Esclarecido para assinar, que poderiam ser assinado pelos alunos ou pelos responsáveis, quando menores de idade. Nesse momento, ocorreu a explanação de que a participação na pesquisa não era obrigatória. As informações completas pertinentes a essa etapa foram apresentadas no 1º encontro, em uma aula de 50 minutos.

4º) Termo de Assentimento - TALE (APÊNDICE C): ocorreu uma reunião com os alunos, na qual foram abordados detalhes e dúvida quanto à condução ética do estudo da pesquisa. Nesse momento, ocorreu à explanação quanto a sua participação seria voluntária e a recusa em participar não acarretaria qualquer penalidade ou modificação na forma em que seria atendido (a) pelo pesquisador que iria tratar a sua identidade com padrões profissionais de sigilo. Os estudantes receberam o Termo de Assentimento para assinar, que poderiam ser assinados pelos alunos ou pelos responsáveis, quando menores de idade. As informações completas pertinentes a essa etapa foram apresentadas no 2º encontro, em uma aula de 50 minutos.

5º) Questionário Semiestruturado Prévio (APÊNDICE E): os alunos receberam uma lista com oito questões de múltipla escolha envolvendo alguns *subsunçores* de conceitos gráficos de Função Quadrática. As 4 (quatro) turmas

realizaram o questionário semiestruturado prévio no mesmo dia, as turmas T^1 e T^2 no turno da manhã e as turmas T^3 e T^4 no turno da tarde, visto que as turmas eram de turno e docentes diferentes. Os alunos resolveram individualmente e durante as aulas de matemática. A finalidade do questionário semiestruturado prévio era averiguar os conhecimentos prévios dos alunos em relação à Função Quadrática. Essa atividade foi aplicada no 3º encontro, em duas aulas de 50 minutos cada.

6º) Atividade Pedagógica Expositiva (APÊNDICE F): nessa etapa, os alunos do grupo controle desenvolveram atividades abordando os conceitos gráficos de Função Quadrática com a complexidade semelhante ao do grupo experimental. Essas atividades foram subsequentes às aulas clássicas expositivas abordando os conceitos de Função Quadrática, ministradas pela docente das turmas. As atividades práticas pedagógica do grupo controle foram realizadas em 12 aulas de 50 minutos cada, além disso, as turmas desenvolveram as atividades na mesma quantidade de aulas.

7º) Atividade Pedagógica com o *App GeoGebra* (APÊNDICE G): nessa etapa, os alunos do grupo experimental tiveram o primeiro contato com o *App GeoGebra*, no qual poderiam conhecer os aspectos básicos e necessários para o desenvolvimento da pesquisa : como construir um gráfico, como realizar animações dinâmicas, construir funções e elementos geométricos, entre outros. Essa exposição e familiarização com o *App GeoGebra* foi realizada em duas aulas de 50 minutos cada, durante as aulas de Matemática.

Para a familiarização com o *App GeoGebra*, os alunos construíram modelos matemáticos de funções afim, quadráticas e trigonométricas em um tutorial (APÊNDICE D). Essa familiarização era para que os discentes compreendessem a criação de funções no *App GeoGebra*, visualisassem as janelas e observassem os recursos oferecidos pelo *GeoGebra*.

Posteriormente à etapa de adaptação com o *App GeoGebra*, foram desenvolvidas as atividades abordando os conceitos gráficos de Função Quadrática (APÊNDICE G). Foram realizadas 8 (oito) atividades que abordaram situações contextualizadas e próximas da realidade dos discentes. A turma T^3 usou 8 (oito)

aulas e a turma T⁴, 7 (sete) aulas de 50 minutos cada, durante as aulas de Matemática.

8º) Questionário de Avaliação (APÊNDICE H): o questionário de avaliação foi aplicado posteriormente às atividades pedagógicas do grupo experimental e do grupo controle, em duas aulas de 50 minutos. O questionário apresentava 7 (sete) questões de múltipla escolha envolvendo conceitos gráficos de Função Quadrática. Com esse questionário, o intuito era de observar a ocorrência da compreensão conceitual de Função Quadrática por parte dos integrantes dos grupos experimental e controle.

As etapas das atividades desenvolvidas pelo grupo controle (T¹ e T²) foram realizadas em 18 aulas. Foram 1 aula para explicação do Termo de Consentimento Livre esclarecido, 1 aula para os esclarecimentos do Termo de Assentimento, 2 aulas para aplicação do pré-teste, 12 aulas para realização das atividades clássicas e 2 aulas para realização do teste de avaliação. Vale ressaltar, que por eventualidade as turmas T¹ e T² realizaram a atividade clássica na mesma quantidade de aulas.

Por outro lado, as fases das atividades realizadas pelo grupo experimental (T³ e T⁴) ocorreram em 14 aulas para turma T³ e 13 aulas para turma T⁴. Ocorreu 1 aula para explicação do Termo de Consentimento Livre esclarecido, 1 aula para os esclarecimentos do Termo de Assentimento, 2 aulas para aplicação do pré-teste, a turma T³ usou 8 aulas e a turma T³ utilizou 7 para realização das atividades com o *App GeoGebra* e 2 aulas para realização do teste de avaliação. No próximo capítulo exponho a análise dos resultados desta investigação.

5 ANÁLISE DOS RESULTADOS

Neste capítulo, são apresentados os resultados das concepções prévias a respeito dos elementos das Funções Quadráticas, a análise do grupo controle a respeito da prática pedagógica expositiva, a análise do grupo experimental com a atividade pedagógica com a utilização do *App GeoGebra* e o questionário de avaliação.

Para a melhor compreensão do leitor, este capítulo foi dividido em quatro subseções. A primeira expõe a análise do questionário estruturado prévio do grupo controle e experimental; a segunda, a análise da atividade da prática pedagógica expositiva do grupo controle; a terceira subseção exhibe a análise do grupo experimental com as atividades pedagógicas por meio do *App GeoGebra* e, a quarta, a análise do questionário de avaliação. No desenvolvimento dessas análises, são apresentadas as respostas de alguns dos estudantes, conforme a atividade trabalhada, tendo em vista que essas demonstram de modo representativo as dos demais elementos da turma.

5.1 Análise do questionário estruturado prévio

Primeiramente, um questionário estruturado (APÊNDICE E) foi empregado como instrumento para a coleta das informações iniciais, com questões de múltiplas escolhas, por meio das quais procurou-se constatar os conhecimentos prévios dos

alunos envolvidos na pesquisa. Após a aplicação, realizou-se uma entrevista com alguns alunos no intuito de verificar por quais motivos eles escolheram a alternativa que marcaram em cada questão. Para essa entrevista, cada turma foi dividida em três categorias: os que menos acertaram as questões, os que acertaram em torno da metade das questões e os que mais acertaram as questões dentro da realidade dos resultados encontrados em cada turma investigada.

O questionário estruturado prévio foi planejado com oito (8) perguntas referentes à Relação entre Conjuntos, Operações com Números Reais, Plano Cartesiano, Função Afim, Equação do 2º grau e Conceitos básicos de Funções Quadráticas, que constituiriam os subsunçores relevantes preexistentes na estrutura cognitiva de um aluno do 1º ano do Ensino Médio. Subsequentemente, os questionários serviram como material para a análise, buscando evidências do conhecimento prévio dos alunos dos grupos controle e experimental a respeito do tema de investigação.

O desenvolvimento do questionário estruturado prévio deu-se em duas (2) aulas de cinquenta (50) minutos cada e foi aplicado para as quatro (4) turmas no mesmo dia, porém, em turnos distintos. As turmas T^1 e T^2 fizeram no turno matutino, e as turmas T^3 e T^4 no vespertino.

Os alunos que integravam as turmas T^1 , T^2 , T^3 e T^4 foram organizados de acordo com as suas faixas etárias pelo estabelecimento de ensino no momento da matrícula no início do ano letivo. As turmas T^1 e T^2 foram selecionadas para compor o grupo controle e as turmas T^3 e T^4 o grupo experimental, tal fato devido todas as etapas da investigação foram desenvolvidas posteriormente as aulas expositivas de Função Quadrática pelos professores titulares das turmas, porém o docente das turmas T^3 e T^4 utilizava nas suas aulas expositivas o *Software GeoGebra*.

Nas tabelas a seguir, são apresentados os dados quantitativos relacionados às respostas dos 112 alunos das questões do questionário estruturado prévio. A turma T^1 era composta por 28 alunos; a turma T^2 por 26 alunos; a turma T^3 por 30 alunos, e a turma T^4 por 28 alunos. As turmas T^1 e T^2 integravam o grupo controle, e as turmas T^3 e T^4 compunham o grupo experimental. O Quadro 10 apresenta a primeira questão do questionário prévio.

Quadro 10 – Questão 1 do questionário estruturado prévio

1 - Três alunos, Antônio, Beatriz e Carla, concorriam a representante de turma. Para escolher o representante de turma, cada aluno votou apenas em dois candidatos de sua preferência. Houve 10 votos para Antônio e Beatriz, 8 votos para Beatriz e Carla e 2 votos para Antônio e Carla. Em consequência, podemos afirmar que:

a) venceu Antônio, com 12 votos.
 b) venceu Antônio, com 14 votos.
 c) Antônio e Beatriz empataram em primeiro lugar.
 d) venceu Carla, com 14 votos.
 e) venceu Beatriz, com 18 votos.

Fonte: Do autor (2019).

Na Tabela 4 estão apresentadas as respostas corretas dos alunos de cada turma referentes à questão um (1) do questionário estruturado prévio.

Tabela 4 – Categorias das respostas dos alunos para a questão 1 do questionário estruturado prévio

Questão 1	Turma T ¹	Turma T ²	Turma T ³	Turma T ⁴	Total de Respostas
Alternativa A	3	5	4	3	15
Alternativa B	-	1	-	1	2
Alternativa C	1	3	3	3	10
Alternativa D	-	-	-	-	-
Alternativa E	24	17	23	21	85
Não respondeu	-	-	-	-	-
Total de Alunos	28	26	30	28	112

Fonte: Do autor (2019).

O conhecimento prévio avaliado nesta questão estava relacionado ao campo conceitual das relações entre conjuntos e operações com números reais. Nesse problema, pede-se para identificar qual aluno recebeu mais votos para representante de turma, em que a alternativa correta era a letra E. Para solucionar o problema, bastava que o aluno somasse os votos de cada concorrente da seguinte forma: Antônio $10 + 2 = 12$ votos; Beatriz $10 + 8 = 18$ votos, e Carla $8 + 2 = 10$ votos.

Foi constatado que a turma T¹ alcançou 72,72% de respostas corretas, a turma T² obteve 53,12%, a turma T³ atingiu 96,6 % e a turma T⁴ acertou 53,57%. O índice das turmas T² e T⁴ foi significativamente baixo, o que pode evidenciar que, embora os alunos já tenham estudado os assuntos de relação entre conjuntos e operações com números reais no Ensino Fundamental II, há a possibilidade do tema ter sido estudado de forma inadequada ou não ter sido trabalhado.

No geral, dos 112 alunos participantes da pesquisa, aproximadamente, 75,89% acertaram a primeira questão e 24,11% erraram, apresentando indícios de

que além dos obstáculos conceituais, pode existir a dificuldade de interpretação dos dados da questão um (01). Analisando as entrevistas realizadas após a aplicação do questionário estruturado prévio, o aluno A^{26T2} relatou que: *“eu discriminei os nomes dos participantes da eleição e depois somei a quantidade de votos que cada um obteve”*.

Por outro lado, o aluno A^{10T3} falou que: *“eu não sabia que tinha que somar, eu chutei essa alternativa”*. Vale ressaltar que o aluno A^{10T3} foi um dos que acertou um número mediano de questões. De acordo com Moreira (2003), o campo conceitual das estruturas aditivas é o conjunto de situações cujo domínio requer uma adição, uma subtração ou uma combinação de tais operações. E o domínio das operações com números reais é um dos subsunçores necessários para desencadear um conjunto de situações simbólicas que podem contribuir com a aprendizagem significativa de Funções Quadrática.

Segundo Ausubel (2003), para ocorrer o processo de aprendizagem significativa, as novas ideias ou tarefas de aprendizagem devem se relacionar com aquilo que o aprendiz já sabe, de forma não arbitrária e não literal, ou seja, o material de ensino deve se associar a algum conteúdo ou concepção exclusivamente relevante da estrutura cognitiva do aprendiz. Por meio dos resultados obtidos na questão 1, foi possível perceber um número considerável de alunos que não possuía domínio conceitual dos subsunçores de relação entre conjuntos e operações com números reais. O Quadro 11 apresenta a segunda questão do questionário prévio.

Quadro 11 – Questão 2 do questionário estruturado prévio

2- Carlos iria fazer uma viagem do município de Macapá até o município de Ferreira Gomes. Para isso, foi necessário encher o tanque do seu carro, colocando 45 litros de gasolina. Carlos pagou R\$ 4,15 por cada litro de gasolina. Quanto Carlos gastou com combustível para realizar a viagem do município de Macapá até o município de Ferreira Gomes?

a) R\$ 158,80
 b) R\$ 148,50
 c) R\$ 176,30
 d) R\$ 186,75
 e) R\$ 196,21

Fonte: Do autor (2019).

A seguir, serão apresentadas na Tabela 5, as respostas dos alunos de cada turma referentes à questão dois (2) do questionário estruturado prévio.

Tabela 5 – Categorias das respostas dos alunos para a questão 2 do questionário estruturado prévio

Questão 2	Turma T ¹	Turma T ²	Turma T ³	Turma T ⁴	Total de Respostas
Alternativa A	4	-	2	1	7
Alternativa B	2	4	1	-	7
Alternativa C	1	7	4	1	13
Alternativa D	19	15	23	26	83
Alternativa E	2	-	-	-	2
Não respondeu	-	-	-	-	-
Total de alunos	28	26	30	28	112

Fonte: Do autor (2019).

Na segunda questão, o conhecimento prévio necessário para resolver o problema estava conexo ao campo conceitual das operações com números reais e função afim. Neste problema, pede-se para determinar o valor pago para encher um tanque de carro para realizar um deslocamento entre duas cidades, onde a alternativa correta era a letra D. Na solução do problema, o aluno teria que multiplicar o valor do litro de combustível pela quantidade que foi colocada no tanque, da seguinte forma: $4,15 \times 45 = 186,75$ reais.

Outra forma era relacionar a quantidade de litros consumidos, em função do preço pago por litro, por meio de uma função afim do tipo $f(x) = ax + b$, em que a taxa de variação a seria o valor pago por litro, o termo constante seria igual a zero (0) e x representaria a quantidade de litros consumidos, onde a função ficaria $f(x) = 4,15x$. Para encontrar a solução correta, bastaria determinar o valor do $f(45)$, que é a quantidade de litros de gasolina que o tanque do carro suporta. Moreira (2003) ressalta que diversos conceitos matemáticos então incluídos nas situações que criam o campo conceitual das estruturas multiplicativas, entre eles os conceitos de função linear e função não linear.

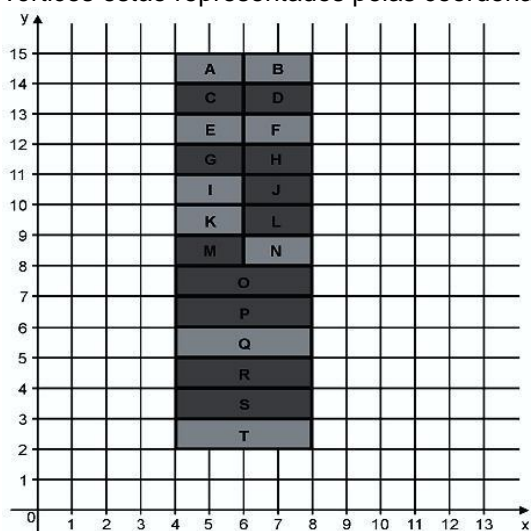
É possível verificar que a turma T¹ alcançou 67,85% de respostas corretas, a turma T² obteve 57,69%, a turma T³ atingiu 76,66 % e a turma T⁴ acertou 92,85%. As turmas T¹ e T² apresentaram os maiores índices de erros, o que evidencia que provavelmente os alunos dessas turmas não possuem conhecimentos prévios de operações com números reais para solucionar situações problemas que abordam a multiplicação ou relacionar as grandezas envolvidas no problema e estruturar uma função afim ou não podem ter conseguido interpretar a situação problema da

questão 2. No tocante geral dos alunos participantes da pesquisa, somente 74,10% acertaram a questão e 25,90% erraram.

O aluno A²⁶T² relatou, durante a entrevista, que “*eu não acertei realizar a multiplicação com números que possuem vírgula*”. O aluno A³¹T¹ falou que “*eu li algumas, mas a maioria foi no chute*”. Segundo Ausubel (2003), as situações que causam dificuldades na aprendizagem e a retenção de novas ideias é que os possíveis subsunçores da estrutura cognitiva do aprendiz não possuem um grau necessário e desejável de especificidade para atuarem como ideias ancoradoras eficazes. O Quadro 12 exibe a terceira questão do questionário estruturado prévio.

Quadro 12 – Questão 3 do questionário estruturado prévio.

3 - A prefeitura municipal de Macapá distribuirá lotes urbanos de formato retangular no Bairro Marabaixo III, localizado na zona oeste do município. Dona Francisca recebeu um lote, no qual os vértices estão representados pelas coordenadas (4,7), (4, 8), (8, 7) e (8,8).



Qual é a letra que representa o terreno recebido por dona Francisca?

- a) M.
- b) R.
- c) O.
- d) N.
- e) H.

Fonte: Do autor (2019).

A seguir, serão apresentadas, na Tabela 6, as respostas dos alunos de cada turma referentes à questão três (3) do questionário estruturado prévio.

Tabela 6 – Categorias das respostas dos alunos para a questão 3 do questionário estruturado prévio

Questão 3	Turma T ¹	Turma T ²	Turma T ³	Turma T ⁴	Total de Respostas
Alternativa A	3	5	6	2	16
Alternativa B	7	5	2	2	16
Alternativa C	16	8	14	20	58
Alternativa D	2	7	4	3	16
Alternativa E	-	1	4	1	6
Não respondeu	-	-	-	-	-
Total de alunos	28	26	30	28	112

Fonte: Do autor (2019).

O conhecimento prévio da terceira questão estava relacionado ao campo conceitual de plano cartesiano, no qual os alunos deveriam identificar os pontos em um plano quando são dadas as suas coordenadas. Nessa situação problema, solicitava-se ao aluno localizar um lote urbano de formato retangular no plano, sendo oferecidas as coordenadas dos seus quatro vértices. O vértice de coordenadas (4, 7) localizava-se na interseção da reta vertical que corta o eixo das abscissas em $x = 4$, com a reta horizontal que corta o eixo das ordenadas em $y = 7$. O vértice de coordenadas (4, 8) localizava-se na interseção da reta vertical que corta o eixo das abscissas em $x = 4$, com a reta horizontal que corta o eixo das ordenadas em $y = 8$.

O vértice de coordenadas (8, 7) localizava-se na interseção da reta vertical que corta o eixo das abscissas em $x = 8$, com a reta horizontal que corta o eixo das ordenadas em $y = 7$. E o vértice de coordenadas (8, 8) localizava-se na interseção da reta vertical que corta o eixo das abscissas em $x = 8$, com a reta horizontal que intercepta o eixo das ordenadas em $y = 8$. Dessa forma, o lote urbano de formato retangular doado a Dona Francisca, de vértices, com os pontos de coordenadas (4, 7), (4, 8), (8, 7) e (8, 8) é o retângulo O, onde a alternativa correta seria a letra C.

Nessa questão, o índice de acerto da turma T¹ foi de 57,14%, a turma T² obteve 30,76%, a turma T³ alcançou 46,66%, e a turma T⁴ acertou 71,42%. As turmas T¹, T² e T³ apresentaram os maiores índices de erros. No total geral dos alunos participantes da pesquisa, 48,22% erraram, e apenas 51,78% acertaram. Essa questão foi uma das quais os alunos mais erraram, evidenciando que os mesmos não possuem segurança na localização de pontos no plano cartesiano.

Durante a entrevista, o aluno A¹T⁴ falou que “*não sabia localizar os pontos no plano cartesiano e marquei o lote M*”. O aluno A²²T¹ disse “*eu senti dificuldade em*

todas as questões". O aluno A²³T³ falou que "*chutei todas as alternativas, pois não tinha entendido nada*". Segundo Moreira (2002, p. 03), a teoria dos campos conceituais é definida como "um conjunto de situações cujo domínio requer, por sua vez, o domínio de vários conceitos de naturezas distintas". Esses conceitos de naturezas distintas podem ser os subsunçores necessários para que o aluno realizasse as localizações dos pontos no plano cartesiano e consequentemente descobrisse qual foi o lote recebido por Dona Francisca. O Quadro 13 apresenta a quarta questão do questionário prévio.

Quadro 13 – Questão 4 do questionário estruturado prévio

4 – Julia se inscreveu em uma escolinha de futebol que possui uma taxa semanal de R\$12,50 e um valor fixo de manutenção dos equipamentos de R\$ 4,50. Quanto Julia pagará por 4 semanas de curso na escolinha de futebol?

a) R\$ 50,00
 b) R\$ 54,50
 c) R\$ 59,50
 d) R\$ 68,50
 e) R\$ 78,50

Fonte: Do autor (2019).

É possível verificar na Tabela 7 as respostas dos alunos de cada turma referentes à questão quatro (4) do questionário estruturado prévio.

Tabela 7 – Categorias das respostas dos alunos para a questão 4 do questionário estruturado prévio

Questão 4	Turma T ¹	Turma T ²	Turma T ³	Turma T ⁴	Total de Respostas
Alternativa A	4	9	5	3	21
Alternativa B	6	5	4	16	31
Alternativa C	2	2	2	1	7
Alternativa D	16	9	19	7	51
Alternativa E	-	1	-	1	2
Não respondeu	-	-	-	-	-
Total de alunos	28	26	30	28	112

Fonte: Do autor (2019).

A quarta questão do questionário estruturado possuía como conhecimento prévio necessário para resolver o problema o domínio do campo conceitual de função afim, que seria necessário apenas relacionar a quantidade de semanas matriculada na escolinha de futebol em função do preço durante o período do curso. Por meio de uma função afim do tipo $f(x) = ax + b$, em que a taxa de variação **a** seria o valor pago por semana, o termo constante seria igual à taxa fixa de manutenção, a variável **x** representaria a quantidade de semanas em que a aluna se matriculou. Dessa forma, a função ficaria $f(x) = 12,5x + 4,5$. Para encontrar a solução correta bastaria determinar o valor do $f(4)$ que é a quantidade de semanas em que Julia se matriculou na escolinha de futebol. A alternativa correta seria a letra B.

No geral, dos alunos participantes da pesquisa, 72,33% erraram a questão, e somente 27,67% acertaram. Essa questão foi uma das quais os alunos mais erraram, evidenciando que os mesmos não possuem domínio no campo conceitual de função afim por meio de uma situação problema. O índice de respostas corretas da turma T¹ chegou a 21,42%, a turma T² obteve 19,23%, a turma T³ alcançou

13,33% e a turma T⁴ acertou 57,14%. Essa questão apresentou um índice elevado de respostas erradas, além disso, as turmas T¹, T² e T³ apresentaram os maiores números de soluções incorretas.

Ao longo da entrevista, o aluno A⁷T⁴ relatou que não conseguiu identificar que a situação problema representava uma função afim e que apenas multiplicou $12,5 \times 4 = 50$, marcando a alternativa sem perceber que tinha que verificar o valor pago por quatro (4) semanas. Por outro lado, o aluno A¹⁶T², que foi um dos que acertou seis (6) das oito (8) questões, disse que já tinha estudado função afim e que multiplicou $4 \times 12,5 = 50$ e somou esse valor com R\$ 4,50, totalizando R\$ 54,50.

A resposta do aluno A¹⁶T² na entrevista evidencia o que Vergnaud (2011) descreve como a importância do conceito de esquema, pois ele indica a forma de organização da atividade para classes de situações bem identificadas e circunscritas, ou seja, o par teórico *situação/esquema*. Por outro lado, Ausubel (2003, p. 66) ressalta que “[...] se os subsunçores adequados, relevantes e próximos não estiverem presentes na estrutura cognitiva, o aprendiz tem tendência a utilizar os mais relevantes e próximos disponíveis”. O Quadro 14 expõe a quinta questão do questionário estruturado prévio.

Quadro 14 – Questão 5 do questionário estruturado prévio

- | |
|--|
| <p>5 - Construindo o gráfico da função $g(x) = ax^2 + bx + c$, obtemos que figura geométrica?</p> <p>a) um ponto.</p> <p>b) uma reta.</p> <p>c) uma parábola.</p> <p>d) uma senoidal.</p> <p>e) uma circunferência.</p> |
|--|

Fonte: Do autor (2019).

A seguir, serão apresentadas na Tabela 8, as respostas dos alunos de cada turma relativas à questão 5 do questionário estruturado prévio.

Tabela 8 – Categorias das respostas dos alunos para a questão 5 do questionário estruturado prévio

Questão 5	Turma T ¹	Turma T ²	Turma T ³	Turma T ⁴	Total de Respostas
Alternativa A	6	2	1	-	9
Alternativa B	8	7	17	6	38
Alternativa C	9	8	8	10	35
Alternativa D	2	-	-	-	2
Alternativa E	3	8	3	9	23
Não respondeu	-	1	1	3	5
Total de alunos	28	26	30	28	112

Fonte: Do autor (2019).

O conhecimento prévio avaliado nessa questão estava relacionado ao domínio do campo conceitual elementar de Função Quadrática. Nesse problema, pede-se para identificar qual é a figura geométrica formada pela função $g(x) = ax^2 + bx + c$. Para solucionar o problema bastava que o aluno identificasse que a função $g(x) = ax^2 + bx + c$ possui como gráfico uma curva característica denominada de parábola. A teoria dos campos conceituais privilegia modelos de situações de tarefas que concedem papel fundamental aos conceitos matemáticos em si mesmo (VERGNAUD, 1993).

O índice de acertos da turma T¹ chegou a 32,14%, da turma T² de 30,76%, a turma T³ obteve 26,66%, e a turma T⁴ acertou 35,71%. No total geral dos alunos participantes da pesquisa, 68,75% erraram, e 31,25% acertaram essa questão. Todas as turmas apresentaram um índice elevado de erros, isso evidencia que os alunos não possuíam domínio conceitual de relacionar gráfico de Função Quadrática.

Vale considerar que o conteúdo de Função Quadrática constitui parte da matriz curricular do 9º ano do Ensino Fundamental II e todas as etapas da pesquisa foram desenvolvidas posteriormente as aulas de Função Quadrática ministradas pelos professores titulares das turmas T¹, T², T³ e T⁴. Além disso, ressalta-se que cinco alunos deixaram essa questão em branco, que apresentava como alternativa correta a letra C.

No decorrer da entrevista, o aluno A²⁶T², que acertou apenas uma questão do questionário prévio, relatou que “*eu não sabia o que aquela fórmula representava, daí eu marquei circunferência como resposta*”. Por outro lado, o aluno A¹T², que

acertou duas questões do questionário, disse que “*eu sabia identificar que representava uma função quadrática, pois eu já tinha estudado no 9º ano*”.

O aluno A²T¹, que acertou quase todas as questões, falou que “*marquei por marcar. Eu ia marcar uma reta, foi um chute apenas*”. Por meio da resposta e resultados dos alunos A²T¹ e A²⁶T², pode-se dizer que os participantes da pesquisa não possuem alguns conhecimentos prévios estáveis para a ancoragem de novos conhecimentos, pois “os subsunçores ambíguos e instáveis não só fornecem uma fraca ancoragem para os novos materiais relacionados, como também não se podem discriminar facilmente dos mesmos” (AUSUBEL, 2003, p. 65). O Quadro 15 apresenta a sexta questão do questionário prévio.

Quadro 15 – Questão 6 do questionário estruturado prévio

6 – No gráfico da função $g(x) = ax^2 + bx + c$, o valor do coeficiente **c** é responsável pelo:

- deslocamento vertical do gráfico.
- deslocamento horizontal do gráfico.
- contração do gráfico.
- dilatação do gráfico.
- simetria do gráfico.

Fonte: Do autor (2019).

A seguir, serão apresentadas na Tabela 9, as respostas dos alunos de cada turma referentes à questão 6 do questionário estruturado prévio.

Tabela 9 – Categorias das respostas dos alunos para a questão 6 do questionário estruturado prévio

Questão 6	Turma T ¹	Turma T ²	Turma T ³	Turma T ⁴	Total de Respostas
Alternativa A	12	6	9	8	35
Alternativa B	6	5	14	12	37
Alternativa C	3	4	2	-	9
Alternativa D	2	5	-	1	8
Alternativa E	5	3	3	2	13
Não respondeu	-	3	2	5	10
Total de alunos	28	26	30	28	112

Fonte: Do autor (2019).

A sexta questão do questionário estruturado possui como conhecimento prévio necessário para resolver o problema domínio conceitual de gráfico de Funções Quadráticas. Nesse problema, solicitava-se ao aluno identificar qual a atribuição do coeficiente **c** no comportamento gráfico da função $g(x) = ax^2 + bx + c$. Para solucionar o problema bastava que o aluno soubesse a atribuição dos

coeficientes **a**, **b** e **c** no comportamento do gráfico da função, no qual encontraria como alternativa correta a letra A.

A sexta questão apresentou um índice baixo de respostas corretas. Aproximadamente 31,25% dos 112 alunos integrantes da pesquisa acertaram, e 68,75% erraram. A turma T^1 obteve 42,85% de respostas corretas, a turma T^2 alcançou 23,07%, a turma T^3 conseguiu 30,00%, e a turma T^4 acertou 28,57%. Todas as turmas apresentaram um desempenho inferior a 50% de acertos, evidenciando que os alunos não compreendem as atribuições dos coeficientes **a**, **b** e **c** no comportamento do gráfico da função. Vale destacar que dez alunos deixaram essa questão em branco.

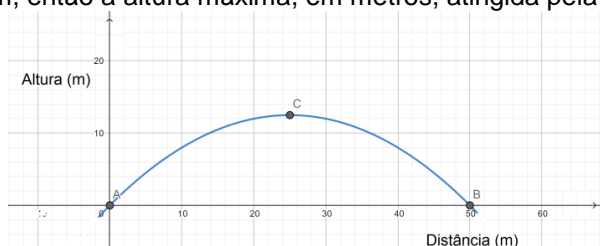
Ao longo da entrevista com os alunos participantes da pesquisa, alguns como o A^{2T^1} , A^{5T^1} , A^{6T^1} , A^{7T^1} , A^{1T^2} , A^{5T^2} mencionaram que não sabiam a finalidade do coeficiente **c** e marcaram a alternativa no chute. O aluno A^{10T^2} disse que não sabia e preferiu deixar em branco. Por outro lado, o aluno A^{5T^3} também deixou em branco, mas, acertou seis questões no total.

O aluno A^{22T^3} relatou que sabia a questão, pois já tinha ouvido falar de deslocamento vertical. Para Ausubel (2003), um dos fatores que podem influenciar na clareza e na estabilidade dos subsunçores, inclui a repetição, o uso de exemplares e a exposição em diversos contextos, o que pode ter acontecido com o aluno A^{22T^3} que conseguiu identificar a função do coeficiente **c**. O Quadro 16 permite observar a sétima questão do questionário prévio.

Quadro 16 – Questão 7 do questionário estruturado prévio

7 – Durante uma partida de futebol, um jogador chutou uma bola que se encontrava parada no centro do campo, que descreveu uma trajetória de uma parábola que tocou o solo a 50m de distância do ponto em que se encontrava parada. Se, a 20m do ponto em que o jogador chutou a bola a mesma atingiu uma altura de 12m, então a altura máxima, em metros, atingida pela bola, foi de:

- a) 10m.
- b) 12m.
- c) 12,5m.
- d) 20m.
- e) 50m.



Fonte: Do autor (2019).

A Tabela 10 exibe as respostas dos alunos de cada turma relativas à questão sete (7) do questionário estruturado prévio.

Tabela 10 – Categorias das respostas dos alunos para a questão 7 do questionário estruturado prévio

Questão 7	Turma T ¹	Turma T ²	Turma T ³	Turma T ⁴	Total de Respostas
Alternativa A	2	1	3	4	10
Alternativa B	6	9	11	6	32
Alternativa C	16	10	7	13	46
Alternativa D	2	1	2	3	8
Alternativa E	2	4	6	1	13
Não respondeu	-	1	1	1	3
Total de alunos	28	26	30	28	112

Fonte: Do autor (2019).

A sétima questão do questionário estruturado possuía como conhecimento prévio necessário para resolver o problema o domínio do campo conceitual de coordenadas dos vértices do gráfico de Funções Quadráticas. Nesse problema, solicitava-se ao aluno determinar a altura máxima atingida por uma bola durante uma partida de futebol.

Para solucionar a questão o aluno precisava analisar o gráfico e perceber que a bola parte da origem do plano cartesiano, dessa forma, o coeficiente $c = 0$. Por conseguinte, a Função Quadrática ficaria da forma incompleta igual a $y = ax^2 + bx$. Além disso, os pontos (20, 12) e (50, 0) eram apresentados no gráfico do problema. Substituindo os valores dos pontos e montando um sistema de equações de duas variáveis, o qual é estudado no sétimo ano do Ensino Fundamental II, encontraria o valor do coeficiente $a = \frac{-1}{50}$ e $b = 1$.

Assim sendo, a Função Quadrática ficaria $f(x) = \frac{-1}{50}x^2 + x$. Para determinar a altura máxima atingida pela bola bastaria que o aluno determinasse o valor do y_v , que é definido por: $y_v = \frac{-\Delta}{4a}$. Como o valor do discriminante $\Delta = 1$, podemos encontrar o valor do $y_v = 12,5$ m. Apresentando como correta a letra C.

Nessa questão a turma T¹ alcançou 57,14% de respostas corretas, a turma T² obteve 38,46%, a turma T³ acertou 23,33%, e a turma T⁴ conseguiu 46,42%. As turmas T², T³ e T⁴ apresentaram os maiores índices de respostas erradas. No total geral dos alunos participantes da pesquisa, 58,93% erraram, e 41,07% acertaram.

Essa questão apresentou um número significativo de alunos que erraram, constando alguns indícios de que os participantes da pesquisa não possuem conhecimentos em analisar e explorar gráficos de Funções Quadráticas. Além disso, três alunos deixaram a questão em branco.

O aluno A¹⁷T³ mencionou que fez os cálculos e achou a alternativa correta, porém não soube explicar como desenvolveu o raciocínio para solucionar o problema. Por outro lado, o aluno A²⁸T³ disse que resolveu o problema usando apenas as informações do gráfico. Vergnaud (2003) ressalta que um campo conceitual é um conjunto heterogêneo de problemas, situações, conceitos, estruturas, relações, conteúdos e operações de pensamentos conectados uns aos outros.

O aluno A¹¹T¹ relatou que apenas chutou a alternativa sem entender o problema. O aluno A²T⁴, que acertou todas as questões do questionário estruturado prévio, disse que foi na lógica, analisando o gráfico e as informações do problema. Como é perceptível na resposta do aluno A²T⁴ o mesmo pode possuir os subsunçores necessários para apreensão de novos conceitos relacionados à exploração gráfica de Funções Quadráticas, pois os “subsunçores podem ser proposições, modelos mentais, construtores pessoais, concepções, ideias, invariantes operatórias, representações sociais e, é claro, conceitos, já existentes na estrutura cognitiva de quem aprende” (MOREIRA, 2011a, p. 28). O Quadro 17 apresenta a oitava questão do questionário prévio.

Quadro 17 – Questão 8 do questionário estruturado prévio

- 8 – Considerando o gráfico da função $g(x) = -x^2 - 4x + 2$ podemos afirmar que:
- a) é uma parábola de concavidade voltada para baixo.
 - b) corta o eixo das ordenadas em (1, 3).
 - c) corta o eixo das abscissas em P(3, -1) e Q(0, -2).
 - d) o eixo das ordenadas é o eixo de simetria do gráfico.
 - e) o ponto V(2,1) é o vértice do gráfico.

Fonte: Do autor (2019).

Na Tabela 11, serão apresentadas as respostas dos alunos de cada turma relativas à questão oito (8) do questionário estruturado prévio.

Tabela 11 – Categorias das respostas dos alunos para a questão 8 do questionário estruturado prévio

Questão 8	Turma T ¹	Turma T ²	Turma T ³	Turma T ⁴	Total de Respostas
Alternativa A	6	5	18	11	40
Alternativa B	5	2	2	3	12
Alternativa C	5	1	4	3	13
Alternativa D	7	12	2	6	27
Alternativa E	1	6	2	3	12
Não respondeu	4	-	2	2	8
Total de alunos	28	26	30	28	112

Fonte: Do autor (2019).

A oitava questão do questionário estruturado possuía como conhecimento prévio para resolução do problema o domínio do campo conceitual das atribuições dos coeficientes **a**, **b** e **c** no comportamento do gráfico da Função Quadrática. Nesse problema, solicitava-se ao aluno analisar a função $g(x) = -x^2 - 4x + 2$ e posteriormente verificar qual das afirmações era verdadeira. Bastaria que o aluno soubesse que a função $g(x) = -x^2 - 4x + 2$ possui como gráfico característico uma parábola, e como o coeficiente **a** é negativo, a mesma possui concavidade voltada para baixo, o que faria da alternativa A correta.

A oitava questão também apresentou um índice baixo de acertos. No geral, dos alunos participantes da pesquisa, 64,29% erraram a questão, e 35,71% acertaram. O índice de acerto da turma T¹ chegou a 21,42%, da turma T² a 19,23%, da turma T³ a 60,00%, e da turma T⁴ aproximadamente 39,28%. Todas as turmas apresentaram um índice elevado de erros, evidenciando que os alunos não possuem domínio conceitual da influência do coeficiente **a** na caracterização do gráfico da função. É válido ressaltar que oito alunos deixaram essa questão em branco.

O aluno A¹¹T¹ relatou que não sabia a questão e apenas chutou a alternativa. O aluno A²T¹ disse que *“eu marquei essa, pois levei em consideração a quinta questão que tinha marcado também parábola”*. O aluno A²T⁴ disse que sabia que era uma parábola e como a função tinha o coeficiente **a** negativo o gráfico possuía a concavidade para baixo.

Moreira (2011a, p. 19) ressalta que “o subsunçor é, portanto, um conhecimento estabelecido na estrutura cognitiva do sujeito que aprende e que permite, por interação, dar significado a outros conhecimentos”, dessa forma pode-se dizer que o aluno A²T⁴ possuía algum subsunçor necessário para solucionar a

oitava questão do questionário prévio. Na próxima subseção serão expostas algumas considerações do questionário estruturado prévio do grupo controle e experimental.

5.1.1 Algumas considerações do questionário estruturado prévio

Analizando os registros observados no diário de campo do pesquisador durante a aplicação do questionário estruturado prévio, constatou-se que diversos alunos das turmas T^1 , T^2 , T^3 e T^4 solicitaram folha de papel em branco para realizar os cálculos. Houve algumas perguntas como a do aluno $A^{19}T^2$ querendo saber o que era uma parábola, e o aluno $A^{13}T^2$ perguntou o que era concavidade. Além disso, o aluno A^7T^2 realizou todas as questões do questionário prévio em menos de 30 minutos.

A turma T^3 realizou totalmente a solução do questionário estruturado prévio em menos de uma aula de 50 minutos, mesmo os alunos possuindo duas aulas de 50 minutos para realização do questionário. O aluno $A^{17}T^3$ perguntou o que seria uma taxa fixa, conhecimento necessário para solucionar a quarta questão do questionário estruturado prévio. Após a aplicação do questionário, o aluno $A^{10}T^3$ procurou o pesquisador para tirar dúvidas da solução da quarta questão. Ele explicou que marcou a alternativa B, pois o mesmo fez $(4 \times 12,5) + 4,5 = 54,50$.

Na terceira questão, os alunos $A^{12}T^3$ e $A^{11}T^3$ não sabiam realizar a localização de pontos no plano cartesiano. Vale ressaltar que os alunos $A^{27}T^3$ e $A^{28}T^3$ terminaram o questionário em menos de dez (10) minutos, ou seja, apenas marcaram uma alternativa sem realizar uma leitura ou cálculo para solucionar os problemas. Na Tabela 12 podemos verificar o índice geral de acertos por questões relativas a cada turma no questionário estruturado prévio.

Tabela 12 – Índices de acerto das respostas dos alunos para as questões do questionário estruturado prévio

Questões do Pré-teste	Turma T ¹	Turma T ²	Turma T ³	Turma T ⁴
Questão 1	24	17	23	21
Questão 2	19	15	23	26
Questão 3	16	8	14	20
Questão 4	6	5	4	16
Questão 5	9	8	8	10
Questão 6	12	6	9	8
Questão 7	16	10	7	13
Questão 8	6	5	18	11

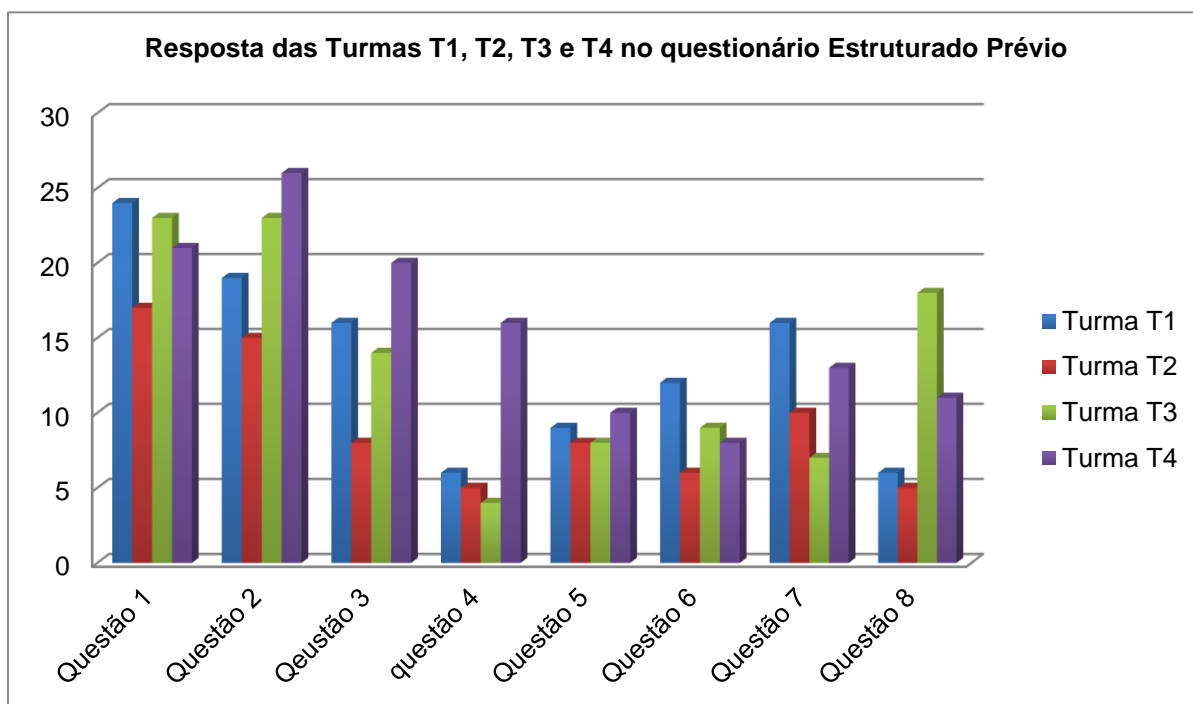
Fonte: Do autor (2019).

A Tabela 12 mostra que o índice de acertos das quatro turmas nas questões 1 e 2 foram superior a 50% do número de alunos participantes da pesquisa por turma. Porém, a partir da terceira questão os índices de acertos das turmas diminuíram significativamente de tal forma que, nas questões 5 e 6, nenhuma turma apresentou índice de acerto superior a 50% do número de participantes da pesquisa.

Matematicamente, as turmas apresentaram praticamente o mesmo desempenho de acerto, com pouca variabilidade em comparação ao total de alunos por cada turma. Pode-se inferir que os alunos participantes da pesquisa possuem poucos conhecimentos que permitem dar significados a um novo conhecimento que lhe foi apresentado ou por ele descoberto (MOREIRA, 2011a).

Na sétima questão do questionário estruturado prévio, somente a turma T¹ apresentou desempenho acima de 50% de acertos, e na oitava questão esse desempenho foi realizado pela turma T³. Esse comportamento superior a 50% do número de acertos não significa que seja o índice considerado ideal e sim uma forma de ter um parâmetro para comparar o desempenho da turma em relação aos conhecimentos prévios de conjuntos, operações com Números Reais, Plano Cartesiano, Função Afim, Equação do 2^a grau e Conceitos básicos de Funções Quadráticas que são estudados durante o Ensino Fundamental II. Essa variação é possível ser evidenciada por meio do Gráfico 4.

Gráfico 4 – Desempenho das turmas por questão no questionário estruturado prévio



Fonte: Do autor (2019).

No Gráfico 4, observa-se o acerto por turma em comparação no geral de participantes da pesquisa no questionário estruturado prévio. É possível perceber essa variação no desempenho dos alunos em relação ao estudo dos conhecimentos prévios de Funções Quadráticas. Mediante o Gráfico 4, nota-se que a turma T² em nenhuma questão possuiu o desempenho superior às demais turmas, e que a turma T¹, apenas nas questões 1 e 7, possuiu desempenho superior às demais turmas.

Além disso, a turma T³, apenas na questão 8, apresentou um desempenho superior às demais turmas, e a turma T⁴ apresentou esse desempenho superior nas questões 2, 3, 4 e 5. Na próxima seção serão apresentados os resultados da atividade prática pedagógica expositiva do grupo controle.

5.2 Análise da atividade prática pedagógica expositiva do grupo controle

A atividade prática pedagógica expositiva do grupo controle (APÊNDICE G) foi planejada com 5 questões e 14 (quatorze) itens exploratórios relacionados a conceitos gráficos de Funções Quadráticas. Essa atividade desenvolve-se

posteriormente às aulas expositivas e resolução de exercícios de Função Quadrática pela professora regente das turmas T¹ e T². As atividades práticas pedagógicas do grupo controle foram realizadas em 12 aulas de 50 minutos cada. As turmas T¹ e T² realizaram a atividade prática pedagógica expositiva na mesma quantidade de aulas.

As tabelas seguintes apresentam os dados quantitativos relacionados às respostas dos 54 alunos à questão da atividade prática pedagógica expositiva do grupo controle. A turma T¹ era composta por 28 alunos, e a turma T² por 26 alunos. O Quadro 18 mostra a primeira questão da atividade prática pedagógica expositiva do grupo controle.

Quadro 18 – Primeira questão da atividade prática pedagógica expositiva do grupo controle

01 - Calcule algebricamente as raízes da função quadrática $f(x) = x^2 - 2x - 3$.
a) Esboce o gráfico da função usando apenas as raízes e as coordenadas do vértice.
b) Altere os valores dos coeficientes da função quadrática $f(x) = x^2 - 2x - 3$, o valor do coeficiente a de 1 para 3, o coeficiente b de - 2 para -7 e o coeficiente c de - 3 para 4. Após a alteração dos valores dos coeficientes, esboce o gráfico da função usando apenas as raízes e as coordenadas do vértice.
c) Comparando o gráfico da alternativa a com o da alternativa b , quais conclusões é possível tirar relativo à influência dos coeficientes a , b e c nas características do gráfico da função?

Fonte: Do autor (2019).

Nas Tabelas 13, 14 e 15 estão apresentadas as respostas quantitativas dos alunos de cada turma referentes à questão 01 da atividade prática pedagógica expositiva do grupo controle. A análise quantitativa desenvolveu-se em 4 (quatro) categorias conforme a resolução apresentadas pelos alunos participantes da pesquisa. As categorias são: correta, parcialmente correta, errada ou em branco. Na Tabela 13, é possível verificar as respostas quantitativas dos alunos para a alternativa A da questão 01 da atividade prática pedagógica expositiva do grupo controle.

Tabela 13 – Categorias das respostas dos alunos para alternativa a A da questão 01 da atividade prática pedagógica expositiva do grupo controle

Questão 01 – A	Turma T ¹	Turma T ²	Total de Respostas
Correta	25	18	43
Parcialmente Correta	2	2	4
Errada	-	-	-
Em branco	1	6	7
Total de alunos	28	26	54

Fonte: Do autor (2019).

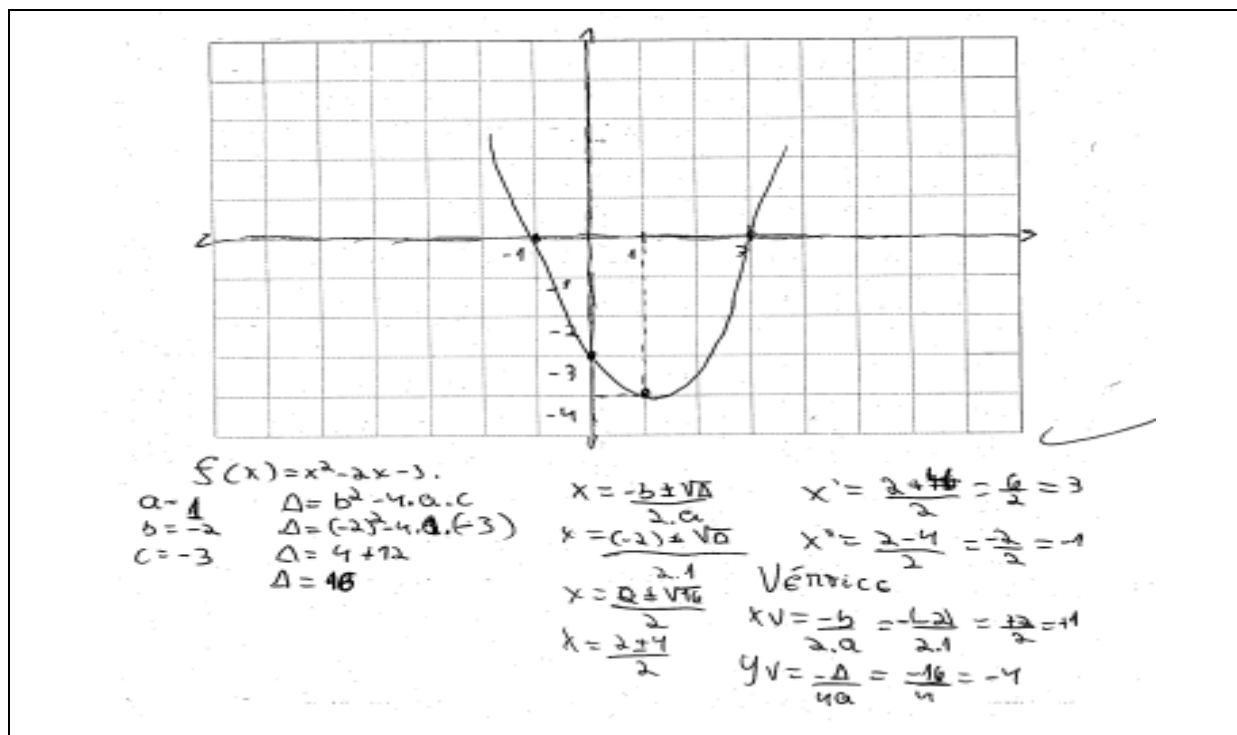
Para solucionar a alternativa A da questão 01, o aluno deveria encontrar as raízes reais da Função Quadrática e as coordenadas dos vértices. Para isso, deveria aplicar a fórmula $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$, $X_v = \frac{-b}{2a}$ e $Y_v = \frac{-\Delta}{4a}$. Realizando os cálculos necessários, os alunos encontrariam $x' = 3$, $x'' = -1$, $X_v = 1$ e $Y_v = -4$.

É possível notar que a turma T¹ obteve 89,28% de respostas corretas, e a turma T² 69,23%. Na categoria parcialmente correta a turma T¹ alcançou 7,14%, e a turma T² obteve 7,69%. Aproximadamente 3,58% dos alunos da turma T¹ e 23,08% da turma T² deixaram a alternativa em branco. No geral, dos 54 alunos do grupo controle da pesquisa, 79,62% acertaram totalmente a questão, 7,40% acertaram parcialmente, nenhum aluno errou totalmente e 12,96% deixaram a alternativa A em branco.

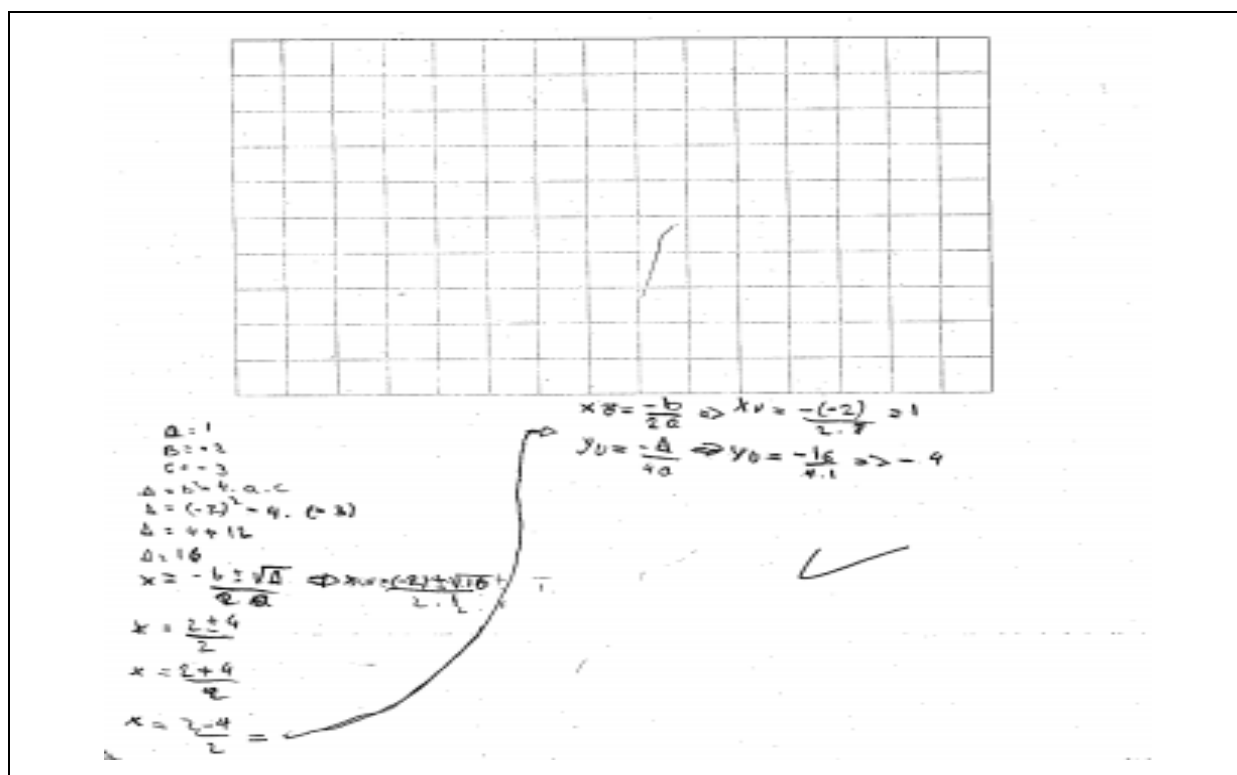
Analisando as respostas dos alunos com relação ao primeiro item da primeira pergunta da atividade prática pedagógica expositiva do grupo controle, verifica-se que os alunos responderam de forma condizente ou parcialmente à pergunta.

Tal fato é constatado por meio das Figuras 6 e 7:

Figura 6 – Resposta do aluno A⁶T¹



Fonte: Do autor (2019).

Figura 7 – Resposta do aluno A¹¹T²

Fonte: Do autor (2019).

Nesse item, esperava-se que os alunos esboçassem o gráfico da Função Quadrática por meio do uso das raízes e das coordenadas dos vértices. A resposta do aluno A⁶T¹ foi considerada correta, pois ele desenvolveu os cálculos para encontrar os valores das raízes, as coordenadas do vértice e esboçou o gráfico da Função Quadrática.

Porém, como pôde-se observar por meio da Figura 7, o aluno A¹¹T² realizou os cálculos e não esboçou o gráfico, sendo considerada uma resposta parcialmente correta. Para Lima *et al.* (2006) o gráfico de uma Função Quadrática é uma parábola que possui o conjunto dos pontos do plano com a mesma distância do foco e da diretriz. Na Tabela 14, é possível identificar as respostas quantitativas dos alunos para a alternativa B da questão 01 da atividade prática pedagógica expositiva do grupo controle.

Tabela 14 – Categorias das respostas dos alunos para a letra B da questão 01 da atividade prática pedagógica expositiva do grupo controle

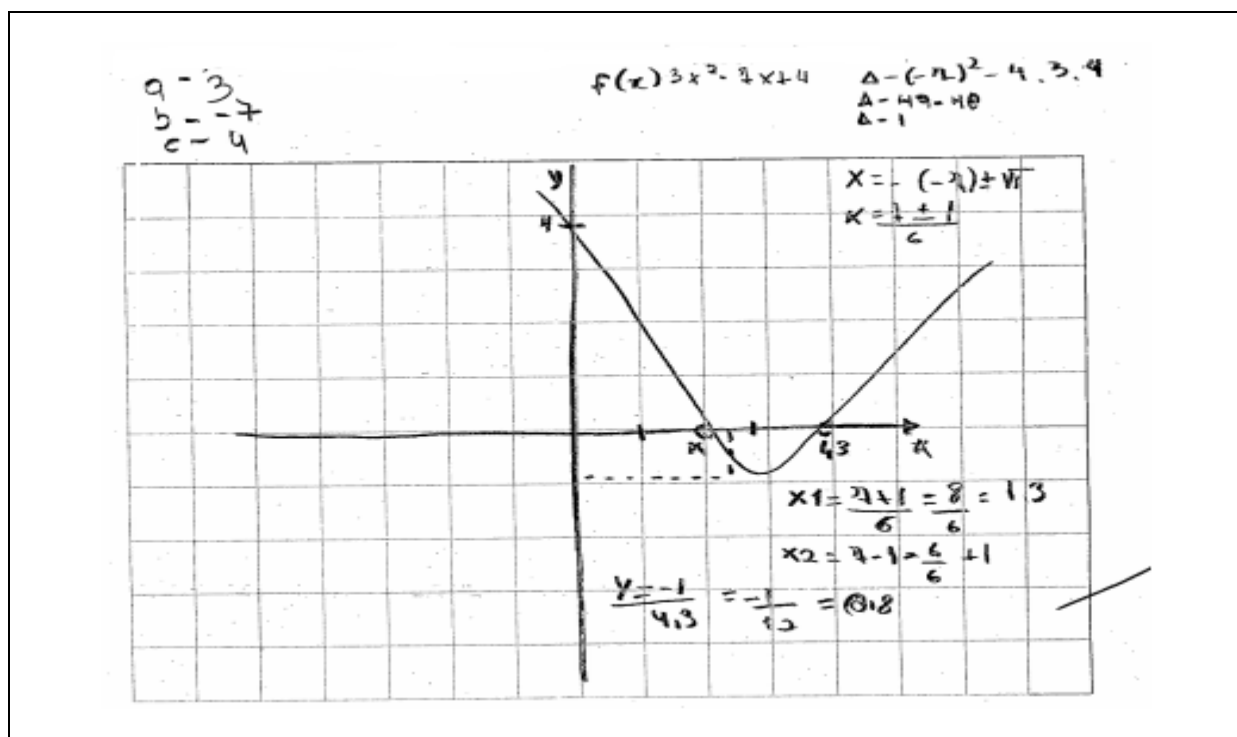
Questão 01 – B	Turma T ¹	Turma T ²	Total de Respostas
Correta	21	8	29
Parcialmente Correta	2	4	6
Errada	4	2	6
Em branco	1	12	13
Total de alunos	28	26	54

Fonte: Do autor (2019).

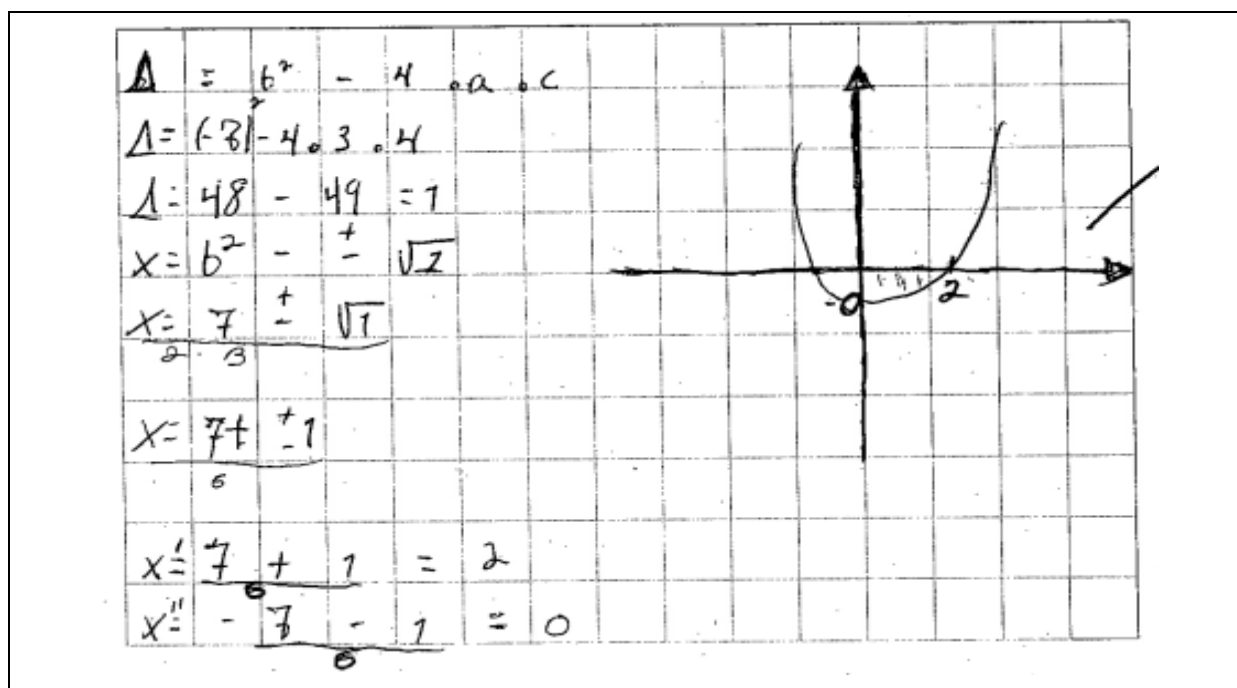
Para resolver a alternativa B da questão 01, o aluno deveria alterar os valores dos coeficientes da função, encontrando a nova Função Quadrática que seria $f(x) = 3x^2 - 7x + 4$. Posteriormente, encontrar os valores das raízes e das coordenadas dos vértices. Novamente o aluno precisaria empregar a fórmula $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$, $X_v = \frac{-b}{2a}$ e $Y_v = \frac{-\Delta}{4a}$. Desenvolvendo os cálculos, os alunos encontrariam $x' = 1,3$, $x'' = 1$, $X_v = 1,16$ e $Y_v = -0,08$.

Como constatado, a turma T¹ alcançou 75,00% de respostas corretas, 7,14% de respostas parcialmente corretas, 14,28% de respostas erradas e 3,58% de respostas em branco. Por outro lado, a turma T² obteve 30,76% de respostas corretas, 15,38% de respostas parcialmente corretas, 7,69% de respostas erradas e 46,17% de respostas em branco. No geral, dos 54 alunos do grupo controle da pesquisa, 53,70% acertaram totalmente a questão, 11,11% acertaram parcialmente, 11,11% dos alunos erraram e 24,08% deixaram a alternativa B em branco. É possível perceber que o número de acertos das turmas caiu significativamente, e o número de alunos que acertaram parcialmente, erraram ou deixaram em branco aumentou consideravelmente.

Analisando as respostas dos alunos no tocante ao segundo item da primeira pergunta da atividade prática pedagógica expositiva do grupo controle, verificou-se que os alunos responderam de forma condizente, parcialmente, errada ou deixaram em branco a pergunta. Percebe-se esse fato por meio das Figuras 8 e 9:

Figura 8 – Resposta do aluno A^{8T1}

Fonte: Do autor (2019).

Figura 9 – Resposta do aluno A^{18T2}

Fonte: Do autor (2019).

A alternativa B solicitava aos alunos realizar mudanças nos valores dos coeficientes da Função Quadrática e posteriormente esboçar o gráfico dessa nova

função obtida pelas alterações dos coeficientes. A resposta apresentada pelo aluno A⁸T¹ foi considerada correta, pois ele desenvolveu os cálculos para encontrar os valores das raízes, vértices e esboçou o gráfico da Função Quadrática, além de localizar onde o gráfico interceptava o eixo da imagem no plano cartesiano, precisamente no coeficiente $C = 4$.

No entanto, como é possível observar por meio da Figura 9, o aluno A¹⁸T² realizou operações matemáticas erradas, confundiu-se na realização dos cálculos obtendo valores discrepantes com o que seria realmente, não obteve os valores das coordenadas dos vértices, além de esboçar de forma errada o gráfico da Função, tendo sua resposta considerada como errada. Vergnaud (2016) ressalta que a aquisição do conhecimento se forma por meio de situações e problemas dominados anteriormente, ou seja, o conhecimento possui algumas características desses contextos prévios.

Na solução apresentada pelo aluno A¹⁸T² nota-se que o mesmo não apresentou indícios de possuir uma evolução do campo conceitual de Funções Quadráticas, por meio da interação adaptativa com as situações vivenciadas durante as aulas de matemática e com o desenvolvimento da atividade expositiva (MOREIRA; PALMERO, 2004). Na Tabela 15, constatamos as respostas quantitativas dos alunos para alternativa C da questão 01 da atividade prática pedagógica expositiva do grupo controle.

Tabela 15 – Categorias das respostas dos alunos para a alternativa C da questão 01 da atividade prática pedagógica expositiva do grupo controle

Questão 1 – C	Turma T ¹	Turma T ²	Total de Respostas
Correta	6	2	8
Parcialmente Correta	5	2	7
Errada	3	6	9
Em branco	14	16	30
Total de alunos	28	26	54

Fonte: Do autor (2019).

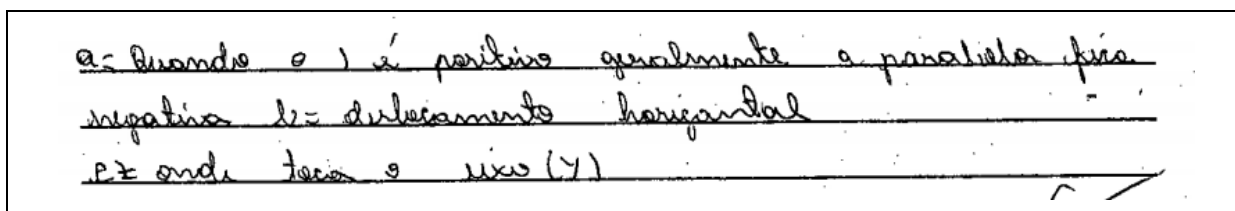
O item C da questão 01 solicitava aos alunos comparar os gráficos obtidos nas alternativas A e B, o que só seria possível realizar se os alunos conseguissem esboçar os dois gráficos da Função Quadrática solicitados anteriormente. Vergnaud (1990) argumenta que a percepção visual possui uma função preponderante na construção do conhecimento pelos discentes, pois a constatação do significado de

representações simbólicas não necessita somente das habilidades que o mesmo possua para caracterizar os elementos e suas relações, mas principalmente de elementos conceituais que devam ser considerados.

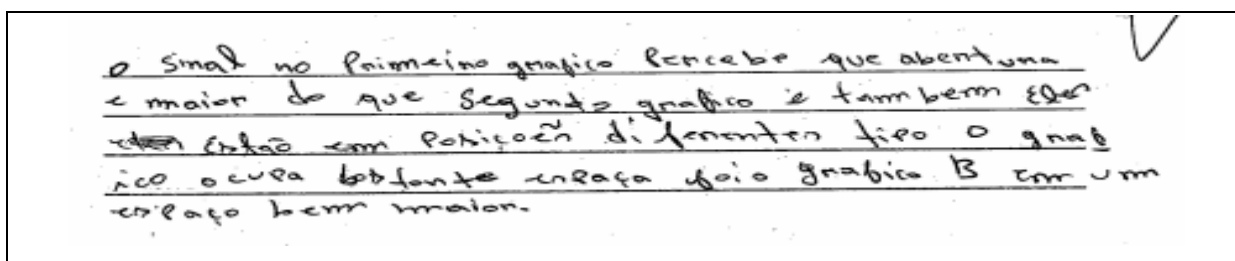
Por meio da Tabela 15, verificou-se que a turma T¹ alcançou 21,42% de respostas totalmente corretas, 17,85% de respostas parcialmente corretas, 10,71% de respostas erradas e 50,02% de respostas em branco. Em contrapartida, a turma T² atingiu 7,69% de respostas totalmente corretas, 7,69% de respostas parcialmente corretas, 23,07% de respostas erradas e 61,55% de respostas em branco. No geral, dos 54 alunos do grupo controle integrante da pesquisa, 14,81% acertaram totalmente a questão, 12,96% acertaram parcialmente, 16,66% dos alunos erraram e 55,57% deixaram a alternativa C em branco.

É perceptível que o número de acertos das turmas T¹ e T² diminuíram significativamente, e o número de alunos que deixaram em branco aumentou consideravelmente. Esse aumento pode ter sido devido os alunos não terem conseguido esboçar os dois gráficos das Funções Quadráticas das alternativas A e B ou por não terem conseguido perceber nenhuma influência dos valores dos coeficientes **a**, **b** e **c** no comportamento dos gráficos das Funções Quadráticas. Segundo Lima *et al.* (2006) para realizar o traçado da parábola é necessário compreender algumas características, que podem ser obtidas por meio de um estudo dos seus coeficientes, no qual cada um possui uma atribuição distinta. É possível perceber esse fato por meio das Figuras 10 e 11:

Figura 10 – Resposta do aluno A¹⁹T²



Fonte: Do autor (2019).

Figura 11 – Resposta do aluno A^{15T1}

Fonte: Do autor (2019).

Por meio da Figura 10, observa-se que o aluno A^{19T2} apresentou uma solução considerada parcialmente correta, pois ele conseguiu desenvolver os cálculos para encontrar os valores das raízes, vértices e esboçou o gráfico da Função Quadrática nas alternativas A e B. Contudo, não apresentou uma solução totalmente ordenada com conclusões que definissem a influência dos coeficientes no comportamento do gráfico da Função Quadrática. Lima *et al.* (2006) ressaltam que o coeficiente **a** da Função Quadrática é responsável pela concavidade e pela abertura da parábola, o coeficiente **b** relaciona-se à inclinação que a parábola obtém ao passar pelo eixo das ordenadas, e o coeficiente **c** é o ponto de intercepção da parábola com o eixo **y**.

Porém, como pode-se observar por meio da Figura 11, o aluno A^{15T1} expressou uma solução classificada errada, pois o mesmo não apresentou conclusões da importância dos coeficientes no comportamento do gráfico da Função Quadrática. O aluno A^{15T1} realizou os cálculos com alguns erros de operações nas alternativas A e B, fazendo com que o esboço do gráfico não estivesse totalmente correto. O Quadro 19 apresenta a segunda questão da atividade prática pedagógica expositiva do grupo controle.

Quadro 19 – Segunda questão da atividade prática pedagógica expositiva do grupo controle

02 – Em um experimento balístico, um projétil é atirado de um canhão descrevendo uma parábola conforme a função quadrática $y = -2x^2 + 20x$, em que **y** representa a altura máxima e **x** a distância máxima atingida pelo projétil.

a) Esboce o gráfico da função usando apenas as raízes e as coordenadas do vértice.

b) Qual é a altura máxima atingida pelo projétil? Qual a distância percorrida pelo projétil da origem do lançamento até alcançar o solo?

c) Qual é a altura máxima e a distância percorrida pelo projétil se o coeficiente **a** for alterado para -0,5 e o coeficiente **b** para 30?

Fonte: Do autor (2019).

Nas Tabelas 16, 17 e 18 encontram-se expostas as respostas quantitativas dos alunos de cada turma referentes à segunda questão da atividade prática pedagógica expositiva do grupo controle. A análise foi desenvolvida em 4 (quatro) categorias conforme as respostas apresentadas pelos alunos participantes da pesquisa. As categorias são: correta, parcialmente correta, errada ou em branco. Na Tabela 16, há a representação das respostas quantitativas dos alunos para a alternativa A da questão 02 da atividade prática pedagógica expositiva do grupo controle.

Tabela 16 – Categorias das respostas dos alunos para a alternativa A da questão 02 da atividade prática pedagógica expositiva do grupo controle

Questão 02 – A	T ¹	T ²	Total de Respostas
Correta	19	14	33
Parcialmente Correta	5	1	6
Errada	2	-	2
Em branco	2	11	13
Total de alunos	28	26	54

Fonte: Do autor (2019).

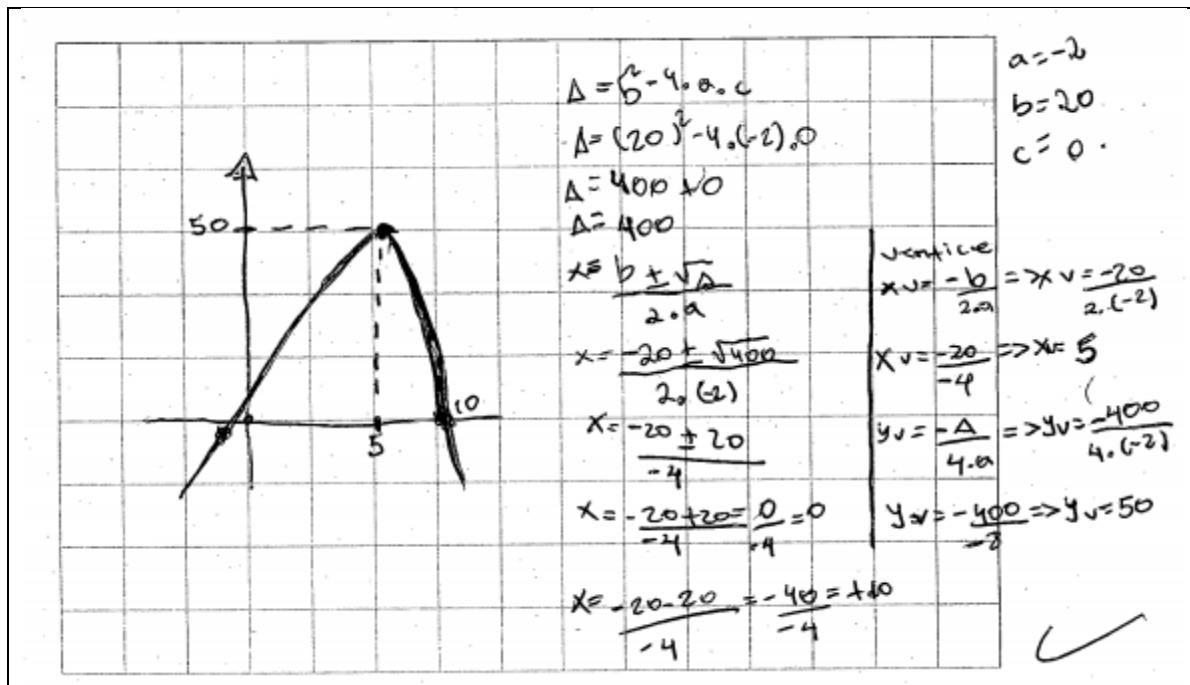
Para resolver a alternativa A da segunda questão o aluno deveria encontrar as raízes da Função Quadrática e as coordenadas dos vértices. Para isso, precisaria empregar as fórmulas $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$, $X_v = \frac{-b}{2a}$ e $Y_v = \frac{-\Delta}{4a}$. Desenvolvendo os cálculos, os alunos descobririam $x' = 0$, $x'' = 10$, $X_v = 5$ e $Y_v = 50$.

Pela Tabela 16 pode-se evidenciar que a turma T¹ atingiu 67,85% de respostas totalmente corretas, 16,77% de respostas parcialmente corretas, 7,69% de respostas erradas e 7,69% de respostas em branco. Em contrapartida, a turma T² alcançou 53,84% de respostas totalmente corretas, 3,84% de respostas parcialmente corretas e 42,32% de respostas em branco. Entre os 54 alunos integrantes do grupo controle, 61,11% acertaram totalmente a questão, 11,11% acertaram parcialmente, 03,70% dos alunos erraram totalmente e 24,08% deixaram a alternativa A em branco.

O número de acertos das turmas T¹ e T² reduziram em relação à alternativa A da primeira questão que possuía soluções análogas. Porém, o número geral de alunos que deixaram em branco passou de 12,96% da primeira questão para

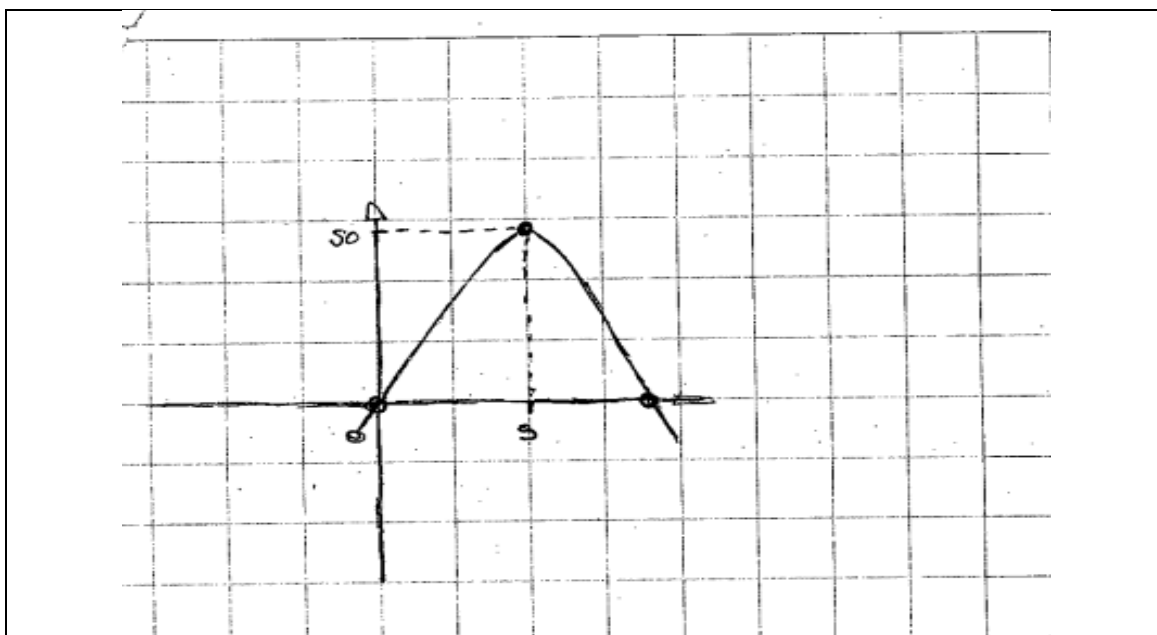
24,08% na segunda questão. Nas Figuras 12 e 13 verifica-se algumas soluções que foram consideradas corretas ou parcialmente corretas.

Figura 12 – Resposta do aluno A^{15T1}



Fonte: Do autor (2019).

Figura 13 – Resposta do aluno A^{4T2}



Fonte: Do autor (2019).

A primeira alternativa da segunda questão solicitava aos alunos realizar um esboço gráfico da Função Quadrática $y = -2x^2 + 20x$. A resposta do aluno A^{15T1} foi

considerada correta, pois ele realizou os cálculos necessários para encontrar os valores das raízes e vértices, além de esboçar o gráfico da Função Quadrática. Para Lima *et al.* (2006) o ponto de vértice do gráfico da Função Quadrática fica localizado sobre o eixo de simetria da parábola.

No entanto, é importante observar pela Figura 12 que o aluno A⁴T² apresentou um esboço do gráfico, mas não mostrou nenhum indício de como obteve os valores das raízes ou das coordenadas dos vértices, tendo sua resposta considerada parcialmente correta. Por meio da Tabela 17, é possível observar as respostas quantitativas dos alunos para a alternativa B da questão 02 da atividade prática pedagógica expositiva do grupo controle.

Tabela 17 – Categorias das respostas dos alunos para a alternativa B da questão 02 da atividade prática pedagógica expositiva do grupo controle

Questão 02 – B	T ¹	T ²	Total de Respostas
Correta	16	16	32
Parcialmente Correta	2	-	2
Errada	6	-	6
Em branco	4	10	14
Total de alunos	28	26	54

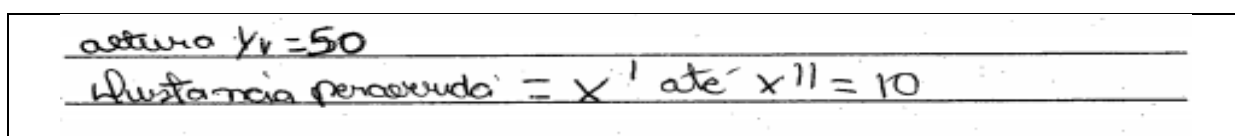
Fonte: Do autor (2019).

Para resolver a alternativa B da segunda questão, o aluno necessitava possuir os valores numéricos de $X_v = \frac{-b}{2a}$, $Y_v = \frac{-\Delta}{4a}$, x' e x'' , além disso, deveria saber o significado dos valores em termos práticos no contexto da situação problema proposta. Comparando os resultados das Tabelas 16 e 17 podemos perceber que o número de respostas corretas da turma T¹ diminuiu e da turma T² aumentou, considerando que para responder à alternativa B, os alunos apenas aplicariam os dados numéricos da alternativa A.

Verifica-se pela Tabela 16, que a turma T¹ obteve 57,14% de respostas totalmente corretas, 7,69% de respostas parcialmente corretas, 23,07% de respostas erradas e 12,10% de respostas em branco. Entretanto, a turma T² conseguiu 61,53% de respostas totalmente corretas, 38,47% de respostas em branco, e não houve nenhuma resposta considerada errada ou parcialmente correta, em conformidade com a literatura adotada no estudo de Funções Quadráticas.

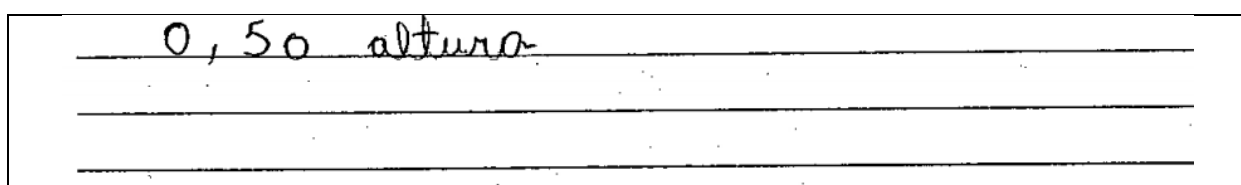
Entre os alunos participantes do grupo controle, aproximadamente 59,25% acertaram totalmente a alternativa B, 3,70% acertaram parcialmente, 11,11% dos alunos erraram e 25,94% deixaram a alternativa em branco. Nas Figuras 14 e 15 observa-se algumas respostas apresentadas pelos alunos.

Figura 14 – Resposta do aluno A⁹T¹



Fonte: Do autor (2019).

Figura 15 – Resposta do aluno A⁷T²



Fonte: Do autor (2019).

Essa alternativa necessitava que o discente soubesse o significado dos valores das raízes da Função Quadrática e das coordenadas dos vértices. A resposta apresentada pelo aluno A⁹T¹ foi considerada correta, pois ele descreveu que o valor do Y_v representava a altura e que a distância percorrida pelo projétil era $x' = 0$ até $x'' = 10$. A representação da forma fatorada da Função Quadrática possibilita obter informações a respeito das raízes da equação quadrática, além de oportunidade de uma forma algébrica realizar o estudo dos sinais que a função pode assumir (LIMA *et al.*, 2006).

No entanto, como pode-se observar na Figura 15, o aluno A⁷T² apresentou uma resposta parcialmente correta, pois ele conseguiu descrever que o Y_v era a altura máxima, mas não descreveu a distância percorrida pelo projétil. Vale ressaltar que as respostas do aluno A⁷T² para as alternativas B e C foram um pouco confusas, pois o mesmo deixou em branco a alternativa A e não apresentou nenhum indício que solucionou a questão. Na Tabela 18, verificam-se as respostas quantitativas dos alunos para a alternativa C da questão 02 da atividade prática pedagógica expositiva do grupo controle.

Tabela 18 – Categorias das respostas dos alunos para a letra C da questão 02 da atividade prática pedagógica expositiva do grupo controle

Questão 02 – C	T ¹	T ²	Total de Respostas
Correta	7	15	22
Parcialmente Correta	2	-	2
Errada	9	-	9
Em branco	10	11	21
Total de alunos	28	26	54

Fonte: Do autor (2019).

Na alternativa C da segunda questão, o aluno necessitaria alterar o valor do coeficiente **a** de - 2 para - 0,5 e o coeficiente **b** de 20 para 30, posteriormente, calcular o valor da altura máxima e a distância percorrida pelo projétil. Para isso o aluno deveria encontrar as raízes da Função Quadrática e as coordenadas dos vértices, utilizando as fórmulas $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$, $X_v = \frac{-b}{2a}$ e $Y_v = \frac{-\Delta}{4a}$. Após realizar as alterações e desenvolver os cálculos necessários, os alunos encontrariam $y = -0,5x^2 + 30x$, $x' = 0$, $x'' = 60$, $X_v = 30$ e $Y_v = 450$.

Por meio da Tabela 19 observa-se que a turma T¹ alcançou 25,00% de respostas totalmente corretas, 7,14% de respostas parcialmente corretas, 32,14% de respostas erradas e 35,72% de respostas em branco. Em contrapartida, a turma T² conseguiu 57,69% de respostas totalmente corretas e 42,31% de respostas em branco. Entre os 54 alunos participantes do grupo controle, 40,74% acertaram totalmente a alternativa C, 3,70% acertaram parcialmente, 16,66% erraram e 38,90% deixaram a alternativa em branco. As Figuras 16 e 17 apresentam algumas soluções desenvolvidas pelos alunos.

Figura 16 – Resposta do aluno A²T²

$a = -0,5, b = 30 \text{ e } c = 0, \text{ altura} = y_v = 450, \text{ distância} = x_v$
 $\Delta = x'' = 60$
 $\Delta = 30^2 - 4 \cdot (-0,5) \cdot 0$
 $\Delta = 900$
 $x = \frac{-30 \pm \sqrt{900}}{2 \cdot (-0,5)}$
 $x' = \frac{-30 + 30}{-1} = 0$
 $x'' = \frac{-30 - 30}{-1} = 60$
 vértice
 $y_v = \frac{-\Delta}{4 \cdot a} = \frac{-900}{4 \cdot (-0,5)} = 450$
 $x_v = 30$

Fonte: Do autor (2019).

Figura 17 – Resposta do aluno A^{13T1}

Handwritten response on lined paper:

$$\begin{aligned} \text{altura} &= y \\ a &= -0,5 \\ b &= 30 \\ c &= 0 \end{aligned}$$

Fonte: Do autor (2019).

Após as alterações dos valores dos coeficientes, o cálculo das raízes e das coordenadas dos vértices, os alunos deveriam dizer qual era o valor da altura máxima e a distância percorrida pelo projétil. Como se pôde verificar por meio da Figura 16, a resposta do aluno A^{2T2} foi classificada como correta, pois descreveu que o valor do $Y_v = 450$ representava a altura e que a distância percorrida pelo projétil era de $x' = 0$ até $x'' = 60$. Vale ressaltar que o aluno A^{2T2} respondeu corretamente as alternativas A e B. Sousa (2013) ressalta que o vértice da parábola é o ponto em que o gráfico muda de crescente para decrescente ou de decrescente para crescente. Além disso, ele representa o ponto de mínimo ou de máximo da função.

Contudo, na Figura 17 verifica-se a resposta do aluno A^{13T1} que foi considerada errada, pois ele não conseguiu obter o valor do Y_v e das raízes da função x' e x'' , que eram a altura máxima e a distância percorrida pelo projétil, respectivamente. Vale salientar que o aluno A^{13T1} respondeu a alternativa A corretamente e errou as alternativas B e C da segunda questão. O Quadro 20 expõe a terceira questão da atividade prática pedagógica expositiva do grupo controle.

Quadro 20 – Terceira questão da atividade prática pedagógica expositiva do grupo controle

- 03 – Uma bola é lançada de cima de um prédio até atingir o solo e voltar descrevendo uma parábola conforme a função $h(t) = 9t^2 - 12t + 4$, em que $h(t)$ representa a altura em metros atingida pela bola, t o tempo em segundos após o lançamento da bola.
- Esboce o gráfico da função usando apenas as raízes e as coordenadas do vértice.
 - Qual é a distância atingida pela bola em relação à base do prédio?
 - Levando em consideração os eixos de orientação do plano cartesiano, de qual altura foi lançada a bola?

Fonte: Do autor (2019).

As Tabelas 19, 20 e 21 apresentam as respostas quantitativas dos alunos do grupo controle relativas à terceira questão da atividade prática pedagógica expositiva. A análise deu-se em 4 (quatro) categorias de acordo com a resposta

apresentada pelos alunos participantes da pesquisa. As categorias são: correta, parcialmente correta, errada ou em branco. Na Tabela 19, verifica-se as respostas quantitativas dos alunos para a alternativa A da questão 03 da atividade prática pedagógica expositiva do grupo controle.

Tabela 19 – Categorias das respostas dos alunos para a alternativa A da questão 03 da atividade prática pedagógica expositiva do grupo controle

Questão 03 – A	T ¹	T ²	Total de Respostas
Correta	6	12	18
Parcialmente Correta	2	4	6
Errada	8	-	8
Em branco	12	10	22
Total de alunos	28	26	54

Fonte: Do autor (2019).

A situação problema da terceira questão descrevia o lançamento de uma bola do alto de prédio até atingir o solo obedecendo ao comportamento da Função Quadrática $h(t) = 9t^2 - 12t + 4$. A alternativa A solicitava ao aluno realizar o esboço do gráfico empregando os valores das raízes e das coordenadas dos vértices. Dessa forma, se o aluno aplicasse as fórmulas $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$, $X_v = \frac{-b}{2a}$ e $Y_v = \frac{-\Delta}{4a}$, que dão os valores das raízes e das coordenadas dos vértices respectivamente, encontraria a solução do problema.

Quando o aluno empregasse a relação matemática que dá o valor do discriminante $\Delta = b^2 - 4.a.c$, encontraria o valor de delta $\Delta = 0$. Como o valor do discriminante delta é igual a zero, a função possui duas raízes reais e iguais. Substituindo o valor do discriminante delta na equação $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$ é possível verificar que $X' = X'' = X_v$. Realizando os cálculos necessários, os alunos encontrariam $X' = X'' = X_v = 0,66$ e $Y_v = 0$.

Por meio da Tabela 19 percebeu-se que a turma T¹ alcançou 21,42% de respostas corretas, 7,14% de respostas parcialmente corretas, 28,57% de respostas erradas e 42,87% de respostas em branco. Porém, a turma T² obteve 46,15% de respostas corretas, 15,38% de respostas parcialmente corretas e 38,47% de respostas em branco. Entre os alunos participantes do grupo controle, 33,33%

acertaram totalmente a alternativa A, 11,11% acertaram parcialmente, 14,81% dos alunos erraram e 40,75% deixaram a alternativa em branco.

Vale ressaltar que a porcentagem de questões erradas e em branco foram superiores a 55% dos participantes, apresentando indícios de que os alunos do grupo controle não possuem domínio no campo conceitual para esboçar um gráfico de Função Quadrática. Vergnaud (1993) ressalta que é por meio das situações e dos problemas a serem resolvidos que um conceito adquire sentido para o discente. Nas Figuras 18 e 19 constatou-se algumas respostas apresentadas pelos alunos que evidenciam a ausência do domínio no campo conceitual de Função Quadrática.

Figura 18 – Resposta do aluno A^{15T1}

Handwritten student work on a grid background. The work shows calculations for a quadratic equation, likely $ax^2 + bx + c = 0$, where $a = 3$, $b = -12$, and $c = 4$.

The student uses the discriminant formula: $\Delta = b^2 - 4ac$.

Calculation of the discriminant: $\Delta = (-12)^2 - 4 \cdot 3 \cdot 4$.

Result: $\Delta = 144 - 48$.

Result: $\Delta = 96$.

Calculation of the roots using the quadratic formula: $x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$.

Substitution: $x = \frac{-(-12) \pm \sqrt{96}}{2 \cdot 3}$.

Simplification: $x = \frac{12 \pm \sqrt{96}}{6}$.

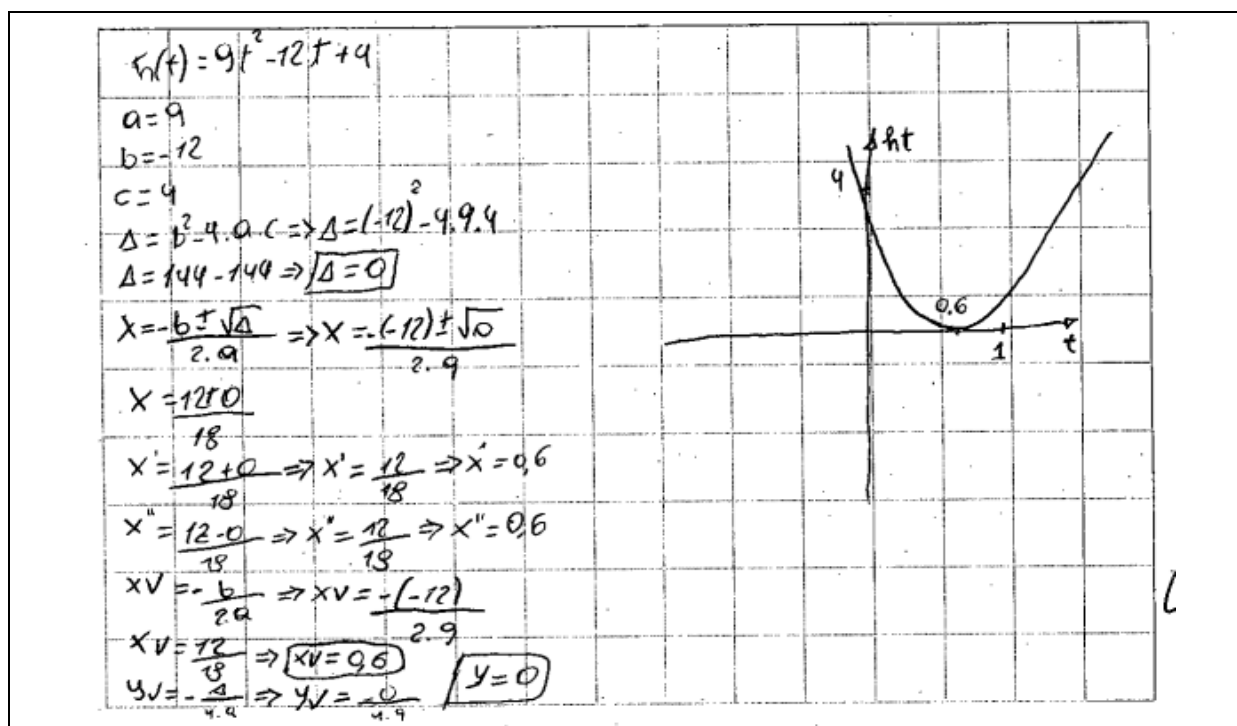
Further simplification: $x = \frac{12 \pm 4\sqrt{6}}{6}$.

Final results: $x = 2 \pm \frac{2\sqrt{6}}{3}$.

Verification: $x = 2 + \frac{2\sqrt{6}}{3}$ and $x = 2 - \frac{2\sqrt{6}}{3}$.

Checkmark: ✓

Fonte: Do autor (2019).

Figura 19 – Resposta do aluno A¹⁴T²

Fonte: Do autor (2019).

Como destacado na Figura 18, a resposta do aluno A¹⁵T¹ foi considerada parcialmente correta. O mesmo encontrou corretamente o valor do discriminante $\Delta = 0$, encontrou o valor de $X' = X'' = X_v = 0,66$, porém, não esboçou o gráfico da Função Quadrática. Lima *et al.* (2006) destacam que como a parábola é simétrica em torno de seu eixo focal, pode-se dizer que a coordenada do X_v é a média aritmética das raízes reais da função. Vale ressaltar que o aluno A¹⁵T¹ teve alternativa B considerada parcialmente correta e deixou em branco a alternativa C.

No entanto, como evidenciado pela Figura 19, o aluno A¹⁴T² apresentou uma resposta classificada como correta, pois o aluno desenvolveu corretamente os cálculos e realizou o esboço do gráfico. No gráfico é possível perceber que o aluno A¹⁴T² identificou no eixo da imagem o valor do coeficiente c . Porém, esse aluno deixou em branco as alternativas B e C, que eram interpretativas da alternativa anterior. A Tabela 20 aborda as respostas dos alunos para a alternativa B da questão 03 da atividade prática pedagógica expositiva do grupo controle.

Tabela 20 – Categorias das respostas dos alunos para a letra B da questão 03 da atividade prática pedagógica expositiva do grupo controle

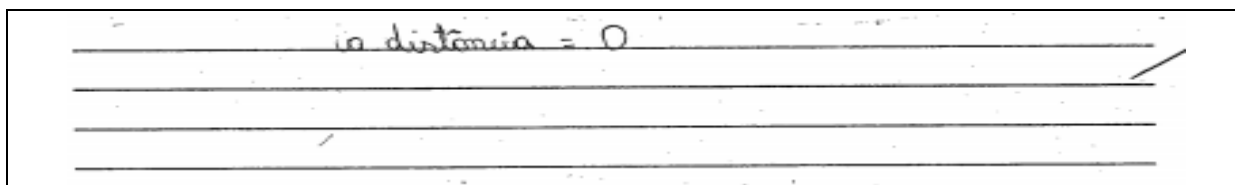
Questão 03 – B	T ¹	T ²	Total de Respostas
Correta	-	6	6
Parcialmente Correta	2	1	3
Errada	9	3	12
Em branco	17	16	33
Total de alunos	28	26	54

Fonte: Do autor (2019).

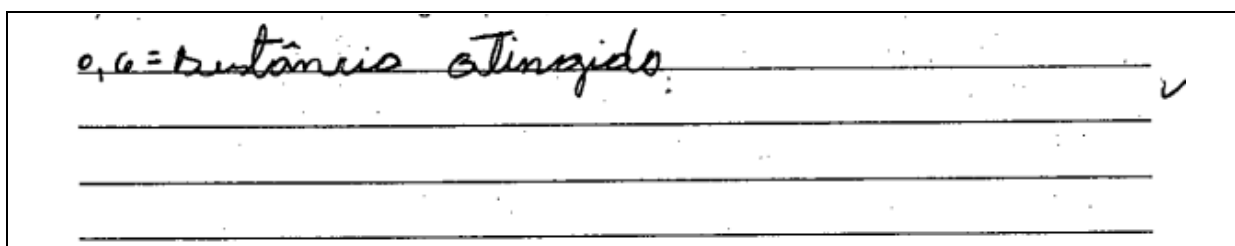
A alternativa B solicitava aos alunos identificar, no gráfico da Função Quadrática esboçado na alternativa A, a distância atingida pela bola em relação à base do prédio. Por meio da Tabela 20 é possível constatar que a turma T¹ não expressou nenhuma questão correta, apresentou 7,14% de respostas parcialmente corretas, 32,14% de respostas erradas e 60,72% de respostas em branco. Por outro lado, a turma T² apresentou um índice de 23,07% de respostas corretas, 3,84% de respostas parcialmente corretas, 11,53% de respostas consideradas erradas e 61,56% de respostas em branco.

Dos 54 alunos participantes do grupo controle, aproximadamente 11,11% acertaram totalmente a alternativa B, 5,56% acertaram parcialmente, 22,22% dos alunos erraram e 61,11% deixaram a alternativa em branco. Vale ressaltar que essa alternativa só poderia ser desenvolvida se o aluno aplicasse corretamente os dados obtidos na alternativa A.

Porém, como bem exposto na Tabela 19, a alternativa A obteve um índice de acerto em torno de 33,33%, o que apresenta indícios de que os alunos não sabem o significado dos valores encontrados nas resoluções, ou seja, os conceitos de Função Quadrática não possuem significados práticos e concretos. Vergnaud (2016) ressalta que a conceitualização do real é a essência do desenvolvimento cognitivo, e é por meio dela que o discente desenvolve seus esquemas na realidade ou no ambiente escolar. As Figuras 20 e 21 apresentam algumas soluções desenvolvidas pelos alunos:

Figura 20 – Resposta do aluno A¹⁶T¹

Fonte: Do autor (2019).

Figura 21 – Resposta do aluno A²²T²

Fonte: Do autor (2019).

Por meio da Figura 20 pode-se constatar que a resposta do aluno A¹⁶T¹ foi considerada errada. O mesmo descreveu que a distância entre a base do prédio e o momento que a bola atingiu o solo foi de zero (0) metro. Porém, o aluno A¹⁶T¹ acertou as alternativas A e C, evidenciando que possivelmente o aluno não compreende o significado dos valores obtidos na alternativa A. Para Moreira (2017), para ocorrer a compreensão de um campo conceitual, o discente necessita possuir o domínio de diversos conceitos de naturezas distintas. Dessa forma, a compressão dos significados dos valores dos coeficientes, raízes reais e coordenadas do vértice são essenciais para compreensão dos campos conceituais de Função Quadrática.

Por outro lado, na Figura 21 apresentou-se a resposta do aluno A²²T² que foi classificada como correta. No entanto, o aluno acertou parcialmente a alternativa A e acertou totalmente a alternativa C. A Tabela 21 apresenta as respostas dos alunos para a letra C da questão 03 da atividade prática pedagógica expositiva do grupo controle.

Tabela 21 – Categorias das respostas dos alunos para a letra C da questão 03 da atividade prática pedagógica expositiva do grupo controle

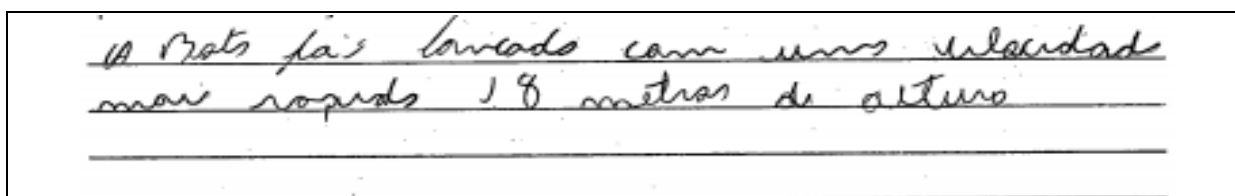
Questão 03 – C	T ¹	T ²	Total de Respostas
Correta	-	6	6
Parcialmente Correta	1	1	2
Errada	7	2	9
Em branco	20	17	37
Total de alunos	28	26	54

Fonte: Do autor (2019).

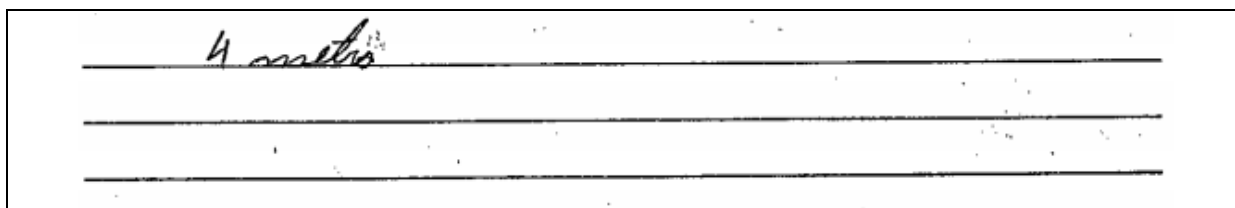
A alternativa C solicitava aos alunos considerar os eixos de orientação do plano cartesiano e identificar no gráfico da Função Quadrática ou por meio do valor do coeficiente **c** a altura que foi lançada a bola. Na Tabela 21 foi apresentado que a turma T¹ não expressou nenhuma resposta correta, mas que há 3,57% de respostas parcialmente corretas, 25% de respostas erradas e 71,42% de respostas em branco. Em contrapartida, a turma T² obteve um índice de 23,07% de respostas corretas, 3,84% de respostas parcialmente corretas, 7,69% de respostas consideradas erradas e 65,38% de respostas em branco.

Dos alunos participantes do grupo controle, aproximadamente 11,11% acertaram totalmente a alternativa C, 3,70% conseguiram acertar parcialmente e 16,67% dos alunos erraram. O maior índice de resposta dada foi da categoria em branco, que alcançou 68,52% dos participantes, apresentando vestígios de que os alunos, após todas as aulas e resoluções de exercício de Função Quadrática, ainda não tinham compreendido a importância e o significado do coeficiente **c**. Vergnaud (1993) ressalta que o sentido das situações e dos símbolos é o princípio para a construção prática dos conhecimentos em matemática. Verifica-se tal fato por meio das Figuras 22 e 23:

Figura 22 – Resposta do aluno A²²T¹



Fonte: Do autor (2019).

Figura 23 – Resposta do aluno A¹T²

Fonte: Do autor (2019).

Na Figura 22 observa-se que o aluno A²²T¹ apresentou uma resposta considerada errada. No entanto, esse aluno acertou a alternativa A e errou a alternativa B. Pelas respostas dadas pelo aluno A²²T¹ é possível constatar que existem indícios de que o aluno não sabe interpretar o significado do valor do coeficiente **c**, bem como não houve uma grande apreensão conceitual durante as aulas expositivas e resolução de exercícios de Função Quadrática. Sousa (2013) ressalta que o coeficiente **c** da Função Quadrática é o ponto onde a parábola intersecta o eixo das ordenadas. Dessa forma, o valor do coeficiente **c** representa a altura que a bola foi lançada.

Em contrapartida, na Figura 23 verifica-se a resposta do aluno A¹T² que foi julgada como correta, pois há indícios de que o mesmo usou os eixos de orientação do plano cartesiano ou o valor do coeficiente **c** para alicerçar a sua resposta. Vale ressaltar que o aluno A¹T² acertou todas as alternativas da terceira questão, apesar de alguns erros de ortografia. O Quadro 21 apresenta a quarta questão da atividade prática pedagógica expositiva do grupo controle.

Quadro 21 – Quarta questão da atividade prática pedagógica expositiva do grupo controle

- 04 - Uma pequena empresa de doces artesanais produz um doce que possui um recheio de açaí e cobertura de cupuaçu. Para produzir esse tipo de doce a empresa possui um custo C descrito pela função $C(x) = -3x^2 + 18x + 15$, onde $C(x)$ representa o custo em reais da produção e x a quantidade em unidades.
- Nessas condições, qual será o custo máximo dessa pequena empresa na produção do doce de recheio de açaí e cobertura de cupuaçu? Qual o número de doces produzidos para que esse custo seja máximo?
 - Qual é o custo inicial? Neste exemplo, qual o coeficiente da função $f(x) = ax^2 + b x + c$ que estabelece esse custo inicial?
 - Descreva como se comporta o gráfico da função custo?

Fonte: Do autor (2019).

As Tabelas 22, 23 e 24 descrevem as respostas quantitativas dos alunos do grupo controle referentes à quarta questão da atividade prática pedagógica

expositiva. A interpretação dos resultados deu-se em 4 (quatro) categorias de acordo com as respostas apresentadas pelos alunos integrantes da pesquisa. As categorias são: corretas, parcialmente corretas, erradas ou em branco. Na Tabela 22 é possível verificar as respostas dos alunos para a alternativa A da questão 04 relativa à atividade prática pedagógica expositiva do grupo controle.

Tabela 22 – Categorias das respostas dos alunos para a alternativa A da questão 04 da atividade prática pedagógica expositiva do grupo controle

Questão 04 – A	T ¹	T ²	Total de Respostas
Correta	1	11	12
Parcialmente Correta	-	3	3
Errada	2	1	3
Em branco	25	11	36
Total de alunos	28	26	54

Fonte: Do autor (2019).

A quarta questão descrevia a fabricação de doces artesanais de açaí e cupuaçu, em que o custo de produção estava descrito pela função $C(x) = -3x^2 + 18x + 15$, onde $C(x)$ correspondia o custo em reais da produção e x a quantidade em unidades. A alternativa A solicitava aos alunos encontrar o custo máximo de produção e quantas unidades de doces que seriam necessários para alcançar esse custo. Nesse sentido, se o aluno aplicasse as fórmulas das coordenadas dos vértices $X_v = \frac{-b}{2a}$ e $Y_v = \frac{-\Delta}{4a}$ e realizasse os cálculos do discriminante $\Delta = b^2 - 4.a.c$, teria como valor de delta $\Delta = 504$, $X_v = 3$ e $Y_v = 42$.

Na Tabela 22 constatou-se que a turma T¹ apresentou 3,57% de respostas corretas, e não apresentou nenhuma resposta classificada como parcialmente correta. Exibiu 7,14% de respostas erradas e 89,29% de respostas em branco. Por outro lado, a turma T² evidenciou 42,31% de respostas julgadas corretas, 11,54% de respostas parcialmente corretas, 3,84% de respostas erradas e 42,31% de respostas em branco.

Entre o total de alunos integrantes do grupo controle da pesquisa, somente 22,22% acertaram totalmente a alternativa A, 5,56% acertaram parcialmente e 5,56% dos alunos erraram. O índice de respostas em branco alcançou 66,66% dos participantes. Vale ressaltar que essa alternativa não possuía um grau de dificuldade muito elevado considerando que os alunos já tinham estudado Função Quadrática.

Além disso, os alunos já tinham estudado algumas noções de Função Quadrática no Ensino Fundamental II e aprofundado o conhecimento durante as aulas de Matemática no Ensino Médio.

Observou-se, pelo percentual de respostas erradas e em branco, que os alunos não possuem, organizado em suas estruturas cognitivas, o conceito de esquema. Vergnaud (2011) ressalta que o conceito de esquema é primordial, pois ele caracteriza as formas de organizações das atividades escolares em situações bem identificadas e restritas. Algumas respostas apresentadas pelos alunos podem ser constatadas pelas Figuras 24 e 25 a seguir:

Figura 24 – Resposta do aluno A^{6T2}

Handwritten work by student A^{6T2} showing calculations for a quadratic function. The work includes several lines of algebraic manipulation, some crossed out, and a final result of $V = -12$.

Fonte: Do autor (2019).

Figura 25 – Resposta do aluno A^{18T1}

Handwritten work by student A^{18T1} showing a single line of algebraic manipulation: $y.v = 49$, então máxima número de abas = $x + 3$.

Fonte: Do autor (2019).

Na Figura 24 evidencia-se a resposta do aluno A^{6T2}, que foi classificada como correta. O mesmo encontrou os valores de X_v e Y_v demonstrando os cálculos que realizou, porém, o aluno errou a alternativa B e acertou parcialmente a alternativa C. A resposta do aluno A^{6T2} demonstra que o mesmo possui alguns domínios dos campos conceituais a respeito de Funções Quadráticas. Vergnaud (2011) ressalta que o domínio de um campo conceitual não ocorre em um intervalo de tempo reduzido, ao contrário, novos problemas e novas propriedades devem ser analisados ao longo de anos para que o discente progressivamente os domine.

Por outro lado, a Figura 25 demonstra a resposta do aluno A¹⁸T¹ que foi classificada como parcialmente correta. O mesmo não realizou nenhum cálculo, apenas escreveu os valores de X_v e Y_v , não apresentando indícios de que possui algum conhecimento conceitual de Função Quadrática. Vale ressaltar que o aluno A¹⁸T¹ errou as alternativas B e C. Na Tabela 23 estão expostas as respostas dos alunos para letra B da questão 04 da atividade prática pedagógica expositiva do grupo controle.

Tabela 23 – Categorias das respostas dos alunos para a letra B da questão 04 da atividade prática pedagógica expositiva do grupo controle

Questão 04 – B	T ¹	T ²	Total de Respostas
Correta	1	5	6
Parcialmente Correta	-	3	3
Errada	1	6	7
Em branco	26	12	38
Total de alunos	28	26	54

Fonte: Do autor (2019).

A alternativa B solicitava aos alunos descrever qual era o custo inicial da produção e o coeficiente $C(x) = ax^2 + bx + c$ que estabelecia esse custo. Analisando a Tabela 23, verificou-se que a turma T¹ alcançou 3,57% de respostas corretas, e a turma T² um índice de 19,23%. Nas respostas classificadas como parcialmente corretas, a turma T¹ não apresentou nenhuma, e a turma T² obteve 11,53% de respostas parcialmente corretas.

Na classificação de respostas erradas a turma T¹ atingiu 3,57%, e a turma T² 23,07%. Por outro lado, as respostas em branco foram as que apresentaram os maiores índices; a turma T¹ chegou a atingir 92,86%, e a turma T², aproximadamente, 46,17%. Dos 54 alunos participantes do grupo controle da pesquisa, 11,11% acertaram totalmente a alternativa B, 5,55% conseguiram acertar parcialmente e 12,96% erraram. As respostas em branco alcançaram um índice de 70,38%.

Verificou-se por meio da porcentagem de respostas erradas e em branco que a maioria dos discentes não sabia qual era o coeficiente da Função Quadrática que representava o custo inicial de produção. Vergnaud (1993) destaca que não adianta contornar as dificuldades conceituais apresentadas pelos discentes, as mesmas são superadas no momento em que são descobertas e enfrentadas. Porém, isso ocorre

de forma paulatina. Nas Figuras 26 e 27 é possível verificar algumas respostas apresentadas pelos alunos que evidenciam essa circunstância.

Figura 26 – Resposta do aluno A¹¹T²

$$C(x) = -3x^2 + 18x + 15$$

$$f(x) = ax^2 + bx + c$$

Fonte: Do autor (2019).

Figura 27 – Resposta do aluno A¹⁶T¹

$$\text{Custo Inicial} = C = 15$$

Fonte: Do autor (2019).

A Figura 26 apresenta a resposta do aluno A¹¹T² classificada como parcialmente correta. O aluno apenas reescreve a função custo do problema e não conseguiu relacionar o coeficiente **c** com a forma geral da Função Quadrática $C(x) = ax^2 + bx + c$, contudo, esse aluno acertou parcialmente as questões A e C.

Por outro lado, o aluno A¹⁶T¹ a respondeu corretamente, apresentando alguns indícios de que o coeficiente **c** seria o valor do custo inicial de produção. Conforme exposto na Figura 27, o aluno A¹⁶T¹ acertou totalmente as alternativas A e B da quarta questão e parcialmente a C. Na Tabela 24 é possível constatar as respostas quantitativas dos alunos para a alternativa C da questão 04 da atividade prática pedagógica expositiva do grupo controle.

Tabela 24 – Categorias das respostas dos alunos para a letra C da questão 04 da atividade prática pedagógica expositiva do grupo controle

Questão 04 – C	T ¹	T ²	Total de Respostas
Correta	-	-	-
Parcialmente Correta	6	14	20
Errada	4	1	5
Em branco	18	11	29
Total de alunos	28	26	54

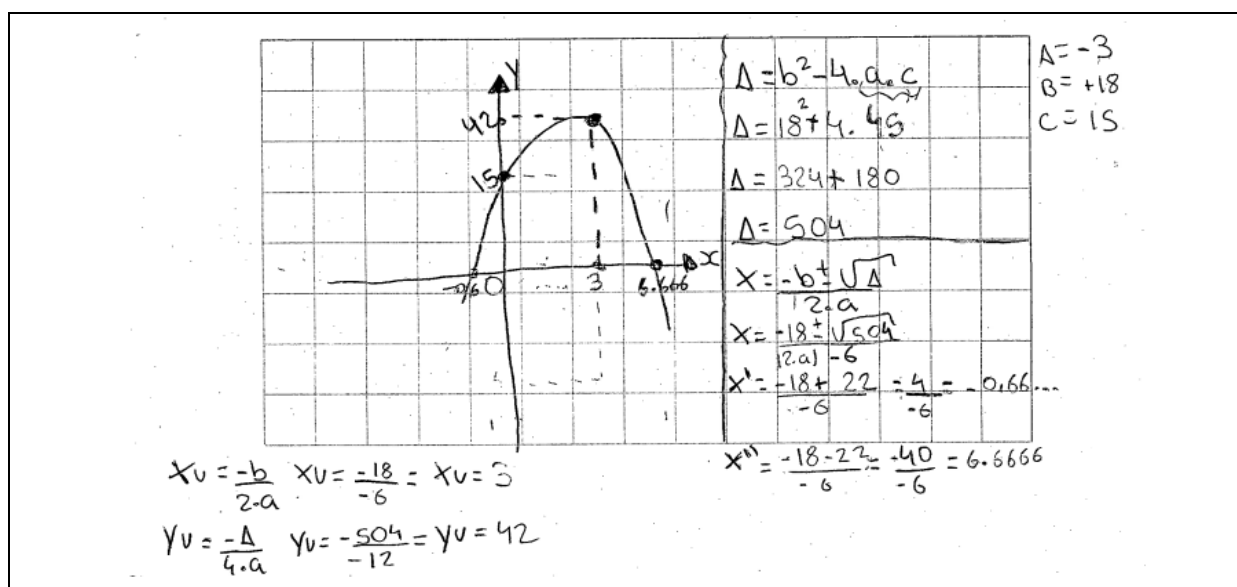
Fonte: Do autor (2019).

Na alternativa C da quarta questão, o aluno deveria realizar uma descrição do comportamento do gráfico da função custo. Verificando os resultados apresentados na pesquisa por meio da Tabela 24, é possível constatar que as turmas T¹ e T² não apresentaram respostas corretas. Constatamos que a ausência de respostas corretas pelas turmas T¹ e T² são indícios da falta da essência de conhecimentos na interpretação de gráficos de Funções Quadrática. Vergnaud (1993, p. 21) ressalta que “as representações simbólicas têm apenas a função de auxiliar na resolução de problemas complexos. São também meios de identificação mais claros dos objetos matemáticos decisivos para a conceitualização”.

Porém, nas respostas consideradas como parcialmente corretas, a turma T¹ obteve um índice de 21,42%, e a turma T² atingiu 53,84%. Na categorização das respostas erradas, a turma T¹ obteve 14,28%, e a turma apresentou T² 3,85%. Todavia, as respostas em branco apresentaram um elevado índice, na turma T¹ atingiu 64,3% das respostas e na turma T² chegou a 42,31%.

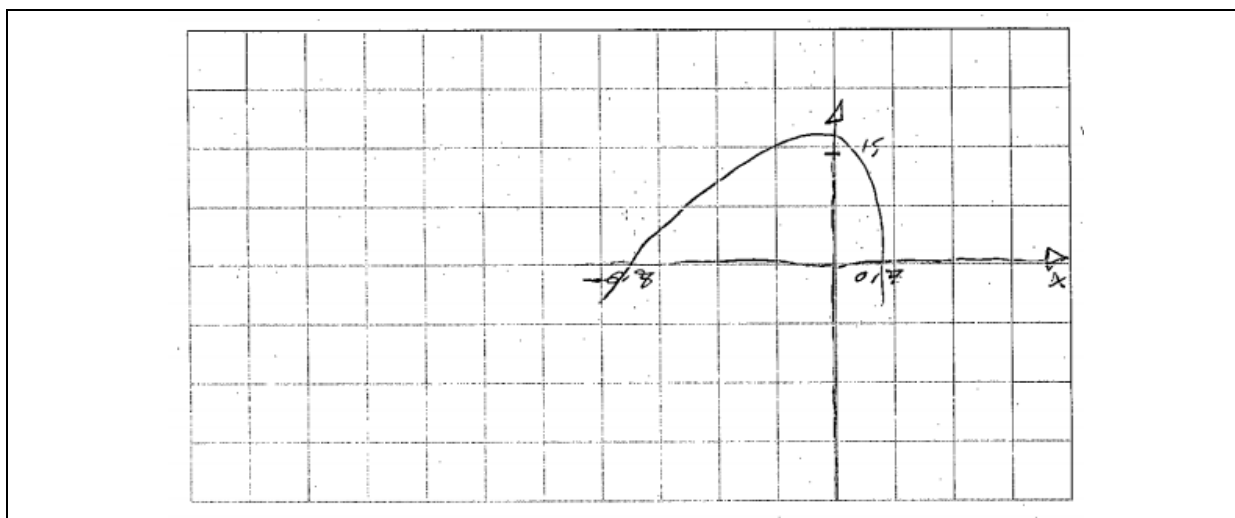
Entre todos os integrantes do grupo controle que realizaram a pesquisa, não houve respostas corretas. Por outro lado, a classificação de respostas parcialmente corretas chegou a 37,04%, e 9,26% dos alunos participantes erraram a alternativa C. As respostas em branco atingiram um índice de 53,70%. Nas Figuras 28 e 29 acentuam-se algumas respostas expressadas pelos alunos que evenciam a situação exposta na Tabela 24.

Figura 28 – Resposta do aluno A²⁴T¹



Fonte: Do autor (2019).

Figura 29 – Resposta do aluno A^{18T2}



Fonte: Do autor (2019).

Por meio da Figura 28 constata-se a resposta do aluno A^{24T1} que foi considerada parcialmente correta. O aluno encontrou corretamente o valor do discriminante delta, as coordenadas do vértice da parábola, os valores do zero da função e fez um esboço do gráfico. Porém, ele não respondeu à pergunta da alternativa que solicitava a descrição do comportamento do gráfico, que poderia ser realizada pela explicação dos pontos de crescimento e decrescimento do gráfico, apresentando indícios de que o mesmo possui alguns conhecimentos conceituais de gráfico de Funções Quadráticas.

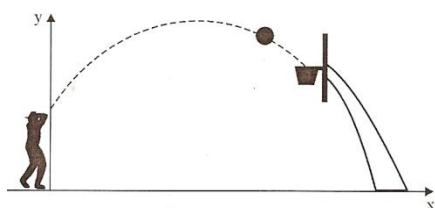
O conhecimento para determinar o valor discriminante delta, das coordenadas do vértice da parábola, dos valores do zero da função e traçar o esboço do gráfico é o que Vergnaud (1990) descreve como distintos campos conceituais, quando os mesmos são frequentemente característicos. Para o autor, é praticamente impossível analisar as coisas separadamente, porém, por esse motivo, é necessário criar recortes, nos quais os campos conceituais dão sentido aos problemas de aquisição e às observações realizadas em relação à conceitualização.

Em outra perspectiva, o aluno A^{18T2} respondeu à alternativa errada, realizou um esboço gráfico sem efetuar nenhum cálculo para obter o valor do discriminante delta, das coordenadas do vértice da parábola e dos valores do zero da função, conforme exposto na Figura 29. Além disso, esse mesmo aluno não acertou

nenhuma alternativa da quarta questão. No Quadro 22 está exposta a quinta e última questão da atividade prática pedagógica expositiva do grupo controle.

Quadro 22 – Quinta questão da atividade prática pedagógica expositiva do grupo controle

05 - Durante o campeonato dos jogos escolares do ano de 2018, um aluno arremessa uma bola de basquete, cujo centro de massa segue uma trajetória vertical de equação $y = -2x^2 + 7x$, na qual os valores de x e y são dados em metros. o aluno acerta o arremesso, e a bola passa pelo centro da cesta, que está a 3m de altura.



Fonte: do autor, 2019.

- a) Qual seria a altura máxima assumida pela bola antes de passar pelo centro da cesta?
 b) Qual seria a nova altura assumida pela bola antes de passar pelo centro da cesta, se o valor do coeficiente **a** fosse alterado de - 2 para - 0.5 e se o coeficiente **b** fosse alterado de 7 para 5 ?

Fonte: Do autor (2019).

Nas Tabelas 25 e 26 estão sendo abordadas as respostas quantitativas dos alunos do grupo controle relativas à quinta questão da atividade prática pedagógica expositiva. Os resultados foram interpretados em 4 (quatro) categorias de acordo com as respostas apresentadas pelos alunos integrantes da pesquisa. As categorias são: correta, parcialmente correta, errada e em branco. Na Tabela 25 é possível verificar as respostas dos alunos para a letra A da questão 05 da atividade prática pedagógica expositiva do grupo controle.

Tabela 25 – Categorias das respostas dos alunos para a letra A da questão 05 da atividade prática pedagógica expositiva do grupo controle

Questão 05 – A	T ¹	T ²	Total de Respostas
Correta	1	14	15
Parcialmente Correta	-	3	3
Errada	2	-	2
Em branco	25	9	34
Total de alunos	28	26	54

Fonte: Do autor (2019).

A quinta questão descrevia uma situação problema do arremesso de uma bola de basquete, cujo centro de massa da bola segue uma trajetória vertical descrita pela equação $y = -2x^2 + 7x$, na qual os valores de **x** e **y** são dados em

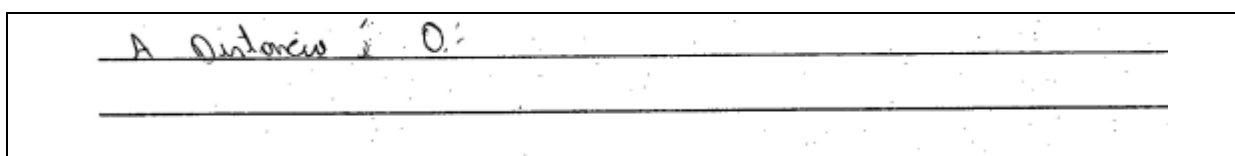
metros. A alternativa A solicitava aos alunos identificar qual a altura máxima assumida pela bola antes de passar pelo centro da cesta. Para solucionar o problema, o aluno deveria encontrar as coordenadas dos vértices determinadas pelas fórmulas $X_v = \frac{-b}{2a}$ e $Y_v = \frac{-\Delta}{4a}$. Desenvolvendo os cálculos necessários, os alunos iriam encontrar o valor do discriminante delta $\Delta = 49$, $X_v = 1,7$ e $Y_v = 6,12$.

Na Tabela 25 observa-se que a turma T¹ alcançou 3,57% de respostas corretas, enquanto a turma T² conseguiu 53,84%. Por outro lado, na classificação de respostas parcialmente corretas, a turma T¹ não apresentou nenhuma resposta, e a turma T² obteve 11,54%. Com relação às respostas consideradas erradas, a turma T¹ alcançou um índice de 7,14%, enquanto a turma T² não apresentou nenhuma resposta errada. As respostas em branco alcançaram um índice expressivamente alto, a turma T¹ obteve 89,29%, e a turma T² 34,62%.

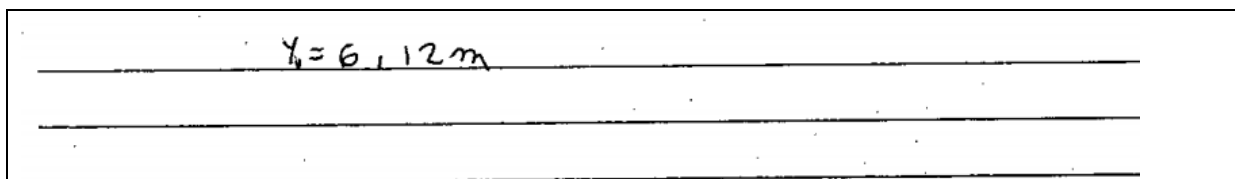
É possível verificar por meio da porcentagem de respostas em branco que um número expressivo dos discentes, posteriormente às aulas expositivas, não compreendeu alguns conceitos de Função Quadrática, mesmo sendo abordado em diversas situações. Um conceito é definido por três conjuntos, que são as situações que o constituem, as invariantes operatórias e a sua representação simbólica (VERGNAUD, 1990).

Entre os 54 alunos participantes da pesquisa do grupo controle, somente 27,77% acertaram totalmente a alternativa A, 5,56% acertaram parcialmente e 3,70% dos alunos erraram. A quantidade de respostas em branco atingiu 62,97% das respostas dos participantes. Vale salientar que essa alternativa não possuía um grau de dificuldade elevado. Os alunos tinham apenas que calcular as coordenadas do vértice do gráfico da função. Algumas respostas apresentadas pelos alunos podem ser verificadas por meio das Figuras 30 e 31.

Figura 30 – Resposta do aluno A⁷T¹



Fonte: Do autor (2019).

Figura 31 – Resposta do aluno A⁵T².

Fonte: Do autor (2019).

Por meio da Figura 30 é possível verificar a resposta do aluno A⁷T¹, o qual respondeu a alternativa A de forma errada. Esse mesmo aluno deixou a alternativa B em branco. O aluno A⁷T¹ não realizou nenhum cálculo, apenas deu uma resposta evasiva sem nenhum fundamento a respeito dos campos conceituais de Função Quadrática. Vergnaud (1990) destaca que para o desenvolvimento progressivo de um campo conceitual, necessita-se de conceitos que possuam significado, significante e referência, envolvendo uma relação dialética entre o conceito e a situação problema.

Por outro lado, o aluno A⁵T² respondeu parcialmente correta à alternativa A. O mesmo apresentou o valor exato, porém não deixou indícios de como obteve o resultado. Esse mesmo aluno deixou em branco a alternativa B, caracterizando certa evidência de que não possuía domínios necessários dos conceitos de Função Quadrática. Na Tabela 26 podem-se observar as respostas quantitativas dos alunos para a alternativa B da questão 05 da atividade prática pedagógica expositiva do grupo controle.

Tabela 26 – Categorias das respostas dos alunos para a alternativa B da questão 05 da atividade prática pedagógica expositiva do grupo controle

Questão 05 – B	T ¹	T ²	Total de Respostas
Correta	1	14	15
Parcialmente Correta	-	2	2
Errada	2	-	2
Em branco	25	10	35
Total de alunos	28	26	54

Fonte: Do autor (2019).

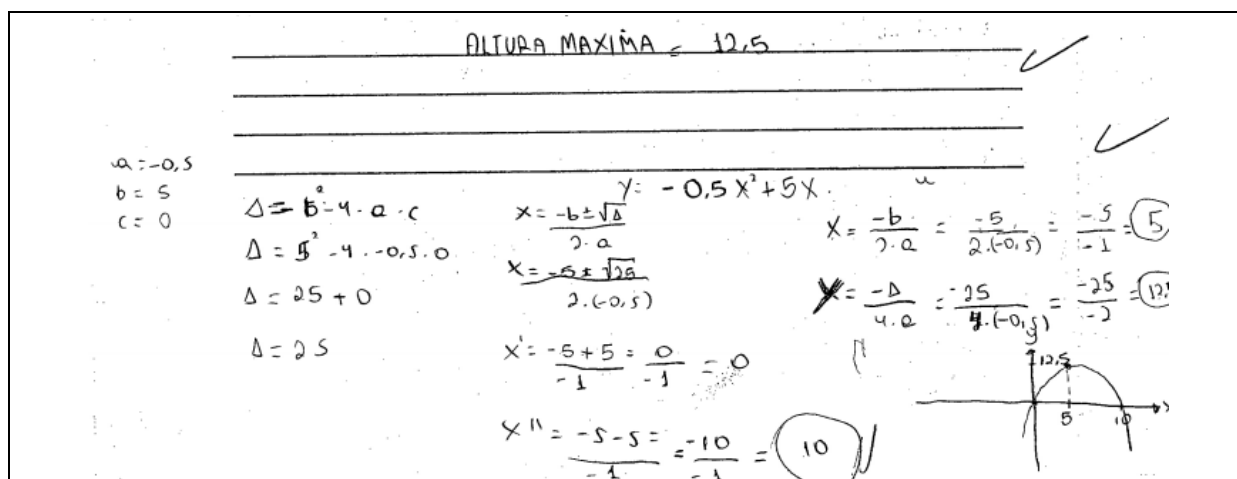
A alternativa B da quinta questão solicitava ao aluno alterar o valor do coeficiente **a** de - 2 para - 0.5 e do coeficiente **b** de 7 para 5. Posteriormente, o mesmo deveria descrever qual seria a nova altura assumida pela bola antes de passar pelo centro da cesta. Averiguando os resultados apresentados na pesquisa

por meio da Tabela 26, é possível destacar que a turma T¹ obteve 3,57% de respostas corretas, e a turma T² alcançou 53,84%.

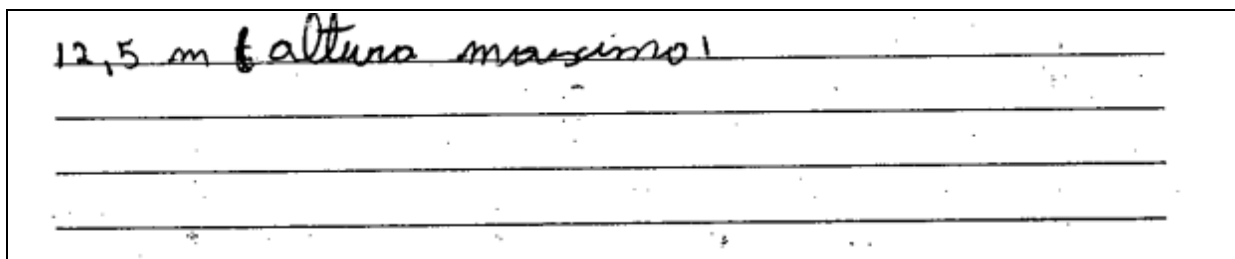
No entanto, a turma T¹ não apresentou nenhuma solução classificada como parcialmente correta, e a turma T² alcançou 7,69% de respostas nessa categoria. Na categoria de respostas erradas, a turma T¹ obteve 7,14%, e a turma T² não apresentou nenhuma resposta errada. Entretanto, as respostas em branco alcançaram um índice elevado, na turma T¹ chegou a 89,29%, e na turma T² 38,47%, evidenciando que nas situações problemas não houve o domínio progressivo de novos conhecimentos por parte dos discentes integrantes do grupo controle (VERGNAUD, 1990).

No total dos participantes da pesquisa pertencentes ao grupo controle, o índice geral de respostas corretas alcançou 27,78%. Por outro lado, as respostas classificadas como parcialmente corretas chegaram a 3,70% e o número de respostas erradas alcançou 3,70% dos alunos participantes da pesquisa. As respostas em branco atingiram um índice de 64,82%. Nas Figuras 32 e 33 constatou-se algumas respostas dos alunos que evidenciam essa circunstância.

Figura 32 – Resposta do aluno A¹⁶T¹



Fonte: Do autor (2019).

Figura 33 – Resposta do aluno A²²T²

Fonte: Do autor (2019).

Na Figura 32 há a exposição da resposta do aluno A¹⁶T¹, na qual a alternativa B foi classificada como correta. O mesmo realizou as alterações nos coeficientes e desenvolveu os cálculos corretamente. O aluno A¹⁶T¹ acertou também a alternativa A. Vale ressaltar que entre todos os alunos da Turma T¹, o aluno A¹⁶T¹ foi o único que acertou as alternativas A e B da quinta questão, evidenciando que o mesmo possui alguns fundamentos conceituais a respeito de Função Quadrática. Para Vergnaud (2011) o domínio de um campo conceitual envolvendo um amplo conjunto de situações problemas associados e com diferentes graus de complexidade por parte dos discentes é um processo lento, com falhas e continuidades.

Todavia, na Figura 33 é possível verificar a resposta do aluno A²²T² que apresentou somente uma resposta com valor exato, sem desenvolver nenhum cálculo que apresentasse indícios de que o mesmo possuía conhecimento conceitual de Função Quadrática, tendo sua resposta considerada como parcialmente correta. Vale ressaltar que o aluno deixou a alternativa A em branco.

A próxima subseção apresenta algumas considerações da atividade prática pedagógica expositiva.

4.2.1 Algumas considerações da atividade prática pedagógica expositiva

Explorando os registros observados no diário de campo do pesquisador durante a realização da atividade prática pedagógica expositiva das turmas T¹ e T², verificou-se que inúmeros alunos usaram o espaço do questionário para desenvolver os cálculos. A turma T¹ apresentou um quantitativo significativo de alunos

interessados em tirar dúvidas com relação às explorações das questões. Apesar da predisposição para realizar as questões, existiam diversas dificuldades relacionadas a operações de números reais, obtenção de raiz quadrada e cálculo das raízes reais de uma Função Quadrática.

Por outro lado, os alunos da turma T^2 mostraram pouco interesse para explorar as questões da atividade pedagógica expositiva. Prevaleceu na turma a insegurança para resolver os problemas, dificuldade de realizar operações com números reais, aplicação das relações matemáticas para encontrar as raízes reais e coordenadas do vértice. As diversas dificuldades apresentadas pelas turmas T^1 e T^2 , no decorrer da atividade pedagógica expositiva, evidenciam indícios da ausência de conceitos, estruturas, relações, operadores de pensamento e conteúdos que podem contribuir com o desenvolvimento da conceitualização nos discentes (MOREIRA, 2002). Na Tabela 27 é possível verificar o índice geral de acertos por questão e alternativa de cada turma da atividade prática pedagógica expositiva.

Tabela 27 – Índices de acerto das respostas dos alunos para as questões da atividade prática pedagógica expositiva

Atividade Expositiva		Questão 1	Questão 2	Questão 3	Questão 4	Questão 5
Alternativa A	T^1	25	19	6	1	1
	T^2	18	14	12	11	14
Alternativa B	T^1	21	16	-	1	1
	T^2	8	16	6	5	14
Alternativa C	T^1	6	7	-	3	-
	T^2	2	15	6	2	-

Fonte: Do autor (2019).

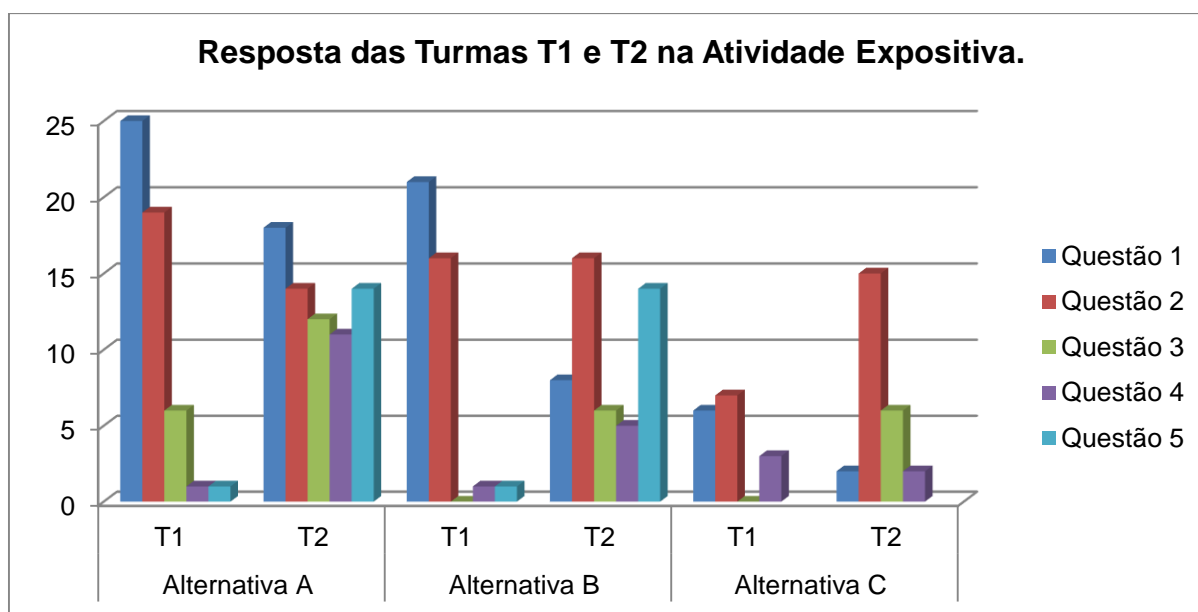
A Tabela 27 permite constatar que na primeira questão o número de acertos das duas turmas na alternativa A foi superior a 50% do número de alunos participantes da pesquisa por turma. Por outro lado, na alternativa B somente a turma T^1 apresentou um desempenho significativo, e na alternativa C nenhuma das duas turmas apresentou um número considerável de respostas corretas, evidenciando a ausência do domínio dos campos conceituais de Função Quadrática.

Na segunda questão, as turmas T^1 e T^2 apresentaram nas alternativas A e B um desempenho superior à metade dos participantes da pesquisa por turma. Mas, na alternativa C somente a turma T^2 conseguiu obter um desempenho de respostas corretas superior a 50% no número de alunos integrantes da pesquisa.

A terceira questão apresenta um índice de respostas, que foram classificadas corretas, expressivamente baixo. Na alternativa A somente a turma T² apresentou um número de respostas parcialmente considerável, porém, inferior a 50% do número de alunos da turma. Nas alternativas B e C os resultados foram mais críticos, visto que a turma T¹ não expressou nenhuma solução correta.

Na quarta questão da atividade prática pedagógica expositiva, as turmas T¹ e T², nas alternativas A, B e C, apresentaram desempenho de respostas corretas inferior a 50% do número de alunos integrantes de cada turma. Esse fato evidencia indícios da falta de domínio dos campos conceituais de Função Quadrática. Por outro lado, na quinta questão, nas alternativas A e B, é possível observar que somente a turma T² apresentou um desempenho mediano. No Gráfico 5 expõe-se o comparativo do desempenho das turmas T¹ e T² na atividade prática pedagógica expositiva.

Gráfico 5 – Desempenho das turmas T¹ e T² na atividade prática pedagógica expositiva



Fonte: Do autor (2019).

Por meio do Gráfico 5 é possível comparar o número de acertos das turmas T¹ e T² relativos às alternativas A, B e C dos integrantes do grupo controle na atividade prática pedagógica expositiva, no qual se verifica que o número de respostas corretas foi bastante pequeno. Nota-se que ocorreu moderada variação na estabilidade cognitiva dos campos conceituais de Função Quadrática dos alunos das

turmas T¹ e T², evidenciando que ocorreu pouca ou nenhuma ancoragem de novos conhecimentos (MOREIRA, 2011a).

A próxima seção apresenta os resultados da atividade prática pedagógica com o *App GeoGebra* do grupo experimental.

4.3 Análise da atividade pedagógica com o *App GeoGebra* do grupo experimental

No desenvolvimento da atividade pedagógica com o *App GeoGebra* do grupo experimental (APÊNDICE G) planejou-se 8 (oito) questões e 19 (dezenove) itens exploratórios abordando os conceitos gráficos de Funções Quadráticas. Essas atividades foram realizadas posteriormente às aulas expositivas e resolução de exercícios de Função Quadrática pelo professor regente das turmas T³ e T⁴. A diferença atividade pedagógica com o *App GeoGebra* do grupo experimental em relação a atividade desenvolvida pelo grupo controle foi que as explorações conceituais de Função Quadrática foram realizada por meio do *GeoGebra*.

A atividade pedagógica do grupo experimental foi planejada para ser realizada em 10 aulas de 50 minutos cada, no entanto, a turma T³ gastou apenas 8 aulas, e a turma T⁴ 7 aulas. Dessas aulas utilizadas pelas turmas T³ e T⁴, 2 foram destinadas aos alunos aprenderem por meio de um tutorial (APÊNDICE D) como realizar o manuseio de funções básicas do *App GeoGebra*. Nesse manuseio os alunos construíram gráficos de Função Afim, Função Quadrática, Função Modular e Função Exponencial.

Durante essa etapa da pesquisa, 8 alunos das duas turmas não possuíam celular, no qual o pesquisador disponibilizou 8 tablets para os alunos manusearem o *App GeoGebra*, visto que o objetivo da atividade pedagógica com o *App GeoGebra* era de oportunizar aos alunos a interação dinâmica com a exploração dos campos conceitos de Funções Quadráticas.

Nas tabelas a seguir, serão apresentados os dados quantitativos relacionados às respostas dos 58 alunos referentes às questões da atividade pedagógica com o

aplicativo de celular *GeoGebra* do grupo experimental. A turma T³ era composta por 30 alunos, e a T⁴ por 28 alunos. No Quadro 23 expõe-se a primeira questão da atividade pedagógica com o *App GeoGebra* do grupo experimental.

Quadro 23 – Primeira questão da atividade pedagógica com o *App GeoGebra* do grupo experimental

1 – Na III edição da Competição Amapaense de lançamento de foguetes das escolas públicas, um foguete foi lançado para cima de tal forma que sua altura (h), em relação ao solo, é dada pela função $h(t) = -5t^2 + 15t + 10$, em que a altura é dada em metros e o tempo é dado em segundos. Calcule:

a) a altura que o foguete atinge após 2 segundos do seu lançamento.

b) o tempo necessário para que o foguete possa atingir a altura de 20 metros.

Fonte: Do autor (2019).

Por meio das Tabelas 28 e 29 é possível verificar as respostas quantitativas dos alunos das turmas T³ e T⁴ referentes à questão 01 da atividade pedagógica com o *App GeoGebra* do grupo experimental. As tabelas apresentam a análise quantitativa desenvolvida em 4 (quatro) categorias de acordo com as resoluções apresentadas pelos alunos participantes da pesquisa, que foram: corretas, parcialmente corretas, erradas e em branco.

Tabela 28 – Categorias das respostas dos alunos para a alternativa A da questão 1 da atividade pedagógica com o *App GeoGebra* do grupo experimental

Questão 1 – A	T ³	T ⁴	Total de Respostas
Correta	30	28	58
Parcialmente Correta	-	-	-
Errada	-	-	-
Em branco	-	-	-
Total de alunos	30	28	58

Fonte: Do autor (2019).

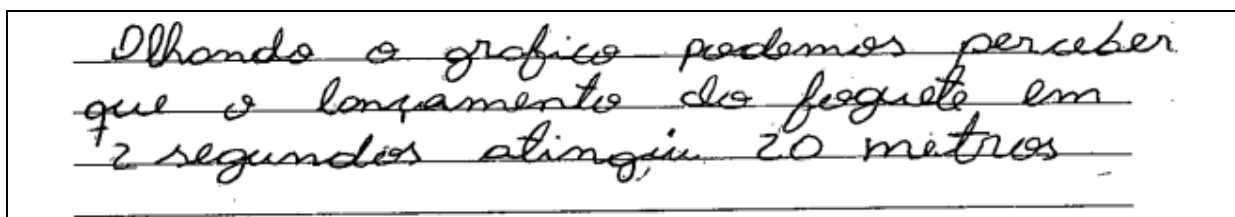
Na resolução da alternativa A da primeira questão solicitava aos alunos identificar qual a altura que o foguete atinge após 2 segundos do seu lançamento. Nessa alternativa o aluno deveria escrever no comando de entrada do *App GeoGebra* a Função Quadrática $h(t) = -5t^2 + 15t + 10$, e verificar os valores das coordenadas do ponto (t ; h(t)), quando t = 2s, ou seja, o ponto (2 ; h(t)), no qual, o aluno, analisando o gráfico descrito da trajetória do foguete, encontraria $h(t) = 20$ metros de altura.

Como evidenciado na tabela (28), o índice de respostas das turmas T³ e T⁴ alcançou todas as respostas corretas. No geral, dos 58 alunos do grupo

experimental da pesquisa, todos acertaram a questão, não houve alunos que acertaram parcialmente, erraram ou deixaram em branco essa alternativa. Esse índice de acerto pode ter sido proporcionado pelo uso do *App GeoGebra*, pois os *softwares* e aplicativos possibilitam novas formas para pensar e criar as representações gráficas em matemática (BORBA; DA SILVA; GADANIDIS, 2016).

Analizando as respostas dos alunos com relação à alternativa A da primeira questão da atividade pedagógica com o *App GeoGebra* do grupo experimental, é notório que os alunos responderam de forma condizente a pergunta. Tal fato pode ser constatado por meio das Figuras 34 e 35 a seguir.

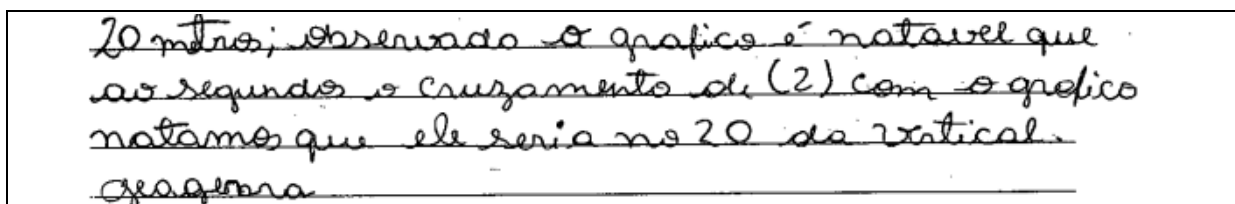
Figura 34 – Resposta do Aluno A^{21T3}



Olhando o grafico podemos perceber que o lançamento do foguete em 2 segundos atingiu 20 metros

Fonte: Do autor (2019).

Figura 35 – Resposta do Aluno A^{28T4}



20 metros; observando o grafico é notavel que as segundos o cruzamento de (2) com o grafico notamos que ele seria no 20 da vertical da altura

Fonte: Do autor (2019).

As respostas dos alunos A^{21T3} e A^{28T4} foram consideradas corretas, pois eles realizaram a análise do gráfico da Função Quadrática $h(t) = -5t^2 + 15t + 10$ no *App GeoGebra*, encontrando a imagem da função que representava a altura de 20 metros atingida pelo foguete. Dessa forma, é possível inferir que há vestígios de que as ideias aprendidas, significativamente, foram ancoradas em ideias relevantes da estrutura cognitiva dos discentes, podendo fazer parte dos sistemas ideário estável dos integrantes do grupo experimental (AUSUBEL, 2003). Na Tabela 29 há a constatação das respostas quantitativas dos alunos para o item B da primeira questão pedagógica com o *App GeoGebra*.

Tabela 29 – Categorias das respostas dos alunos para a alternativa B da questão 01 da atividade pedagógica com o *App GeoGebra* do grupo experimental

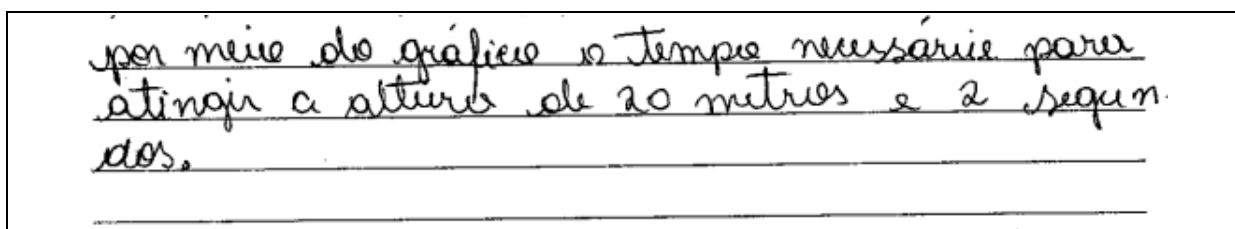
Questão 1 – B	T ³	T ⁴	Total de Respostas
Correta	30	28	58
Parcialmente Correta	-	-	-
Errada	-	-	-
Em branco	-	-	-
Total de alunos	30	28	58

Fonte: Do autor (2019).

A alternativa B da primeira questão pedia para o aluno identificar qual era o tempo necessário para que o foguete atingisse a altura de 20 metros. Quando o aluno construía o gráfico da Função Quadrática $h(t) = -5t^2 + 15t + 10$ no *App GeoGebra*, ele deveria identificar o ponto $(t, h(t))$ quando $h(t) = 20$ metros, ou seja, o ponto $(t, 20)$.

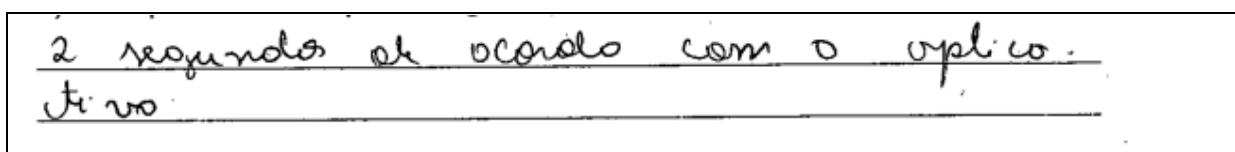
Conforme exposto na Tabela 29, o índice de respostas corretas das turmas T³ e T⁴ alcançaram 100%. Não houve alunos que acertaram parcialmente, erraram ou deixaram em branco. Explorando as respostas dos alunos relacionadas à alternativa B da primeira pergunta é possível constatar que os alunos responderam corretamente a pergunta, dando vestígio da emergência de novos significados aos conceitos de Função Quadrática, que são produtos da aprendizagem significativa (AUSUBEL; NOVAK; HANESIAN, 1980). É possível verificar algumas repostas apresentadas pelos alunos por meio das Figuras 36 e 37.

Figura 36 – Resposta do aluno A⁶T³



Fonte: Do autor (2019).

Figura 37 – Resposta do aluno A⁹T⁴



Fonte: Do autor (2019).

Por meio das figuras acima nota-se que as respostas dos alunos A⁶T³ e A⁹T⁴ foram baseadas nas informações obtidas no gráfico da Função Quadrática *no App GeoGebra*, no qual o aluno necessitaria encontrar o valor do domínio da função que possuía uma imagem de 20 metros. Romanello e Maltempi (2016) ressaltam que para que os discentes compreendam novos conceitos é necessário que os materiais empregados nas aulas de matemática possuam significados múltiplos.

Esses significados podem ser obtidos por meio do *App GeoGebra* que combina os conceitos de álgebra e geometria, possibilitado a construção de gráficos de funções de forma dinâmica. A questão 01, com as alternativas A e B, objetivava saber se o aluno conseguia identificar no gráfico da função, por meio do *App GeoGebra*, a relação gráfica existente entre o domínio e a imagem da função.

Por meio do Quadro 24 podemos verificar a segunda questão da atividade pedagógica com o *App GeoGebra*.

Quadro 24 – Segunda questão da atividade pedagógica com o *App GeoGebra* do grupo experimental

2 - A temperatura $f(t)$ em graus Celsius de uma estufa de salgados da lanchonete de uma escola no período da manhã é determinada em função da hora t do dia e expressa pela função $f(t) = -t^2 + 12t + 15$. Responda:

a) Qual horário a temperatura é 15 °C?

b) Analisando o gráfico da função $f(t) = -t^2 + 12t + 15$, em qual período do dia a temperatura é crescente? E decrescente?

c) Em que horário a temperatura é máxima? Qual é a temperatura máxima?

Fonte: Do autor (2019).

Nas Tabelas 30, 31 e 32 é possível verificar as respostas quantitativas dos alunos das turmas T³ e T⁴ relacionadas à questão 2 da atividade pedagógica com o *App GeoGebra* do grupo experimental. Nas tabelas citadas há a análise quantitativa, que foi dividida em quatro (4) categorias conforme as respostas apresentadas pelos alunos participantes da pesquisa. As categorias foram: corretas, parcialmente corretas, erradas e em branco. A Tabela 30 expõe a apuração das respostas para a alternativa A da segunda questão.

Tabela 30 – Categorias das respostas dos alunos para a alternativa A da questão 2 da atividade pedagógica com o *App GeoGebra* do grupo experimental

Questão 2 – A	T ³	T ⁴	Total de Respostas
Correta	28	22	50
Parcialmente Correta	2	6	8
Errada	-	-	-
Em branco	-	-	-
Total de alunos	30	28	58

Fonte: Do autor (2019).

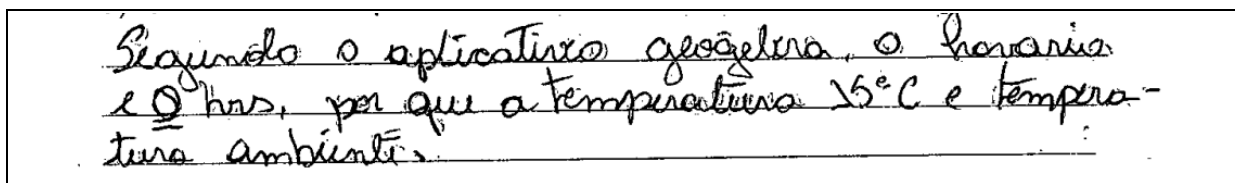
A alternativa A da segunda questão solicitava aos alunos identificar em qual horário a temperatura era de 15 °C na estufa de salgados da lanchonete. Quando o aluno escrevia no comando de entrada do *App GeoGebra* a Função Quadrática $f(t) = -t^2 + 12t + 15$, era possível verificar os valores das coordenadas do ponto $(t; f(t))$, quando $f(t) = 15$ °C, isto é, o ponto $(t; 15)$, em que o aluno, explorando o gráfico da função que descrevia a temperatura da estufa, constataria que a temperatura $f(t) = 15$ °C era possível quando $t = 0$ hora ou no início do funcionamento da estufa.

Por meio da Tabela 30 é possível constatar que a turma T³ obteve um índice de 93,33% de respostas corretas, e a turma T⁴ de 78,57%. Na categoria de respostas parcialmente corretas, a turma T³ alcançou 6, 67%, enquanto a turma T⁴ atingiu 21,43%. Entre os integrantes do grupo experimental, 86,20% acertaram totalmente a alternativa A, enquanto 13,8% acertaram parcialmente a referida questão. Essa alternativa não apresentou alunos que erraram ou deixaram em branco.

Verificando o índice de respostas corretas e parcialmente corretas das turmas T³ e T⁴ há indícios de que ocorreu a aprendizagem significativa por meio de material potencialmente significativo. Ausubel (2003, p. 79) destaca que:

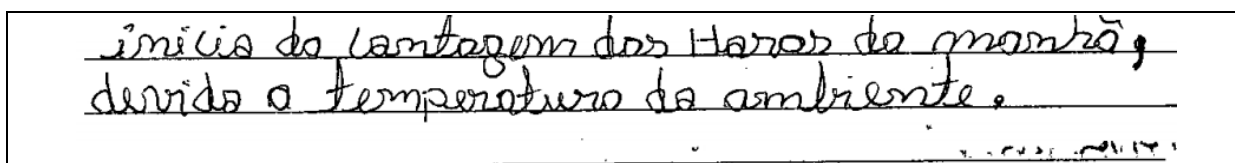
[...] no decurso da aprendizagem significativa, um estudante deve sempre relacionar os elementos componentes dos novos conceitos e proposições, bem como os conceitos e proposições como um todo, à própria estrutura cognitiva idiossincrática.

Por meio das Figuras 38 e 39 é possível observar algumas das respostas dos alunos relacionadas à alternativa A da segunda questão da atividade pedagógica com o *App GeoGebra* do grupo Experimental.

Figura 38 – Resposta do aluno A²⁶T³


Segundo o aplicativo geogebra o horário é 0 hrs, por que a temperatura 15°C é temperatura ambiente.

Fonte: Do autor (2019).

Figura 39 – Resposta do aluno A¹⁷T⁴


início da manhã dos Horos da manhã, devido a temperatura da ambiente.

Fonte: Do autor (2019).

As Figuras 38 e 39 apresentam as respostas dos alunos A²⁶T³ e A¹⁷T⁴, que foram consideradas corretas e parcialmente corretas respectivamente, nas quais os alunos fundamentaram-se no gráfico da Função Quadrática $f(t) = -t^2 + 12t + 15$ escrita no *App GeoGebra*. Por meio da resposta do aluno A²⁶T³ foi possível constatar que ele respondeu à alternativa A condizente com a literatura relacionada aos conceitos de Funções Quadráticas. Vale ressaltar que o aluno A²⁶T³ respondeu corretamente a alternativa A, B e C da segunda questão.

Verificando as respostas dos alunos A²⁶T³ e A¹⁷T⁴, respectivamente, existem vestígios de princípios de concepções práticas do conhecimento. Vergnaud (2000) enfatiza que não se pode teorizar a respeito da aprendizagem da Matemática somente por meio do simbolismo ou a partir de situações. É recomendado levar em consideração o sentido dos simbolismos e das situações, essencialmente considerando a ação do discente em situações e organizações do seu comportamento.

Por outro lado, a resposta dada pelo aluno A¹⁷T⁴ foi considerada parcialmente correta. O mesmo disse que a temperatura de 15 °C era no início da manhã, no entanto, não especificou qual horário, conforme a pergunta solicitava. Vale evidenciar que o aluno A¹⁷T⁴ acertou parcialmente a alternativa A e acertou totalmente as alternativas B e C.

Na Tabela 31 há a constatação das respostas quantitativas dos alunos para a alternativa B da segunda questão.

Tabela 31 – Categorias das respostas dos alunos para a alternativa B da questão 2 da atividade pedagógica com o *App GeoGebra* do grupo experimental

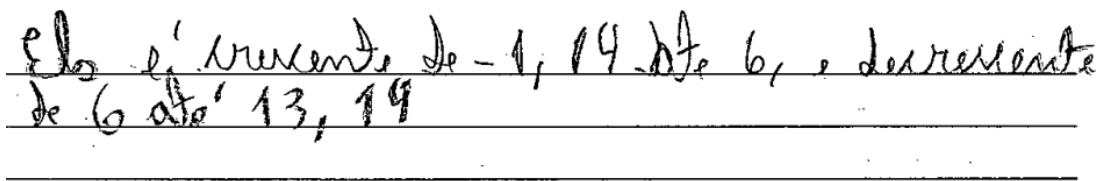
Questão 2 – B	T ³	T ⁴	Total de Respostas
Correta	22	22	44
Parcialmente Correta	8	6	14
Errada	-	-	-
Em branco	-	-	-
Total de alunos	30	28	58

Fonte: Do autor (2019).

A alternativa B da segunda questão solicitava aos alunos analisar o gráfico da função $f(t) = -t^2 + 12t + 15$ e determinar em qual período a função era crescente e decrescente. Na construção do gráfico da Função Quadrática $f(t) = -t^2 + 12t + 15$ no *App GeoGebra*, os alunos necessitariam identificar o ponto de crescimento e decrescimento da função.

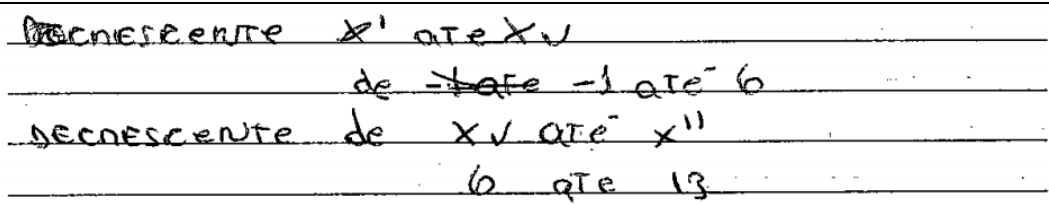
Na Tabela 31 é possível observar as respostas dos alunos para a alternativa B, na qual a turma T³ apresentou um índice de 73,33% de respostas corretas e 26,67% de parcialmente corretas. Por outro lado, a turma T⁴ obteve 78,57% das respostas corretas e 21,43% de respostas parcialmente corretas. Explorando as respostas que foram classificadas corretas e parcialmente corretas das turmas T³ e T⁴ há indícios da ancoragem de um conceito mais generalizador de crescimento e decrescimento do gráfico da Função Quadrática na estrutura cognitiva dos discentes (AUSUBEL, 2003).

Dos 58 alunos participantes da pesquisa do grupo experimental, aproximadamente 84,61% acertaram a alternativa B e 15,39% dos alunos acertaram parcialmente. Nessa alternativa não ocorreu alunos que erraram ou deixaram em branco. Investigando as respostas apresentadas pelos alunos referentes à alternativa B, destacaram-se algumas respostas que foram consideradas corretas ou parcialmente corretas, conforme as Figuras 40 e 41.

Figura 40 – Resposta do aluno A¹⁵T⁴


Ele é crescente de -1,14 até 6, e decrescente de 6 até 13,14

Fonte: Do autor (2019).

Figura 41 – Resposta do aluno A²T³


Decrescente x' até x_v
de -1 até 6
decrescente de x_v até x''
6 até 13

Fonte: Do autor (2019).

As respostas dos alunos A¹⁵T⁴ e A²T³ foram consideradas corretas e parcialmente corretas, nessa ordem, fundamentadas nos dados obtidos por meio do gráfico da Função Quadrática $f(t) = -t^2 + 12t + 15$, construída no *App GeoGebra*, no qual o aluno precisava descrever o seu ponto de crescimento e decrescimento. Lima *et al.* (2006) salientam que o vértice da parábola é um ponto estacionário da Função Quadrática, isto é, é o ponto em que a função transforma sua característica em relação ao seu decrescimento ou crescimento.

A resposta do aluno A¹⁵T⁴ foi considerada correta, pois o mesmo disse que o ponto de crescimento é de -1,14 até 6, ou seja, do x' até x_v , e que o ponto de decrescimento ocorria de 6 até 13,14 isto é, de x_v até x'' . Ressalta-se que o aluno A¹⁵T⁴ respondeu todas as alternativas da segunda questão corretamente. Entretanto, a resposta apresentada pelo aluno A²T³ foi avaliada como parcialmente correta, pois o mesmo disse que o ponto de crescimento ocorria de -1 até 6 e decrescente de 6 até 13,14. O *App GeoGebra* possibilita que os dados sejam obtidos com bastante precisão, dessa forma, o esperado era que o aluno realizasse a descrição com o máximo possível de precisão.

Aplicativos como o *App GeoGebra* possibilitam aos discentes utilizarem recursos gráficos em contexto real que favorece a visualização e investigação dinâmica de situações matemáticas (BATISTA; BARCELOS, 2013). Vale salientar

que o aluno A²T³ acertou parcialmente a alternativa B e acertou totalmente as alternativas A e C. Por meio da Tabela 32 é possível constatar as respostas quantitativas dos alunos referentes à alternativa C da segunda questão.

Tabela 32 – Categorias das respostas dos alunos para alternativa C da questão 2 da atividade pedagógica com o *App GeoGebra* do grupo experimental

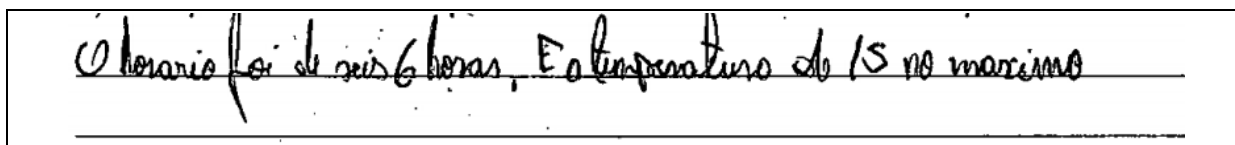
Questão 2 – C	T ³	T ⁴	Total de Respostas
Correta	27	28	55
Parcialmente Correta	2	-	2
Errada	-	-	-
Em branco	1	-	1
Total de alunos	30	28	58

Fonte: Do autor (2019).

A terceira alternativa da segunda questão solicitava aos alunos descrever qual era a temperatura máxima e o horário dessa temperatura. O problema solicitava ao aluno identificar no gráfico da Função Quadrática as coordenadas do vértice (x_v, y_v) , que determinariam os valores da temperatura máxima e o horário que ocorria essa temperatura. Para Amaral e Franco (2014), os *softwares* e *App* educacionais devem estar inseridos em atividades escolares que favoreçam ao discente aprender a ler, compreender textos, escrever, contar, desenvolver noções espaciais, estudar funções e entender gráficos.

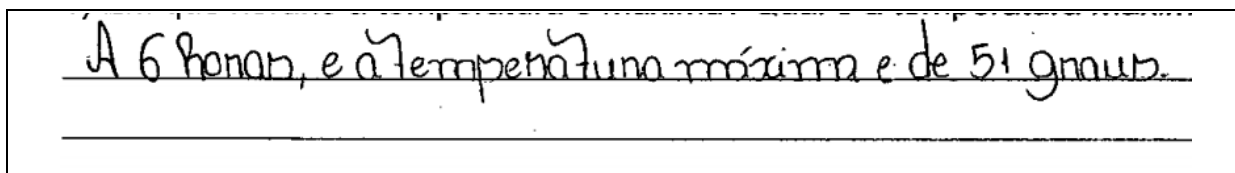
Por meio da Tabela 32 é possível verificar que a turma T³ obteve um índice de respostas corretas de 90%, 6,67% de parcialmente corretas e 3,33% de respostas em branco. Por outro lado, a turma T⁴ alcançou 100% de respostas corretas. Dos 58 alunos participantes da pesquisa do grupo experimental, 94,82% acertaram totalmente a questão, 3,44% acertaram parcialmente e 1,74% deixaram em branco. Nessa alternativa não houve alunos que erraram.

Examinando as respostas dos alunos relacionadas à alternativa C da segunda questão, é válido afirmar que os alunos apresentaram respostas condizentes com os conceitos de Função Quadrática. Nas Figuras 42 e 43, é possível verificar algumas respostas apresentadas pelos alunos que comprovam esse fato.

Figura 42 – Resposta do aluno A⁵T³


O horário foi de seis horas, e a temperatura de 15 no máximo

Fonte: Do autor (2019).

Figura 43 – Resposta do aluno A¹⁰T⁴


A 6 horas, e a temperatura máxima é de 51 graus.

Fonte: Do autor (2019).

Como observado por meio das Figuras 42 e 43, as respostas dos alunos A⁵T³ e A¹⁰T⁴ foram consideradas, respectivamente, parcialmente correta e correta, fundamentadas nos dados obtidos *no App GeoGebra*. O aluno necessitava identificar as coordenadas do vértice da Função Quadrática $f(t) = -t^2 + 12t + 15$. As coordenadas do vértice da parábola podem ser obtidas matematicamente por meio das relações $x_v = \frac{-b}{2a}$ e $y_v = \frac{-\Delta}{4a}$. Por outro lado, no *App GeoGebra*, o aluno deveria apenas identificar esses pontos no gráfico e saber o que cada valor representava.

Analisando o gráfico da Função Quadrática $f(t) = -t^2 + 12t + 15$ no *App GeoGebra*, o aluno poderia verificar que o horário em que a temperatura era máxima correspondia a valor do $x_v = \frac{-b}{2a}$, o qual correspondia $x_v = 6$. E que a temperatura máxima representava as coordenadas do $y_v = \frac{-\Delta}{4a}$ de valor $y_v = 51$. Borba; Da Silva e Gadanidis (2016, p. 73) reforçam a ideia de que:

[...] o *GeoGebra* mantém possível o estudo de conteúdos de forma mais próxima ao que era feito com lápis e papel, transforma também as possibilidades de experimentação, de visualização e heurística dos humanos envolvidos nesse coletivo que aprende.

A resposta do aluno A⁵T³ encontra-se parcialmente correta, pois o mesmo acertou o horário da temperatura máxima, mas não acertou o valor dessa temperatura. Por outro lado, o aluno A¹⁰T⁴ apresentou o valor da temperatura máxima, bem como o horário que essa temperatura ocorreu, ou seja, os valores corretos de x_v e y_v . Por meio do Quadro 25 verifica-se a terceira questão da atividade pedagógica com o *App GeoGebra*.

Quadro 25 – Terceira questão da atividade pedagógica com o *App GeoGebra* do grupo experimental

3 - O preço p do ingresso em um show relaciona-se com a quantidade de espectadores x no evento por meio da relação: $p = -0,2x + 100$.

a) Quanto foi arrecadado no show, se o preço do ingresso era de R\$50,00?

b) Sabendo que a função receita é dada por: receita = (preço) \times (quantidade) e que a receita de arrecadação no show foi dada por meio da função $r(x) = -0,2x^2 + 100x$. Qual é a receita máxima adquirida no show? E qual o número mínimo de expectadores x para que a receita seja máxima?

c) Esboce o gráfico da função receita. Analisando o gráfico da função receita, em qual(is) período(s) a receita é crescente e decrescente?

Fonte: Do autor (2019).

Nas Tabelas 33, 34 e 35 apurou-se as respostas quantitativas dos alunos das turmas T^3 e T^4 relativas à questão 3 da atividade pedagógica com o *App GeoGebra* do grupo experimental. As análises expostas nas tabelas estão divididas em quatro (4) categorias conforme as respostas apresentadas pelos alunos participantes da pesquisa, que foram: corretas, parcialmente corretas, erradas e em branco.

Tabela 33 – Categorias das respostas dos alunos para a alternativa A da questão 3 da atividade pedagógica com o *App GeoGebra* do grupo experimental

Questão 3 – A	T^3	T^4	Total de Respostas
Correta	25	13	31
Parcialmente Correta	5	6	18
Errada	-	9	9
Em branco	-	-	-
Total de alunos	30	28	58

Fonte: Do autor (2019).

Para solucionar a alternativa A da terceira questão, os alunos deveriam encontrar o número de expectadores x e posteriormente multiplicar pelo valor do preço do ingresso que era R\$ 50,00. Como $p = -0,2x + 100$ equivalia a uma Função Afim, e $p = 50$, o número de expectadores x seria igual a 250 pessoas. Realizando o produto quantidade vezes preço seria possível encontrar quanto foi arrecadado no show.

A Tabela 33 mostra que a turma T^3 obteve 83,33% de respostas corretas e 16,67% de respostas parcialmente corretas. Por outro lado, a turma T^4 alcançou 46,42% de respostas corretas, 21,42% de respostas parcialmente corretas e 32,16% de respostas erradas. Entre os 58 alunos do grupo experimental participantes da pesquisa, 53,44% acertaram a questão, 31,03% acertaram parcialmente e 15,53% erraram. Não houve alunos que deixaram em branco a alternativa A.

Verificando os índices de respostas corretas das turmas T³ e T⁴ observa-se resquícios de um processo de aprendizagem por subordinação. Moreira (2011a, p. 36) destaca que na aprendizagem significativa por subordinação “os novos conhecimentos potencialmente significativos adquirem significados para o sujeito que aprende, por um processo de ancoragem cognitiva, interativa, em conhecimentos prévios relevantes mais gerais [...]”.

Investigando as respostas dos alunos relativas à alternativa A da terceira questão da atividade pedagógica com o *App GeoGebra* do grupo experimental, verificou-se que os alunos apresentaram respostas condizentes com a pergunta. Por meio das Figuras 44, 45 e 46 é possível destacar algumas respostas apresentadas pelos alunos.

Figura 44 – Resposta do aluno A¹⁰T⁴

$$\begin{array}{rcl} 50 - 100 & = & -0,2x \\ -50 & = & 0,2x \\ x & = & -50 \div -0,2 \\ x & = & 250 \end{array}$$

250 x 50 = 12.500

Fonte: Do autor (2019).

Figura 45 – Resposta do aluno A²¹T³

Foi anecado do 12.500

Fonte: Do autor (2019).

Figura 46 – Resposta do aluno A³T⁴

$$\begin{array}{rcl} p & = & -50 + 100 \\ p & = & 50 \end{array}$$

Fonte: Do autor (2019).

Por meio das Figuras 44, 45 e 46, é possível verificar as respostas dos alunos A¹⁰T⁴, A²¹T³ e A³T⁴ que foram classificadas como correta, parcialmente correta e

errada, respectivamente. O aluno $A^{10}T^4$ acertou as alternativas A, B e C da terceira questão. Por outro lado, o aluno $A^{21}T^3$ acertou parcialmente a alternativa A e acertou totalmente as alternativas B e C. E o aluno A^3T^4 errou a alternativa A e acertou totalmente as alternativas B e C da terceira questão.

Nota-se por meio da Figura 44, que o aluno $A^{10}T^4$ encontrou a quantidade de expectadores x igual a 250 pessoas e posteriormente realizou o produto número de expectadores pelo preço do ingresso, obtendo o valor arrecadado no show, ou seja, $250 \times 50 = 12.500$ reais. No entanto, a Figura 45 apresenta a resposta do aluno $A^{21}T^3$ que teve sua resposta considerada parcialmente correta, pois o mesmo apenas apresentou o valor arrecado de 12.500 reais, mas não apresentou indícios de como obteve esse valor.

Vale ressaltar que para a teoria dos campos conceituais um ponto essencial da cognição é o processo de conceitualização do real, que não pode ser restrita somente a operações lógicas específicas ou a operações exclusivamente linguísticas (VERGNAUD, 2000). Analisando as respostas dos alunos $A^{10}T^4$ percebe-se que o mesmo apresentou vestígios do significado lógico das operações que realizou, além disso, a resposta do $A^{21}T^3$ classificada como parcialmente correta apresenta certa evidência de que o mesmo compreendia o significado do valor encontrado nas operações matemáticas.

Na Figura 46 verifica-se a resposta do A^3T^4 , que foi considerada errada. O mesmo somou $-10 + 100 = 90$. O valor de -10 foi obtido pelo produto de $-0,250 = -10$, ele fez a substituição do valor do preço do ingresso no lugar do número de expectadores x . Por meio da Tabela 34 é possível verificar as respostas quantitativas dos alunos para a alternativa B da terceira questão.

Tabela 34 – Categorias das respostas dos alunos para a alternativa B da questão 3 da atividade Pedagógica com o *App GeoGebra* do grupo experimental

Questão 3 – B	T ³	T ⁴	Total de Respostas
Correta	23	23	46
Parcialmente Correta	7	5	12
Errada	-	-	-
Em branco	-	-	-
Total de alunos	30	28	58

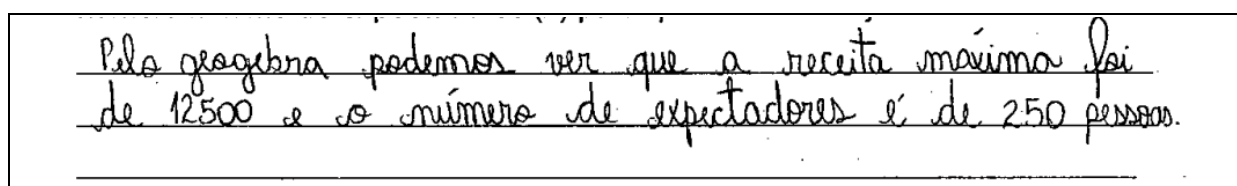
Fonte: Do autor (2019).

A alternativa B da terceira questão solicitava aos alunos determinar o valor da receita máxima adquirida no show e o número mínimo de expectadores x para que a receita fosse máxima. Quando o aluno construísse o gráfico da Função receita definido por $r(x) = -0,2x^2 + 100x$ no *App GeoGebra*, ele deveria identificar as coordenadas dos vértices (x_v, y_v) , ou seja, o ponto (250; 12500). O *GeoGebra* é uma ferramenta que contribui para identificar a correspondência de sentido entre as simbolizações gráficas e algébricas das funções, além de favorecer a geração instantânea de registros de diversas representações de um objeto matemático, como por exemplo, a Função Quadrática (GÓMEZ-BLANCARTE; GUIRETTE; MORALES-COLORADO, 2017).

Conforme exibido na Tabela 34, a Turma T³ obteve 76,67% de respostas corretas e 23,33% de parcialmente corretas. Por outro lado, a Turma T⁴ alcançou 82,14% de respostas corretas e 17,86% de parcialmente corretas. Investigando as respostas dos 58 alunos integrantes do grupo experimental da pesquisa, constatou-se que 79,31% dos alunos responderam corretamente e 20,69% de forma parcialmente correta. Não houve alunos que erraram ou deixaram em branco a alternativa.

Verificando as respostas dos alunos relativas à alternativa B da terceira questão, é possível perceber, por meio das Figuras 47 e 48, que os alunos responderam corretamente à pergunta.

Figura 47 – Resposta do aluno A¹⁴T³



Fonte: Do autor (2019).

Figura 48 – Resposta do aluno A²⁹T⁴

A receita foi de 12.500

Fonte: Do autor (2019).

Nas Figuras 47 e 48, é possível constatar que as respostas dos alunos A¹⁴T³ e A²⁹T⁴ foram classificadas como correta e parcialmente correta. Vale ressaltar que o aluno A¹⁴T³ acertou todas as alternativas da terceira questão. Por outro lado, o aluno A²⁹T⁴ acertou parcialmente as alternativas B e C e acertou totalmente a alternativa A.

Nota-se, por meio da Figura 47, que o aluno A¹⁴T³ conseguiu identificar o valor da receita máxima, bem como o número de expectadores x para que a receita fosse máxima. No entanto, na Figura 48, percebe-se a resposta do aluno A²⁹T⁴, que foi considerada parcialmente correta. O mesmo apresentou somente o valor da receita máxima de 12.500 reais, porém, não apresentou o número máximo de expectadores x para que a receita fosse máxima.

Pela resposta apresentada pelo aluno A¹⁴T³ verifica-se certa evidência da aprendizagem significativa de proposições, pois novos significados se manifestaram após a tarefa de aprendizagem realizada com o *App GeoGebra* interagindo e se relacionado com ideias presentes na estrutura cognitiva dos discentes do grupo experimental. Para Ausubel (2003, p.19), o processo de aprendizagem significativa “[...] é um produto interativo do modo particular como o conteúdo da nova proposição está relacionado com o conteúdo de ideias estabelecidas e relevantes existentes na estrutura cognitiva”. Na Tabela 35 é possível constatar as respostas quantitativas dos alunos para a alternativa C da terceira questão.

Tabela 35 – Categorias das respostas dos alunos para a alternativa C da questão 3 da atividade pedagógica com o *App GeoGebra* do grupo experimental

Questão 3 – C	T ³	T ⁴	Total de Respostas
Correta	23	17	40
Parcialmente Correta	7	10	17
Errada	-	-	-
Em branco	-	1	1
Total de alunos	30	28	58

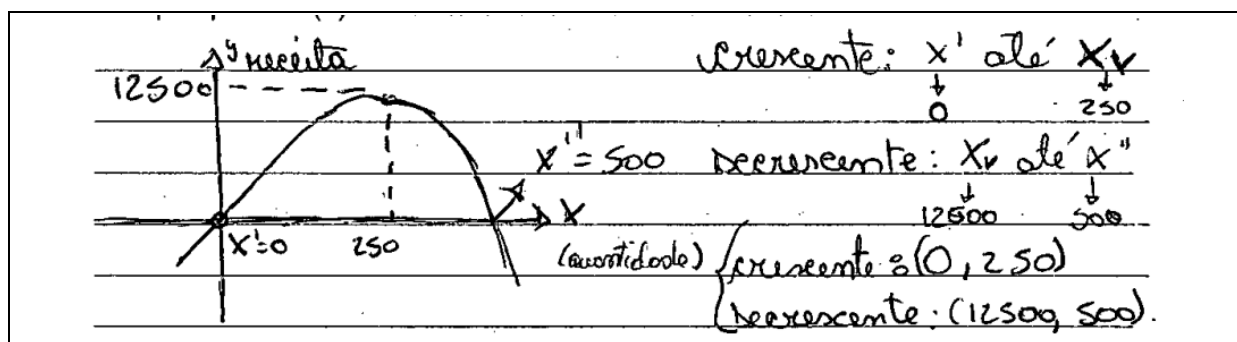
Fonte: Do autor (2019).

A alternativa C da terceira questão solicitava ao aluno realizar o esboço do gráfico da função receita e descrever em qual período a receita era crescente e decrescente. Usando o *App GeoGebra*, o aluno deveria identificar os valores das raízes reais, as coordenadas do vértice e verificar o período de crescimento e decrescimento.

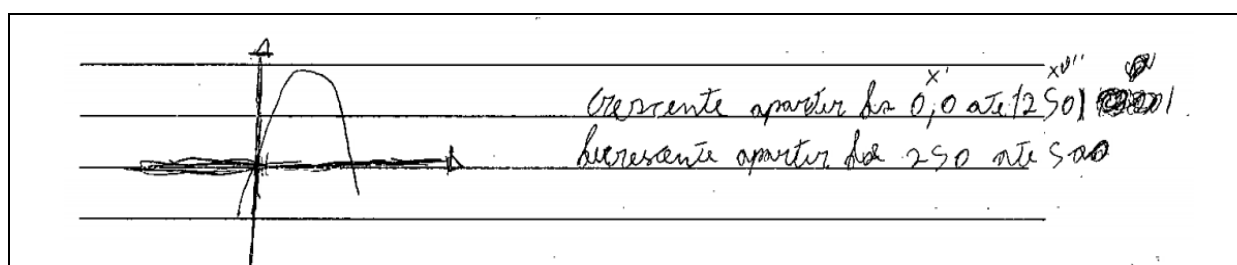
Por meio da Tabela 35, nota-se que a turma T^3 conseguiu obter 76,67% de respostas corretas e 23,33% de respostas parcialmente corretas. Todavia, a turma T^4 acertou 60,71% de respostas corretas, 35,72% de respostas parcialmente corretas e 3,57% dos alunos deixaram a resposta em branco. Dos 58 alunos integrantes do grupo experimental, 68,97% acertaram totalmente a questão, 29,31% acertaram parcialmente e 1,72% dos alunos deixaram em branco. Na terceira questão não houve alunos que erraram totalmente a alternativa C.

Por meio do número de respostas corretas e parcialmente corretas das turmas T^3 e T^4 observou-se que a utilização do *App GeoGebra* contribuiu com o esboço do gráfico da função receita, além de ter dado subsídios para descobrir o período de crescimento e decrescimento da função em estudo. Borba e Lacerda (2015) salientam as possibilidades de mediação didática por meio das funcionalidades e aplicativos de telefone celular, do qual os recursos são empregados para fins pedagógicos, contribuindo com o desenvolvimento de novos conceitos em Matemática.

Analisando as respostas dos alunos relacionadas à alternativa C da terceira questão da atividade pedagógica com o *App GeoGebra* do grupo experimental, é possível verificar que os alunos apresentaram respostas adequadas com a solução da pergunta. Observa-se nas Figuras 49 e 50 algumas respostas apresentadas pelos alunos.

Figura 49 – Resposta do aluno A^{3T3}

Fonte: Do autor (2019).

Figura 50 – Resposta do aluno A^{8T4}

Fonte: Do autor (2019).

Por meio das Figuras 49 e 50 é possível constatar as respostas do aluno A^{3T3} e do aluno A^{8T4}, que foram classificadas como correta e parcialmente correta, nessa ordem. O aluno A^{3T3} realizou o esboço do gráfico corretamente, descrevendo os eixos de orientação do plano cartesiano, além de identificar os períodos de crescimento e decrescimento. Vale ressaltar que o aluno A^{3T3} acertou todas as alternativas da terceira questão. Esse desempenho do aluno A^{3T3}, na compreensão dos conceitos de Função Quadrática, pode ter sido favorecido pelo *App GeoGebra*, pois “são inúmeras as possibilidades de aproveitamento deste recurso tecnológico, complementando a aprendizagem, tornando as aulas mais dinâmicas, participativas” (SILVA, 2018, p. 26).

Por outro lado, a resposta oferecida pelo aluno A^{8T4} foi classificada como parcialmente correta. O mesmo não identificou os eixos de orientação do plano cartesiano, não identificou os valores das raízes e as coordenadas do vértice, somente apresentou, de forma confusa, os pontos de crescimento e decrescimento da função. Destaca-se ainda que o aluno A^{8T4} acertou totalmente as alternativas A e B e parcialmente a alternativa C da terceira questão.

A resposta apresentada pelo aluno A⁸T⁴ indica que o mesmo não possui o campo conceitual das Funções Quadráticas bem desenvolvido. Vergnaud (1990) destaca que a atividade cognitiva dos discentes abrange operações que se acomodam progressivamente, além de decisões conscientes que levam em consideração princípios particulares das situações de aprendizagem.

No Quadro 26 é possível observar a quarta questão da atividade pedagógica com o *App GeoGebra*.

Quadro 26 – Quarta questão da atividade pedagógica com o *App GeoGebra* do grupo experimental

4 - Um fabricante de sorvetes caseiros comercializa semanalmente em média 150 unidades de sorvetes de açaí, que possui um custo de produção dado por $C(x) = 0,5x^2 - 5x + 3$. Comparando com a forma geral da Função Quadrática $f(x) = ax^2 + bx + c$, em que $a = 0,5$; $b = -5$ e $c = 3$ explore o gráfico da função custo de produção conforme os itens seguintes.

a) Construa no *App GeoGebra* o gráfico da função custo $C(x) = 0,5x^2 - 5x + 3$ e identifique os seus pontos especiais (raízes reais, vértices e o ponto em que o gráfico intercepta o eixo das ordenadas).

b) No *App GeoGebra* altere o valor do coeficiente **a** da função custo de produção $C(x) = 0,5x^2 - 5x + 3$, de 0,5 para os seguintes valores, um de cada vez: $a = 0,1$; $a = 2$; $a = 3,8$; $a = 4$; $a = 5,5$; $a = -1,7$; $a = -0,2$; $a = -3$; $a = -4,5$ e $a = -5$. Quais foram as mudanças características do gráfico da função custo de produção?

c) Com relação à concavidade do gráfico da parábola, se o coeficiente **a** > 0 (positivo) qual a característica do gráfico? E se o coeficiente **a** < 0 (negativo) qual a característica do gráfico? Se o módulo do coeficiente **a** aumenta o que acontece com a “abertura” do gráfico?

Fonte: Do autor (2019).

Por meio das Tabelas 36, 37 e 38 é possível verificar as respostas quantitativas dos alunos das turmas T³ e T⁴ referentes à questão 4 da atividade pedagógica com o *App GeoGebra* do grupo experimental. A atividade 4 relacionava-se ao custo de produção de sorvetes de açaí, descritos pela função $C(x) = 0,5x^2 - 5x + 3$, na qual o aluno deveria explorar no *App GeoGebra* as influências do coeficiente **a** no comportamento gráfico da Função Quadrática.

As análise quantitativas apresentadas nas tabelas foram classificadas em 4 (quatro) categorias conforme as respostas descritas pelos alunos participantes da pesquisa. As categorias foram: corretas, parcialmente corretas, erradas e em branco. Por meio da Tabela 36 apresentam-se as respostas para a alternativa A da quarta questão.

Tabela 36 – Categorias das respostas dos alunos para a alternativa A da questão 4 da atividade pedagógica com o *App GeoGebra* do grupo experimental

Questão 4 – A	T ³	T ⁴	Total de Respostas
Correta	26	23	49
Parcialmente Correta	4	5	9
Errada	-	-	-
Em branco	-	-	-
Total de alunos	30	28	58

Fonte: Do autor (2019).

A primeira alternativa solicitava aos alunos construir no *App GeoGebra* o gráfico da função $C(x) = 0,5x^2 - 5x + 3$ e identificar os valores das raízes, das coordenadas do vértice e o ponto em que o gráfico interceptava o eixo das ordenadas. Quando o aluno construísse no *App GeoGebra*, ele encontraria o valor de $x' \cong 0,64$, $x'' \cong 9,35$, $x_v = 5$, $y_v \cong -9,5$ e ponto de intercepção $c = (0,3)$. O *App GeoGebra* possui um potencial específico para o ensino de matemática por apresentar um gerador gráfico, produzir figuras geométricas e fórmulas que permitem a visualização de conceitos abstratos, possibilitando o desenvolvimento de novas soluções para um mesmo problema (SILVA, 2018).

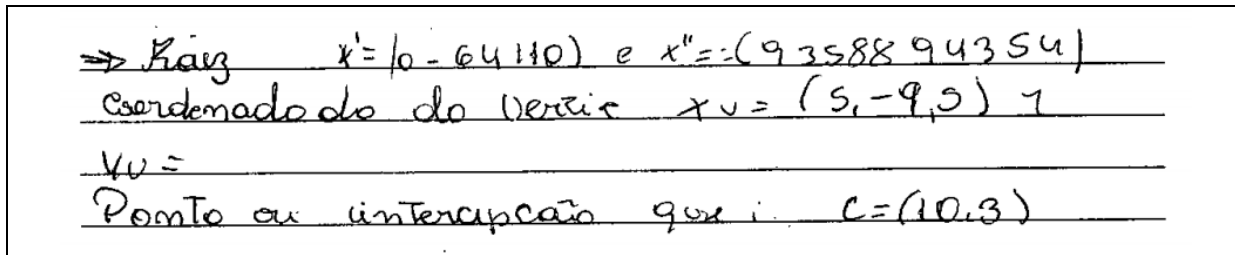
Na Tabela 36 verifica-se que a turma T³ atingiu 86,67% de respostas corretas e 13,33% de respostas parcialmente corretas. Por outro lado, a turma T⁴ obteve 82,14% de respostas corretas e 17,86% de respostas parcialmente corretas para a alternativa A da quarta questão. Dos 58 alunos integrantes do grupo experimental, aproximadamente 84,48% acertou totalmente a alternativa A, 15,52% acertou parcialmente e não houve alunos que deixaram em branco ou erraram.

Analisando os resultados apresentados pelos alunos das turmas T³ e T⁴ é notório que há evidências da compreensão conceitual da obtenção dos valores das raízes, das coordenadas dos vértices e do ponto intersecção com eixo das ordenadas por meio do *App GeoGebra*. Ausubel, Novak e Hanesian (1980, p. 37) destacam que “o fator que determina o potencial significativo do material de aprendizagem é uma função que pertence à estrutura cognitiva do aluno e não ao material da aprendizagem [...]”.

Nas Figuras 51 e 52 é possível verificar as respostas dos alunos concernente à alternativa A da quarta questão da atividade pedagógica com o *App GeoGebra* do

grupo experimental, evidencia-se que os alunos apresentaram respostas condizentes com a solução da pergunta.

Figura 51 – Resposta do aluno A^{18T4}

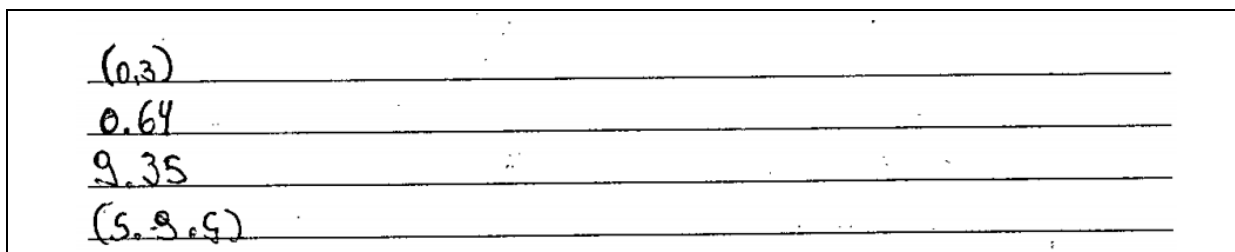


Handwritten response by student A^{18T4} on lined paper:

- ⇒ Raiz $x' = 10 - 64110$ e $x'' = -(9358894354)$
- Coordenado do do vértice $x_v = (5, -9,9)$ 7
- $y_v =$
- Ponto ou interseção que $c = (10,3)$

Fonte: Do autor (2019).

Figura 52 – Resposta do aluno A^{5T3}



Handwritten response by student A^{5T3} on lined paper:

- $(0,3)$
- 0.64
- 9.35
- $(5,8,9)$

Fonte: Do autor (2019).

As Figuras 51 e 52 descrevem as respostas dos alunos A^{18T4} e A^{5T3}, que foram consideradas como correta e parcialmente correta, respectivamente. O aluno A^{18T4} conseguiu identificar os valores das raízes reais, as coordenadas dos vértices e o ponto de intercepção com o eixo das ordenadas. É importante frisar que aluno A^{18T4} acertou todas as alternativas da quarta questão.

Sob outra perspectiva, a resposta oferecida pelo aluno A^{5T3} foi considerada como parcialmente correta, pois o mesmo escreveu valores numéricos soltos, sem identificar o que eles representavam. Destaca-se ainda que o aluno A^{5T3} acertou parcialmente as alternativas A e B e deixou a alternativa C em branco, apresentando indícios de não compreender os significados dos valores encontrados. De acordo com Ausubel (2003, p. 87), a aprendizagem significativa:

[...] envolve a aquisição de novos significados. Estes são, por sua vez, os produtos finais da aprendizagem significativa. Ou seja, o surgimento de novos significados no aprendiz reflete a ação e a finalização anteriores do processo de aprendizagem significativa.

Na Tabela 37 é possível observar as respostas quantitativas dos alunos para a alternativa B da quarta questão.

Tabela 37 – Categorias das respostas dos alunos para a letra B da questão 4 da atividade pedagógica com o *App GeoGebra* do grupo experimental

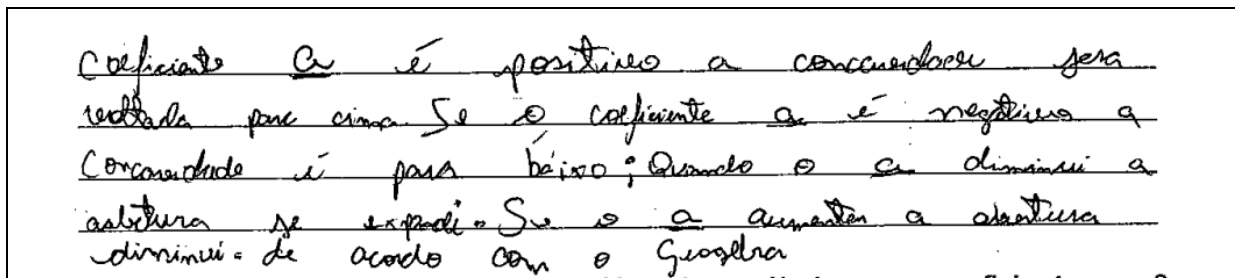
Questão 4 – B	T ³	T ⁴	Total de Respostas
Correta	16	9	25
Parcialmente Correta	14	18	32
Errada	-	-	-
Em branco	-	1	1
Total de alunos	30	28	58

Fonte: Do autor (2019).

A alternativa B da quarta questão solicitava aos alunos alterar no *App GeoGebra* o valor do coeficiente **a** da função custo de produção $C(x) = 0,5x^2 - 5x + 3$ e descrever quais foram as mudanças características no gráfico. O aluno precisava verificar o comportamento gráfico da função quando o coeficiente **a** > 0 e **a** < 0 , ou seja, quando a concavidade era voltada para cima ou para baixo, além disso, a influência do módulo do valor do coeficiente **a** na contração e dilatação da concavidade do gráfico da Função Quadrática.

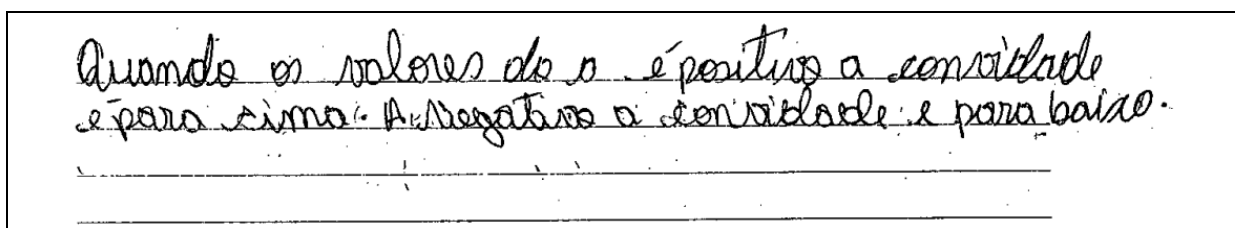
Gómesz-Blancarte, Guirette e Morales-Colorado (2017) ressaltam que a alteração do valor do coeficiente **a** da função no *GeoGebra* possibilita a construção e visualização de uma família de parábolas que possuem os valores dos coeficientes **b** e **c** em comum, o que seria muito trabalhoso construir e imaginar todas essas funções somente no papel. Por meio da Tabela 37, é possível corroborar as respostas dos alunos para a alternativa B da quarta questão, na qual a turma T³ obteve 53,33% de respostas corretas e 46,67% de parcialmente corretas. De outro lado, a turma T⁴ atingiu 32,14% das respostas corretas, 64,29% de respostas parcialmente corretas e 3,57% de respostas em branco.

Entre os alunos integrantes da pesquisa, aproximadamente 43,10% acertaram corretamente a alternativa B, 55,17% acertaram parcialmente e 1,73% deixaram em branco. Essa alternativa não apresentou alunos que erraram integralmente. Explorando as respostas dos alunos relativas à alternativa B, é possível constatar algumas que foram consideradas corretas ou parcialmente corretas de acordo com as Figuras 53 e 54.

Figura 53 – Resposta do aluno A¹⁰T³


Coeficiente a é positivo a concavidade para
 cima. Se o coeficiente a é negativo a
 concavidade é para baixo; Quando a diminui a
 altura se expande. Se a aumenta a altura
 diminui de acordo com o Gráfico.

Fonte: Do autor (2019).

Figura 54 – Resposta do aluno A¹¹T⁴


Quando os valores de a é positivo a concavidade
 é para cima. A Negativo a concavidade é para baixo.

Fonte: Do autor (2019).

Por meio das Figuras 53 e 54 evidenciam-se as respostas dos alunos A¹⁰T³ e A¹¹T⁴, que foram avaliadas como correta e parcialmente correta, na devida ordem. É possível perceber que o aluno A¹⁰T³ acertou na constatação da influência do coeficiente a no comportamento do gráfico da Função Quadrática. Vale ressaltar que o aluno A¹⁰T³ conseguiu acertar todas as alternativas da quarta questão.

Pelo índice de respostas corretas e parcialmente corretas dos integrantes do grupo experimental, observa-se resquícios de novo significado para o aprendiz contribuindo com a assimilação dos conceitos de Função Quadrática por meio dos discentes. Ausubel (2003, p. 106) ressalta que:

[...] o processo de assimilação sequencial de novos significados, a partir de sucessivas exposições a novos materiais potencialmente significativos, resulta na diferenciação progressiva de conceitos ou proposições, no consequente aperfeiçoamento dos significados e numa potencialidade melhorada para se fornecer ancoragem a aprendizagens significativas posteriores.

De outro ponto de vista, o aluno A¹¹T⁴ apresentou uma solução julgada como parcialmente correta, uma vez que ele apenas apresentou a influência que o coeficiente a possui na direção da concavidade da parábola. Salienta-se que o aluno A¹¹T⁴ acertou totalmente a alternativa A e parcialmente as alternativas B e C.

Por intermédio da Tabela 38 é possível verificar as respostas quantitativas dos alunos para a alternativa C da quarta questão.

Tabela 38 – Categorias das respostas dos alunos para a letra C da questão 4 da atividade pedagógica com o *App GeoGebra* do grupo experimental

Questão 4 – C	T ³	T ⁴	Total de Respostas
Correta	18	5	23
Parcialmente Correta	9	22	31
Errada	-	-	-
Em branco	3	1	4
Total de alunos	30	28	58

Fonte: Do autor (2019).

Na alternativa C da quarta questão o aluno precisava descrever o comportamento do gráfico da parábola, quando o coeficiente fosse $a > 0$, $a < 0$ e se o $|a|$ aumentasse. Por meio do *App GeoGebra*, o aluno poderia identificar que quando o coeficiente fosse $a > 0$, a parábola possuiria concavidade voltada para cima. Porém, se o coeficiente fosse $a < 0$, a concavidade seria voltada para baixo. E, quando o módulo do coeficiente $|a| > 1$, acontece a contração da abertura do gráfico da parábola, e quando $|a| < 1$, acontece à dilatação da abertura do gráfico da parábola. Para Romanello e Maltempi (2016), os aplicativos dinâmicos empregados no ensino de matemática permitem que o discente altere os valores do objeto em estudo, possibilitando a exploração dessas variações, auxiliando na percepção das relações existentes entre os valores e o objeto matemático estudado.

É possível verificar na Tabela 38 que a Turma T³ alcançou 60,00% de respostas corretas, 30,00% de respostas parcialmente corretas e 10% em branco. Por outro lado, a Turma T⁴ obteve 17,86% de respostas corretas, 78,57% de respostas parcialmente corretas e 3,57% dos alunos deixaram a resposta em branco. Entre o total geral dos integrantes do grupo experimental, aproximadamente 39,65% conseguiu acertar totalmente a questão, 53,45% acertou parcialmente e aproximadamente 6,9% dos alunos deixaram em branco. A quarta questão não apresentou alunos que erraram totalmente a alternativa C.

Investigando as respostas dos alunos pertinentes à alternativa C da quarta questão da atividade pedagógica com o *App GeoGebra* do grupo experimental, é possível verificar que os alunos expuseram respostas condizentes com a solução da alternativa. Esse fato pode ser verificado por meio das Figuras 55 e 56.

Figura 55 – Resposta do aluno A^{8T3}

o aplicativo mostra o coeficiente a e positivo a concavidade sera para cima e se negativo a concavidade e para baixo. quando a diminuir a abertura se expandi. Se a aumenta a abertura diminui.

Fonte: Do autor (2019).

Figura 56 – Resposta do aluno A^{9T4}

Se o valor for maior que 0 ele vai aumentando e se o valor for menor ele vai aumentando a abertura vai aumentando.

Fonte: Do autor (2019).

As Figuras 55 e 56 destacam as respostas dos alunos A^{8T3} e A^{9T4}, que foram classificadas como correta e parcialmente correta, respectivamente. Nota-se que o aluno A^{8T3} acertou na constatação da atuação do coeficiente a no comportamento do gráfico da Função Quadrática, pois o mesmo descreveu que quando $a > 0$ a concavidade era voltada para cima, e quando $a < 0$ a concavidade estaria voltada para baixo, além de descrever o que acontecia com o gráfico quando $|a| > 1$ e $|a| < 1$. Vale ressaltar que o aluno A^{8T3} conseguiu acertar totalmente as alternativas A e C e parcialmente a alternativa B, apresentando indícios da assimilação dos conceitos gráficos de Função Quadrática.

Para Ausubel (2003), o pressuposto da assimilação pode contribuir para esclarecer a forma como se constitui o conhecimento na estrutura cognitiva dos discentes. O autor salienta que as novas ideias estão relacionadas e ligadas as ideias relevantes, presentes na estrutura cognitiva dos discentes. Os resquícios “cumulativos daquilo que se apreende, retém e têm, necessariamente, de estar em conformidade com o princípio organizacional de diferenciação progressiva” (AUSUBEL, 2003, p. 07).

Sob outra perspectiva, o aluno A^{9T4} exibiu uma solução classificada como parcialmente correta, uma vez que ele não disse o que acontecia com o gráfico

quando $0 < a$ e $a < 0$, apenas apresentou a influência que o módulo coeficiente a possuía. Porém, ele fez uma confusão dizendo que quando $|a| > 0$, a abertura da parábola “iria fechando”, e quando $|a| < 0$, a abertura da parábola “iria aumentando”. Destaca-se que o aluno A⁹T⁴ acertou totalmente a alternativa A e parcialmente as alternativas B e C.

A resposta apresentada pelo aluno A⁹T⁴ apresenta certos indícios de que o mesmo não possui uma estrutura cognitiva organizada em relação aos conceitos gráficos de Função Quadrática. Ausubel (2003, p. 76) salienta que “[...] a retenção significativa de materiais potencialmente significativos pressupõe a existência de uma estrutura cognitiva, organizada hierarquicamente em termos de vestígios conceituais e proposicionais altamente inclusivos [...]”. No Quadro 27 é possível observar a quinta questão da atividade pedagógica com o *App GeoGebra*.

Quadro 27 – Quinta questão da atividade pedagógica com o *App GeoGebra* do grupo experimental

5 – Em uma partida de futebol, o goleiro do time A chuta a bola para frente que descreve uma curva até tocar o solo do gramado do campo. Se a altura h atingida pela bola em relação ao solo, t é tempo em segundos após o chute da bola pelo goleiro, é dada pela função $h(t) = -2t^2 + 6t + 1$, explore o gráfico da função que descreve o comportamento da bola conforme os itens seguintes.

a) Construa no *App GeoGebra* o gráfico da função que descreve o comportamento da bola $h(t) = -2t^2 + 6t + 1$ e identifique os seus pontos especiais (raízes reais, vértices e o ponto em que o gráfico intercepta o eixo das ordenadas).

b) No *App GeoGebra*, altere o valor do coeficiente c da função que descreve o comportamento da bola $h(t) = -2t^2 + 6t + 1$, de 1 para os seguintes valores, um de cada vez: $c = 2,9$; $c = 3$; $c = 6$; $c = -1$; $c = -2,5$; $c = -3$ e $c = -5$. Quais foram as mudanças características do gráfico da função? Quais conclusões são possíveis obter em relação ao coeficiente c ?

Fonte: Do autor (2019).

As Tabelas 39 e 40 expõem as respostas quantitativas dos alunos do grupo experimental das turmas T³ e T⁴ referentes à questão 5 da atividade pedagógica com o *App GeoGebra*. A quinta questão correlacionava-se ao comportamento de uma curva descrita por uma bola de futebol, na qual a altura h atingida pela bola relacionava-se com o tempo t em segundos após o chute, dada pela função $h(t) = -2t^2 + 6t + 1$. O aluno deveria explorar no *App GeoGebra* as influências do coeficiente c no comportamento gráfico da Função Quadrática.

A investigação quantitativa mostrada nas tabelas foram classificadas em 4 (quatro) categorias de acordo com as respostas apresentadas pelos alunos integrantes da pesquisa. As categorias foram: corretas, parcialmente corretas,

erradas e em branco. Por intermédio da Tabela 39 é possível constatar as respostas para a alternativa A da quinta questão.

Tabela 39 – Categorias das respostas dos alunos para a letra A da questão 5 da atividade pedagógica com o *App GeoGebra* do grupo experimental

Questão 5 – A	T ³	T ⁴	Total de Respostas
Correta	23	18	41
Parcialmente Correta	6	9	15
Errada	-	-	-
Em branco	1	1	2
Total de alunos	30	28	58

Fonte: Do autor (2019).

Na alternativa A os alunos precisavam construir no *App GeoGebra* o gráfico da função $h(t) = -2t^2 + 6t + 1$ e reconhecer os valores das raízes, das coordenadas dos vértices e o ponto em que o gráfico interceptava o eixo das ordenadas. No momento em que o aluno construísse no *App GeoGebra* a função $h(t) = -2t^2 + 6t + 1$, ele encontraria no gráfico os valores de $x' \cong -0,15$, $x'' \cong 3,15$, $x_v = 1,5$, $y_v \cong 5,5$ e ponto de intercepção com o eixo y com $c = (0,1)$.

Abar e Cotic (2014, p. 125) destacam que o *GeoGebra* possibilita “as diferentes representações das funções por meio das representações algébricas e gráficas, com ênfase às articulações entre essas representações”. Essas distintas interpretações contribuiriam para que os discentes encontrassem os valores das raízes, das coordenadas do vértice e o ponto de intercepção com o eixo das ordenadas solicitado no problema.

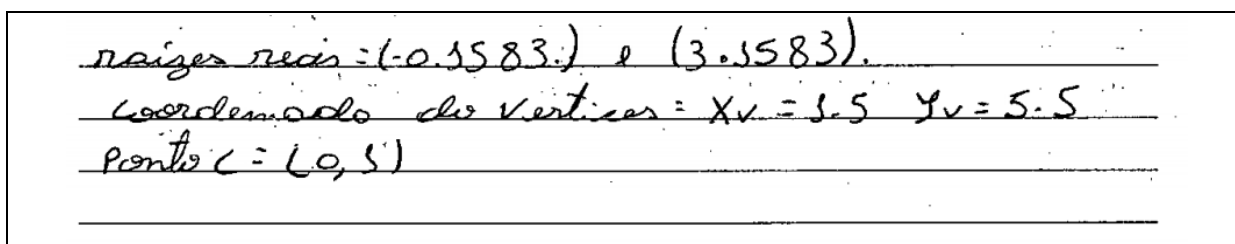
Por meio da Tabela 39, observa-se que a Turma T³ obteve 76,67% de respostas corretas, 20,00% de respostas parcialmente corretas e 3,33% de respostas em branco. Por outro lado, a Turma T⁴ atingiu 64,29% de respostas corretas, 32,14% de respostas parcialmente corretas e 3,57% de respostas em branco. Nessa alternativa não houve alunos das turmas T³ e T⁴ que erraram totalmente a questão.

No geral dos alunos integrantes do grupo experimental, em torno de 70,69% acertou totalmente a alternativa, 25,86% acertou parcialmente e 3,45% deixou em branco. Não existiram alunos que erraram totalmente a alternativa A. Por meio do percentual de respostas corretas e parcialmente corretas, nota-se resquícios da apropriação do campo conceito gráficos de Função Quadrática. A teoria dos campos

conceituais fundamenta-se em um princípio de concepção prática do conhecimento (VERGNAUD, 1993).

Investigando as respostas dos alunos pertinentes à alternativa A da quinta questão da atividade pedagógica com o *App GeoGebra* do grupo experimental, é possível constatar que os alunos expuseram respostas relacionadas com a solução da pergunta. Podemos verificar algumas respostas por meio das Figuras 57 e 58.

Figura 57 – Resposta do aluno A²¹T³



Handwritten student response for Figure 57:

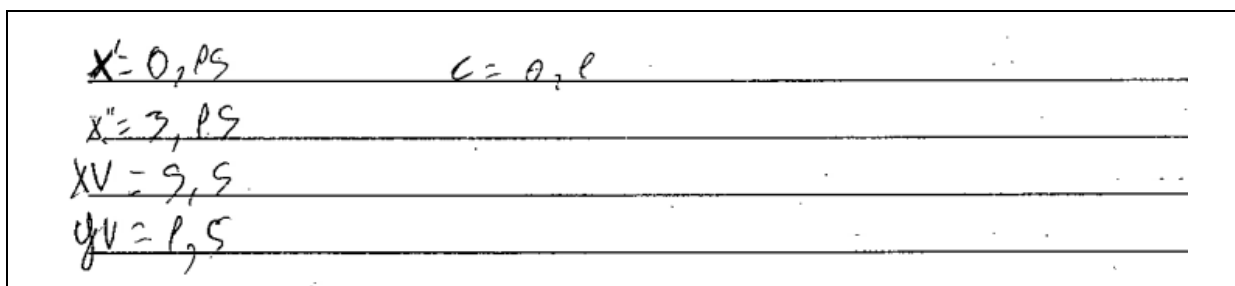
$$\text{raízes reais} = (-0.5583) \text{ e } (3.5583).$$

$$\text{Coordenado do Vértice} = x_v = 5.5 \quad y_v = 5.5$$

$$\text{Ponto } C = (0, 5)$$

Fonte: Do autor (2019).

Figura 58 – Resposta do aluno A⁸T⁴



Handwritten student response for Figure 58:

$$x' = 0, 15 \quad C = 0, 1$$

$$x'' = 3, 15$$

$$x_v = 9, 5$$

$$y_v = 1, 5$$

Fonte: Do autor (2019).

As respostas dos alunos A²¹T³ e A⁸T⁴ foram consideradas correta e parcialmente correta, respectivamente. Esse fato pode ser constatado por meio das Figuras 57 e 58. O aluno A²¹T³ descreveu corretamente os valores das raízes reais, as coordenadas dos vértices e o ponto de intercepção com o eixo das ordenadas. O aluno A²¹T³ acertou a alternativa A totalmente e parcialmente a alternativa B da quinta questão. Possivelmente estabeleceu novos significados para os valores das raízes reais e coordenada do vértice da Função Quadrática. Ausubel; Novak e Hanesian (1980, p. 38-39) ressaltam que:

[...] Uma vez que os significados iniciais são estabelecidos por signos ou símbolos de conceitos no processo de formação de conceito, uma nova aprendizagem significativa dará origem a significados adicionais aos signos ou símbolos e permitirá a obtenção de novas relações entre conceitos anteriormente adquiridos [...].

Em contrapartida, o aluno A⁸T⁴ apresentou uma resposta classificada como parcialmente correta. No valor das raízes reais, o mesmo não apresentou o sinal negativo de x' , e no ponto de intercepção ele representou $c = (0, 1)$ dando a impressão que é um número decimal. Salienta-se que o aluno A⁸T⁴ acertou parcialmente as alternativas A e B.

É possível observar na Tabela 40 as respostas quantitativas para a alternativa B da quinta questão.

Tabela 40 – Categorias das respostas dos alunos para a letra B da questão 5 da atividade pedagógica com o *App GeoGebra* do grupo experimental

Questão 5 – B	T ³	T ⁴	Total de Respostas
Correta	17	3	20
Parcialmente Correta	11	24	35
Errada	-	-	-
Em branco	2	1	3
Total de alunos	30	28	58

Fonte: Do autor (2019).

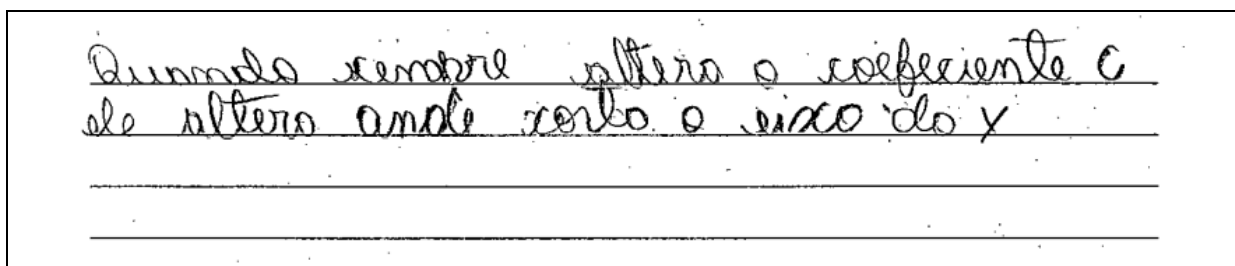
Essa alternativa solicitava que os alunos modificassem no *App GeoGebra* o valor do coeficiente c da função que descrevia o comportamento da bola $h(t) = -2t^2 + 6t + 1$ e posteriormente explicassem quais foram as mudanças características no gráfico e a influência que o coeficiente c realizava nessas modificações. Os alunos necessitavam constatar que o coeficiente c representava o ponto em que gráfico da função interceptava o eixo das ordenadas, ou seja, quando $c > 0$, a parábola cortava o eixo de y acima da origem, e no momento em que $c < 0$, a parábola interceptava o eixo de y abaixo da origem. Por outro lado, quando $c = 0$, a parábola interceptava o eixo de y na da origem, isto é, no ponto (0,0) (LIMA, *et al.*, 2006).

Na Tabela 40 verificamos as respostas dos alunos para a alternativa B da quinta questão, em que a turma T³ teve 56,67% de respostas corretas, 36,67% de parcialmente corretas e 6,66% de respostas em branco. Sob outra perspectiva, a turma T⁴ alcançou 10,72% das respostas corretas, 85,71% de respostas parcialmente corretas e 3,57% de respostas em branco.

Entre os alunos integrantes da pesquisa do grupo experimental, em torno de 34,48% acertou corretamente essa alternativa, 60,34% acertou parcialmente e

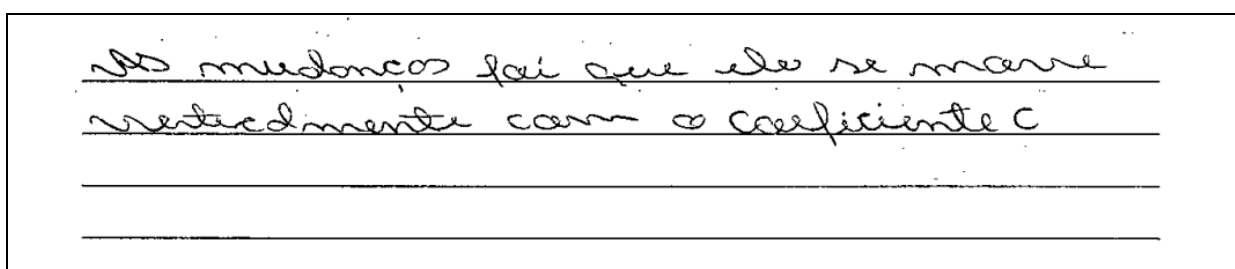
5,18% deixou em branco. Nessa alternativa não houve alunos que erraram integralmente. Averiguando as respostas dos alunos relacionados à alternativa B, é possível observar algumas respostas que foram classificadas como corretas ou parcialmente corretas, conforme as Figuras 59 e 60.

Figura 59 – Resposta do aluno A¹¹T⁴



Fonte: Do autor (2019).

Figura 60 – Resposta do aluno A¹⁶T³



Fonte: Do autor (2019).

Nota-se por meio das Figuras 59 e 60 que as respostas dos alunos A¹¹T⁴ e A¹⁶T³ estão classificadas como correta e parcialmente correta, respectivamente. A resposta descrita pelo aluno A¹¹T⁴ foi classificada correta, pois o mesmo relatou que quando alterava o valor do coeficiente **c** modificava onde a parábola cortava o eixo das ordenadas, ou seja, eixo de **y**. Ressalta-se que o aluno A¹¹T⁴ acertou totalmente as alternativas A e B da quinta questão, apresentando indícios da formação de conceitos gráficos de Função Quadrática.

Ausubel, Novak e Hanesian (1980, p. 40) apontam que os “conceitos como unidade genérica ou ideia categórica são representados por símbolos específicos, do mesmo modo que são diferentes formas de unidades representativas”. Por exemplo, os conceitos de gráfico, concavidade, vértices e coeficiente possuem ideias representativas que dão significado a uma estrutura no sentido de Função Quadrática gerada pela combinação desses elementos.

Em outro lado, o aluno A¹⁶T³ manifestou uma resposta julgada como parcialmente correta. O mesmo não apresentou uma resposta organizada conforme as alterações ocorridas, pois a resposta dada só diz que o gráfico se move verticalmente com o coeficiente **c**. É válido ressaltar que o aluno A¹⁶T³, na quinta questão, apresentou respostas parcialmente corretas para as alternativas A e B.

O Quadro 28 aborda a sexta questão da atividade pedagógica com o *App GeoGebra*.

Quadro 28 – Sexta questão da atividade pedagógica com o *App GeoGebra* do grupo experimental

6 - O número de atendimentos registrados das 08 às 18 horas no dia 06 de abril de 2018, último dia de cadastramento do passe estudantil em Macapá, é dado pela função $f(t) = -t^2 + 3t + 1$, em que $08 \leq t \leq 18$ é a hora desse dia. Em relação à função $f(t) = -t^2 + 3t + 1$, desenvolva os itens seguintes.

a) Construa no *App GeoGebra* o gráfico da função que descreve o comportamento da função $h(t) = -t^2 + 3t + 1$ e identifique os seus pontos especiais (raízes reais, vértices e o ponto em que o gráfico intercepta o eixo das ordenadas e abscissas).

b) No *App GeoGebra* altere o valor do coeficiente **b** da função que descreve o número de atendimento dado pela função $f(t) = -t^2 + 3t + 1$, de 3 para os seguintes valores, um de cada vez: $b = 2$; $b = -3$; $b = 4,7$; $b = -5,9$; $b = 7$ e $b = -6$. Quais foram as mudanças características do gráfico da função? Que conclusões foi possível ter em relação ao coeficiente **b**?

Fonte: Do autor (2019).

É possível verificar nas Tabelas 41 e 42 as respostas quantitativas dos alunos das turmas T³ e T⁴ referentes à questão 6 da atividade pedagógica com o *App GeoGebra* do grupo experimental. Essa atividade referia-se ao número de atendimentos no último dia de cadastramento do passe estudantil em Macapá, caracterizado pela função $f(t) = -t^2 + 3t + 1$, onde $08 \leq t \leq 18$, em que t é a hora desse dia. O aluno precisaria explorar no *App GeoGebra* a importância do coeficiente **b** no comportamento gráfico da Função Quadrática.

As investigações quantitativas expostas nas tabelas foram classificadas em 4 (quatro) categorias em conformidade com as respostas apresentadas pelos alunos participantes da pesquisa. As categorias foram: corretas, parcialmente corretas, erradas e em branco. Na Tabela 41 é possível observar as respostas para a alternativa A da sexta questão.

Tabela 41 – Categorias das respostas dos alunos para a letra A da questão 6 da atividade pedagógica com o *App GeoGebra* do grupo experimental

Questão 6 – A	T ³	T ⁴	Total de Respostas
Correta	23	22	45
Parcialmente Correta	5	5	10
Errada	-	-	-
Em branco	2	1	3
Total de alunos	30	28	58

Fonte: Do autor (2019).

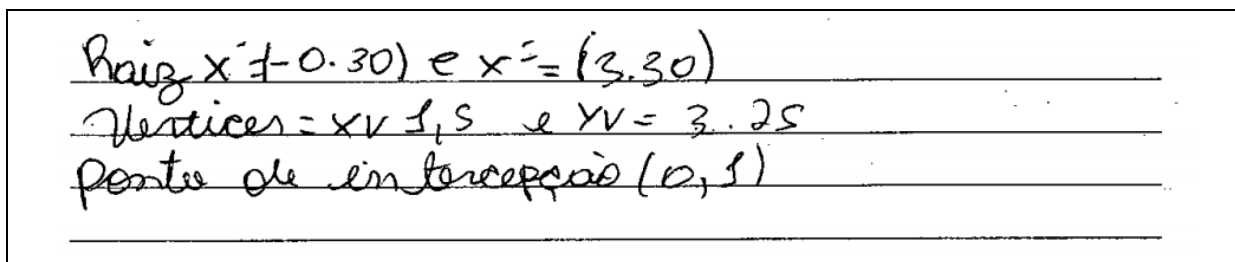
A primeira alternativa da sexta questão solicitava aos alunos construir no *App GeoGebra* o gráfico da Função $h(t) = -t^2 + 3t + 1$ e identificar os seus pontos especiais, ou seja, os valores das raízes, das coordenadas dos vértices e o ponto em que o gráfico interceptava o eixo das ordenadas. Quando os alunos construísem no *App GeoGebra* o gráfico da função $h(t) = -2t^2 + 6t + 1$, eles encontrariam os valores de $x' \cong -0,3$, $x'' \cong 3,3$, $x_v = 1,5$, $y_v \cong 3,25$ e ponto de intercepção com o eixo y em $c = (0,1)$.

Para Abar e Cotic (2014, p. 132) as “representações de funções por gráficos no plano cartesiano é um recurso importante para seu estudo por meio do *GeoGebra* na manipulação dinâmica ou na movimentação dinâmica dos parâmetros das equações das curvas”. Essas representações podem possibilitar aos discentes compreenderem a importância e o papel de cada coeficiente no comportamento gráfico da Função Quadrática.

Por meio da Tabela 41, nota-se que a turma T³ obteve 76,67% de respostas corretas, 16,67% de respostas parcialmente corretas e 6,66% de respostas em branco. Por outro lado, a turma T⁴ alcançou 78,57% de respostas corretas, 17,85% de parcialmente corretas e 3,58% de respostas em branco. Entre a totalidade dos alunos do grupo experimental participantes da pesquisa, aproximadamente 77,59% acertou totalmente, 17,24% acertou parcialmente e 5,17% deixou em branco a alternativa A. Não houve alunos que erraram integralmente a alternativa A.

Nas Figuras 61 e 62 destacam-se algumas das respostas dos alunos relacionadas à alternativa A da sexta questão da atividade pedagógica com o *App GeoGebra*.

Figura 61 – Resposta do aluno A²⁷T³



Handwritten student response for Figure 61:

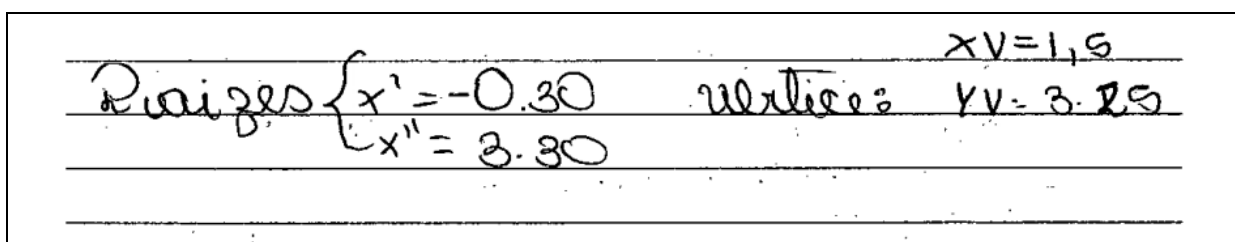
$$\text{Raiz } x' = -0.30 \text{ e } x'' = (3.30)$$

$$\text{Vertices} = x_V = 1,5 \text{ e } y_V = 3.25$$

$$\text{ponto de intercepção } (0, 1)$$

Fonte: Do autor (2019).

Figura 62 – Resposta do aluno A¹⁶T⁴



Handwritten student response for Figure 62:

$$\text{Raizes } \begin{cases} x' = -0.30 \\ x'' = 3.30 \end{cases} \quad \text{vertices: } \begin{matrix} x_V = 1,5 \\ y_V = 3.25 \end{matrix}$$

Fonte: Do autor (2019).

Os alunos A²⁷T³ e A¹⁶T⁴ apresentaram respostas que foram classificadas como correta e parcialmente correta, respectivamente. Esse fato pode ser compreendido por meio das Figuras 61 e 62. O aluno A²⁷T³ apresentou perfeitamente os valores das raízes reais, das coordenadas dos vértices e o ponto de intercepção com o eixo das ordenadas. Salienta-se que o aluno A²⁷T³ acertou totalmente a alternativa A e parcialmente a B da sexta questão. Os novos significados são produtos de um processo interativo de aprendizagem significativa, onde as novas ideias interagem e se relacionam com ideias essenciais da estrutura cognitiva existentes nos discentes (AUSUBEL, 2003).

Por outro lado, a resposta ofertada pelo aluno A¹⁶T⁴ foi classificada como parcialmente correta. Ele apresentou os valores das raízes reais e das coordenadas do vértice corretamente, porém, esqueceu-se de mostrar o ponto de intercepção com o eixo y, $c = (0, 1)$. Destaca-se que o aluno A¹⁶T⁴ acertou parcialmente as alternativas A e B.

É possível verificar na Tabela 42 as respostas quantitativas para a alternativa B da sexta questão.

Tabela 42 – Categorias das respostas dos alunos para a letra B da questão 6 da atividade pedagógica com o *App GeoGebra* do grupo experimental

Questão 6 – B	T ³	T ⁴	Total de Respostas
Correta	14	4	18
Parcialmente Correta	14	23	37
Errada	-	-	-
Em branco	2	1	3
Total de alunos	30	28	58

Fonte: Do autor (2019).

Na alternativa B da sexta questão os alunos precisavam explorar no *App GeoGebra* o valor do coeficiente **b** da função que representava o número de atendimentos no último dia de cadastramento do passe estudantil em Macapá, no qual a função era descrita por $f(t) = -t^2 + 3t + 1$. O aluno necessitava investigar o comportamento gráfico da função quando ocorressem alterações no valor do coeficiente **b**, ou seja, analisar a inclinação que o gráfico da parábola realiza após percorrer os eixos das ordenadas e abscissas.

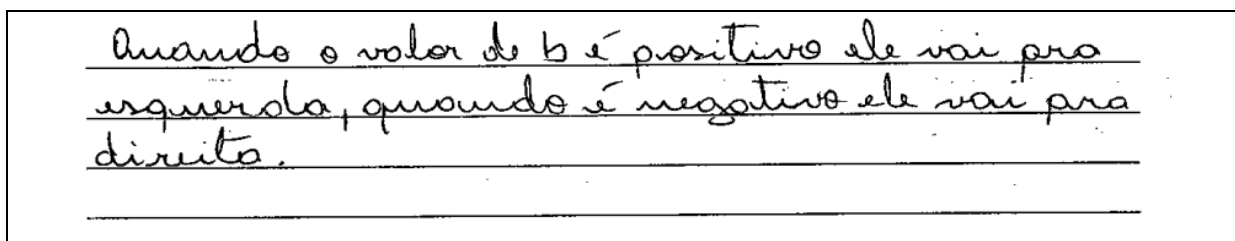
Os pesquisadores Gómez-Blancarte, Guirette e Morales-Colorado (2017) evidenciam que no contexto de Função Quadrática há dificuldades por parte dos discentes em articular os registros algébricos e gráficos, sobretudo em reconhecer a ausência ou presença dos coeficientes. Para os autores, o *GeoGebra* pode contribuir para superar as dificuldades na falta de discriminação e associação entre as variáveis visuais do registro gráfico e unidades simbólicas do registro algébrico.

Na Tabela 42 é possível comprovar as respostas dos alunos para a alternativa B da sexta questão, onde a turma T³ obteve 46,67% de respostas corretas, 46,67% de respostas parcialmente corretas e 6,66% respostas em branco. Em contrapartida, a turma T⁴ alcançou 14,29% das respostas corretas, 82,14% de respostas parcialmente corretas e 3,57% de respostas em branco.

Em torno de 31,03% dos alunos integrantes da pesquisa, aproximadamente, acertou corretamente a alternativa B, 63,79% acertou parcialmente e 5,18% deixou em branco, apontando certos indícios de novos significados ou um significado verdadeiro. Para Ausubel (2003, p.77), “o significado verdadeiro surge quando este significado potencial se transforma em conteúdo cognitivo novo, diferenciado e idiossincrático num indivíduo particular, exibindo um mecanismo de aprendizagem significativa”.

Na alternativa B da sexta questão não houve alunos que erraram integralmente. Verificando as respostas dos alunos relativas à alternativa B, é possível constatar algumas respostas que foram consideradas corretas ou parcialmente corretas conforme as Figuras 63 e 64.

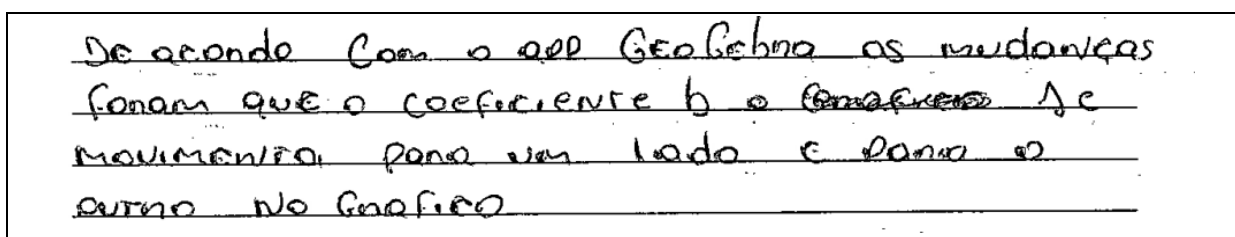
Figura 63 – Resposta do aluno A²⁸T⁴



Quando o valor de b é positivo ele vai pra esquerda, quando é negativo ele vai pra direita.

Fonte: Do autor (2019).

Figura 64 – Resposta do aluno A²T³



De acordo com o app GeoGebra as mudanças foram que o coeficiente b o coeficiente de movimentação para um lado e para o outro no gráfico

Fonte: Do autor (2019).

As repostas oferecidas pelos alunos A²⁸T⁴ e A²T³ foram consideradas correta e parcialmente correta, respectivamente. É possível compreender essa situação por meio das Figuras 63 e 64. Na resposta apresentada pelo aluno A²⁸T⁴ verifica-se que o mesmo disse que quando o coeficiente b é positivo o gráfico vai para esquerda, e quando o coeficiente b é negativo o gráfico vai para direita. Para Lima *et al.* (2006), quando $b < 0$, a parábola vai para a direita e desce a partir do ponto de interseção com o eixo y e quando $b > 0$, a parábola vai para a esquerda e desloca-se para cima após o ponto de interseção com o eixo y . Salienta-se que o aluno A²⁸T⁴ acertou totalmente a alternativa A e parcialmente a B da sexta questão.

Em contrapartida, a resposta apresentada pelo aluno A²T³ foi classificada como parcialmente correta. Ele simplesmente relatou que a mudança ocorrida era que o coeficiente b movimentava-se de um lado para outro. Ausubel (2003) frisa que no domínio do significado lógico estão infinitas relações entre os conceitos que podem ser elaborados na estrutura de pares exclusivamente aleatórios ou

arbitrários. Salienta-se que o aluno A²T³ acertou totalmente a alternativa A e parcialmente a alternativa B.

O Quadro 29 apresenta a sétima questão da atividade pedagógica com o *App GeoGebra*.

Quadro 29 – Sétima questão da atividade pedagógica com o *App GeoGebra* do grupo experimental

7 – Um garoto brincando em uma praça atira para cima uma peteca de badminton. A altura (h), em metros, assumida pela peteca de badminton é dada pela função $h(t) = at^2 + bt + c$, em que t é medido em segundos gastos para descrever a trajetória. No *App GeoGebra* explore a variação dos coeficientes **a**, **b** e **c** dentro das situações solicitadas.

a) No *App GeoGebra* construa o gráfico da função $h(t) = at^2 + bt + c$ com $a \neq 0$, deixe fixo os valores dos coeficientes **b** e **c**, varie o valor do coeficiente **a**, e descreva quais são as mudanças gráficas percebidas a partir do momento que o valor do coeficiente **a** altera-se.

b) No *App GeoGebra* deixe fixo o valor do coeficiente **a** e **c** do gráfico da função $h(t) = at^2 + bt + c$, varie o coeficiente **b**. Quais foram as mudanças gráficas percebidas a partir do momento que o valor do coeficiente **b** altera-se?

c) No *App GeoGebra* deixe fixo o valor do coeficiente **a** e **b** do gráfico da função $h(t) = at^2 + bt + c$, altere o valor do coeficiente **c**. Quais foram as mudanças gráficas percebidas a partir do momento que o valor do coeficiente **c** altera-se?

Fonte: Do autor (2019).

Nas Tabelas 43, 44 e 45 obtém-se as respostas quantitativas das turmas T³ e T⁴ do grupo experimental relativas à questão 7 da atividade pedagógica com o *App GeoGebra*. A questão 7 correlacionava-se à trajetória assumida por uma peteca de badminton, na qual a altura h atingida pela peteca relacionava-se com o tempo t em segundos gastos para descrever a trajetória, dada pela função $h(t) = at^2 + bt + c$. O aluno deveria explorar no *App GeoGebra* as influências dos coeficientes **a**, **b** e **c** no comportamento gráfico da Função Quadrática.

As análises quantitativas mostradas nas tabelas foram classificadas em 4 (quatro) categorias em conformidade com as respostas exibidas pelos alunos integrantes da pesquisa. As categorias foram: corretas, parcialmente corretas, erradas ou em branco. Por meio da Tabela 43 é possível verificar as respostas para a alternativa A da sétima questão.

Tabela 43 – Categorias das respostas dos alunos para a alternativa A da questão 7 da atividade pedagógica com o *App GeoGebra* do grupo experimental

Questão 7 – A	T ³	T ⁴	Total de Respostas
Correta	13	8	21
Parcialmente Correta	15	19	34
Errada	-	-	-
Em branco	2	1	3
Total de alunos	30	28	58

Fonte: Do autor (2019).

A primeira alternativa da sétima questão solicitava aos alunos construir no *App GeoGebra* o gráfico da função $h(t) = at^2 + bt + c$, com $a \neq 0$, deixar fixo os valores dos coeficientes b e c , variar o valor do coeficiente a , descrevendo quais alterações são percebidas a partir do momento que o *Play* no efeito deslizante do aplicativo fosse acionado.

Por meio do *App GeoGebra* o aluno poderia identificar que quando o coeficiente $a > 0$, a parábola possuiria a concavidade voltada para cima, no momento em que o coeficiente se tornasse $a < 0$, a concavidade estaria voltada para baixo. Além disso, esperava-se que os alunos verificassem a influência do módulo do coeficiente a , ou seja, quando $|a| > 1$ ocorria à contração do gráfico da parábola, e quando $|a| < 1$ sucedia a dilatação do gráfico da parábola (LIMA *et al.*, 2006).

A Tabela 43 permite observar que a Turma T³ atingiu 43,33% de respostas corretas, 50,00% de respostas parcialmente corretas e 6,67% de respostas em branco. Em contrapartida, a Turma T⁴ atingiu 28,57% de respostas corretas, 67,86% de respostas parcialmente corretas e 3,57% de respostas em branco. Nessa alternativa não ocorreu dos alunos das turmas T³ e T⁴ errarem a questão. Ausubel (2003, p.79) argumenta que:

[...] no decurso da aprendizagem significativa, um estudante deve sempre relacionar os elementos componentes dos novos conceitos e proposições, bem como os conceitos e proposições como um todo, à própria estrutura cognitiva idiossincrática.

Dos alunos integrantes do grupo experimental, aproximadamente 36,20% acertou a alternativa A, 58,62% acertou parcialmente e 5,18% deixou em branco. Averiguando as respostas dos alunos relacionadas à alternativa A da sétima questão da atividade pedagógica com o *App GeoGebra*, é possível verificar que os alunos apresentaram respostas relacionadas com a solução da pergunta.

Por meio das Figuras 65 e 66 expõem-se algumas respostas apresentadas pelos alunos

Figura 65 – Resposta do aluno A²¹T³

$a \rightarrow$ Positivo (concuridade p/ cima)
 $A \rightarrow$ Negativo (concuridade p/ baixo)
 $A \rightarrow$ quando aumenta a abertura se fecha
 $A \rightarrow$ quando diminui ~~a~~ a abertura se abre.

Fonte: Do autor (2019).

Figura 66 – Resposta do aluno A²T⁴

Quanto o valor de A é maior a concavidade fica para cima, quando ele é menor e negativo ele fica para baixo.

Fonte: Do autor (2019).

É possível observar nas Figuras 65 e 66 que as respostas apresentadas pelos alunos A²¹T³ e A²T⁴ foram classificadas como correta e parcialmente correta, respectivamente. O aluno A²¹T³ descreveu que quando $a > 0$, a concavidade era voltada para cima e no momento que $a < 0$, a concavidade estaria voltada para baixo. Além disso, descreveu o que acontecia com o gráfico quando o coeficiente a aumentava ou diminuía. Ressalta-se que o aluno A²¹T³ acertou todas as alternativas da sétima questão, mostrando vestígios da compreensão de alguns conceitos gráficos de Função Quadrática.

Vergnaud (1993, p. 03) expõe que o “funcionamento cognitivo dos discentes compreende operações que se desenvolvem progressivamente e decisões sensatas que possibilitam compreender os valores característicos das variáveis em cada contexto”. Essa compreensão das operações nos campos conceituais das Funções Quadráticas pode encontrar-se baseada na confiabilidade do conhecimento implícito ou explícito que o discente possui, além das relações entre as características dos problemas que serão resolvidos (VERGNAUD, 1993).

Por outro lado, o aluno A²T⁴ mostrou uma solução considerada como parcialmente correta, em virtude de apenas relatar que quando $a > 0$, a concavidade ficava para cima e quando $a < 0$, a concavidade era voltada para baixo. O mesmo não expressou a influência que o módulo coeficiente a exercia no comportamento do gráfico da Função. Salienta-se que o aluno A²T⁴ acertou parcialmente as alternativas A e C, e acertou integralmente a alternativa B da sétima questão.

Na Tabela 44 é possível verificar as respostas quantitativas para a alternativa B da sétima questão.

Tabela 44 – Categorias das respostas dos alunos para a alternativa B da questão 7 da atividade pedagógica com o *App GeoGebra* do grupo experimental

Questão 7 – B	T ³	T ⁴	Total de Respostas
Correta	13	13	26
Parcialmente Correta	15	13	28
Errada	-	-	-
Em branco	2	2	4
Total de alunos	30	28	58

Fonte: Do autor (2019).

A alternativa B solicitava aos alunos deixar fixo o valor dos coeficientes a e c do gráfico da função $h(t) = at^2 + bt + c$ e variar o valor do coeficiente b . Posteriormente, deveriam descrever quais eram as mudanças gráficas percebidas a partir do momento que o valor do coeficiente b vai se alterando e no momento que o *Play* do efeito deslizante é acionado.

Por meio da Tabela 44 nota-se que os alunos da turma T³ alcançaram 43,33% de respostas corretas, 50,00% de respostas parcialmente corretas e 6,67% de respostas em branco. Por outro lado, a turma T⁴ obteve 46,43% das respostas corretas, 46,43% de respostas parcialmente corretas e 7,14% de respostas em branco. Essa alternativa não apresentou alunos que erraram totalmente, exibindo alguns indícios de apropriação dos conceitos gráficos de Função Quadrática. Sobre esse aspecto, Moreira (2012, p. 10) frisa que “[...] é preciso dar toda atenção aos aspectos conceituais dos esquemas e à análise conceitual das situações nas quais os aprendizes desenvolvem seus esquemas na escola ou na vida real [...]”.

Do total geral dos alunos integrantes da pesquisa, aproximadamente 44,83% acertou corretamente a alternativa, 48,28% acertou parcialmente e 6,89% deixou em

branco a alternativa B. Observando as respostas dos alunos concernente à alternativa B, convém destacar algumas respostas que foram classificadas como corretas ou parcialmente corretas, de acordo com as Figuras 67 e 68.

Figura 67 – Resposta do aluno A²³T³

Se o coeficiente b aumenta o seu valor, o gráfico se desloca para a esquerda. Se b diminui o seu valor, o gráfico se desloca para a direita.

Fonte: Do autor (2019).

Figura 68 – Resposta do aluno A¹²T⁴

Ele se desloca para a esquerda e aumenta o deslocamento para a esquerda.

Fonte: Do autor (2019).

Os alunos A²³T³ e A¹²T⁴ expuseram respostas que foram classificadas como correta e parcialmente correta, nessa ordem. Na resposta expressada pelo aluno A²³T³ na Figura 67 e 68 é possível verificar que o mesmo apresentou resposta de acordo com a literatura conceitual de Função Quadrática, no momento que relatou que quando o coeficiente b aumenta o gráfico desloca-se para a esquerda e quando o coeficiente b diminui o gráfico desloca-se para a direita.

Ressalta-se que o aluno A²³T³ acertou totalmente a alternativa B e parcialmente as alternativas A e C da sétima questão, oferecendo algumas evidências da aquisição de novos significados em relação aos gráficos de Função Quadrática, por meio do material de estudo com o *App GeoGebra*. De acordo com Ausubel, Novak e Hanesian (1980, p. 42), “a aprendizagem significativa não deve ser interpretada simplesmente como a aprendizagem de material significativo. Na aprendizagem significativa, estes materiais são apenas potencialmente significativos”.

De outro lado, a resposta evidenciada pelo aluno A¹²T⁴ foi considerada como parcialmente correta. O aluno A¹²T⁴ disse que o gráfico se deslocava horizontalmente, sem expressar os motivos desse deslocamento. Evidencia-se que o aluno A¹²T⁴ acertou parcialmente todas as alternativas da sétima questão.

Na Tabela 45 é possível verificar as respostas quantitativas para a alternativa C da sétima questão.

Tabela 45 – Categorias das respostas dos alunos para a alternativa C da questão 07 da atividade pedagógica com o *App GeoGebra* do grupo experimental

Questão 7 – C	T3	T4	Total de Respostas
Correta	9	6	15
Parcialmente Correta	18	20	38
Errada	1	-	1
Em branco	2	2	4
Total de alunos	30	28	58

Fonte: Do autor (2019).

A alternativa C solicitava aos alunos construir no *App GeoGebra* o gráfico da função $h(t) = at^2 + bt + c$, com $a \neq 0$, deixar fixo os valores dos coeficientes **a** e **b** e variar o valor do coeficiente **c**. Posteriormente, os mesmos deveriam descrever quais as alterações gráficas compreendidas a partir do momento que o *Play* do efeito deslizante é acionado.

É possível verificar na Tabela 45 as respostas dos alunos relativas à alternativa C da sétima questão, na qual a turma T³ alcançou 30,00% de respostas corretas, 60,00% de respostas parcialmente corretas, 3,33% de respostas erradas e 6,67% de respostas em branco. Por outro lado, a turma T⁴ obteve 21,43% das respostas corretas, 71,43% de respostas parcialmente corretas e 7,14% de respostas em branco.

Nota-se pelo índice de respostas corretas e parcialmente corretadas das turmas T³ e T⁴ que a aplicação do *App GeoGebra* possibilitou aos discentes uma maior visualização dos conceitos algébricos e geométricos do gráfico da Função Quadrática. Em conformidade com esses aspectos, o *GeoGebra* possibilita “[...] uma construção gráfica com maior rigor e facilidade, a visualização das raízes reais de uma função, a análise dos vértices da parábola e dos pontos de máximo e mínimo, dentre outros” (XAVIER, 2016, p. 59).

Do grupo experimental da pesquisa, aproximadamente 25,86% dos alunos acertaram, 65,52% acertaram parcialmente, 1,72% de respostas erradas e 6,9% deixaram em branco a alternativa C. Explorando as respostas dos alunos referentes à alternativa C, é possível examinar algumas respostas que foram consideradas corretas ou parcialmente corretas, conforme as Figuras 69 e 70.

Figura 69 – Resposta do aluno A¹T³

De acordo com o geogebra o coeficiente c é o responsável pelo deslocamento vertical e pela intercepção do gráfico.

Fonte: Do autor (2019).

Figura 70 – Resposta do aluno A²⁴T³

Se o coeficiente c for maior, o gráfico se move mais em sentido vertical.

Fonte: Do autor (2019).

Nas Figuras 69 e 70 evidenciam-se as respostas dos alunos A¹T³ e A²⁴T³ que foram classificadas como correta e parcialmente correta, respectivamente. O aluno A¹T³ descreveu na sua resposta que o coeficiente c estava diretamente relacionado ao deslocamento vertical e pela intercepção com o eixo das ordenadas. Ressalta-se que o aluno A¹T³ teve suas respostas para as alternativas B e C classificadas como corretas e na alternativa A como parcialmente correta.

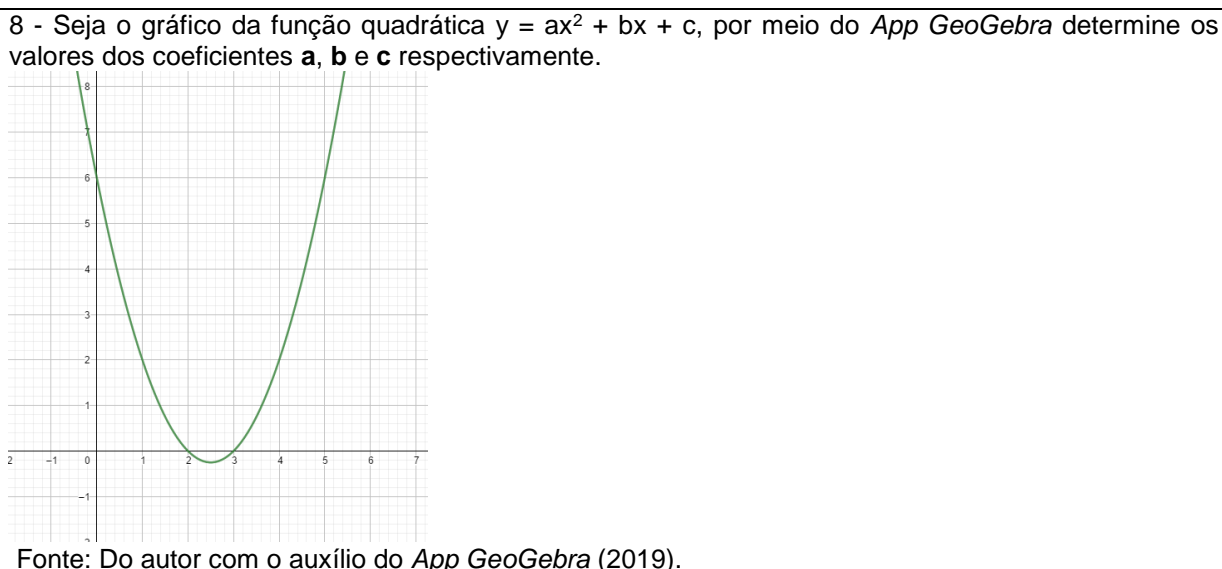
A resposta apresentada pelo aluno A¹T³ evidencia o significado obtido por meio do processo interativo e integrador com o material de aprendizagem. A respeito desse aspecto, Ausubel (2003) salienta que o tipo e o grau de significado que emergem na aprendizagem e na retenção dos significados dependem de diversos fatores, por exemplo: a relação particular hierárquica e substantiva entre as ideias novas e ancoradas; o grau de relevância da ideia ancorada na estrutura cognitiva do discente; o material de ensino estar ou não relacionado com as ideias ancoradas e

os aspectos da estrutura cognitiva como estabilidade, longevidade, disponibilidade e clareza das ideias ancoradas.

Sob outra perspectiva, o aluno A²⁴T³ expressou uma resposta classificada como parcialmente correta. O aluno A²⁴T³ apenas manifestou que o gráfico variava e movia-se verticalmente, ou seja, não apresentou uma resposta organizada. Destaca-se que o aluno A²⁴T³ apresentou respostas classificadas como parcialmente corretas para todas as alternativas.

O Quadro 30 apresenta a oitava questão da atividade pedagógica com o *App GeoGebra*.

Quadro 30 – Oitava questão da atividade pedagógica com o *App GeoGebra* do grupo experimental



Fonte: Do autor (2019).

Apresentaram-se na Tabela 46 as respostas quantitativas das turmas T³ e T⁴ relativas à questão 8 da atividade pedagógica com o *App GeoGebra*. A questão 8 exibiu o gráfico da função quadrática $y = ax^2 + bx + c$, na qual os alunos por meio do gráfico construído no *App GeoGebra* deveriam descobrir quais eram os valores dos coeficientes **a**, **b** e **c** respectivamente.

As investigações quantitativas indicadas na tabela foram consideradas em 4 (quatro) categorias em conformidade com as respostas apresentadas pelos alunos participante da pesquisa. As categorias foram: corretas, parcialmente corretas,

erradas e em branco. Na Tabela 46 é possível verificar as respostas quantitativas para a oitava questão.

Tabela 46 – Categorias das respostas dos alunos para a letra A da questão 8 da atividade pedagógica com o *App GeoGebra* do grupo experimental

Questão 8 – A	T ³	T ⁴	Total de Respostas
Correta	6	2	8
Parcialmente Correta	21	24	45
Errada	1	-	1
Em branco	2	2	4
Total de alunos	30	28	58

Fonte: Do autor (2019).

A oitava questão possuía o gráfico da função quadrática $y = ax^2 + bx + c$, no qual os alunos deveriam manusear o efeito deslizante do *App GeoGebra* para descobrir os valores dos coeficientes **a**, **b** e **c**. Antes de manipular o *App GeoGebra* os alunos deveriam verificar que a concavidade estava voltada para cima, logo, $a > 0$. O gráfico encontrava-se à direita do eixo das ordenadas, ou seja, $b < 0$. E, o gráfico interceptava o eixo de y, no ponto (0,6), isto é, $c = 6$, além disso, é possível identificar no gráfico que $x' = 2$ e $x'' = 3$.

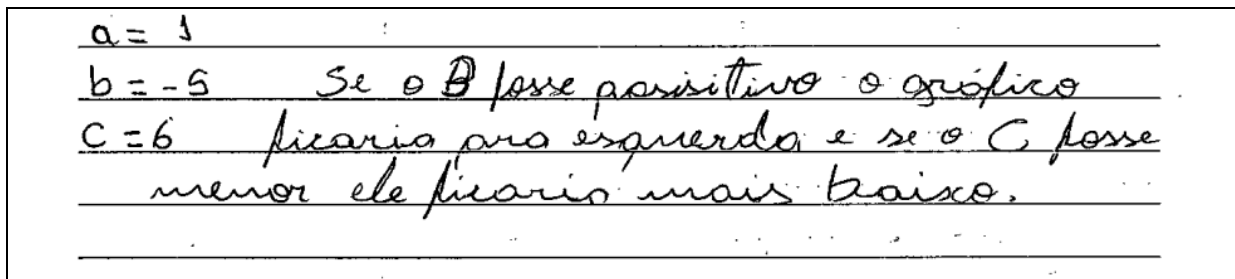
A Tabela 46 mostra as respostas dos alunos referentes à oitava questão, na qual a turma T³ logrou 20,00% de respostas corretas, 70,00% de respostas parcialmente corretas, 3,33% de respostas erradas e 6,67% de respostas em branco. Em contrapartida, a turma T⁴ conseguiu 7,14% de respostas corretas, 85,72% de respostas parcialmente corretas e 7,14% de respostas em branco.

Analizando o índice de respostas corretas e parcialmente corretas das turmas T³ e T⁴, que juntas ultrapassou 91% dos discentes integrantes do grupo experimental, verifica-se que o *App GeoGebra* pode representar um excelente recurso didático nas aulas de matemática. Xavier (2016) ressalta que quando o docente emprega recursos tecnológicos os resultados são mais satisfatórios, pois os mesmos podem potencializar a aprendizagem dos discentes.

No geral dos integrantes do grupo experimental da pesquisa, em torno de 13,79% dos alunos acertaram a questão, 77,59% acertaram parcialmente, 1,72% responderam errado e 6,9% deixaram a questão em branco. Investigando as respostas dos alunos, relacionadas à oitava questão, é possível verificar algumas

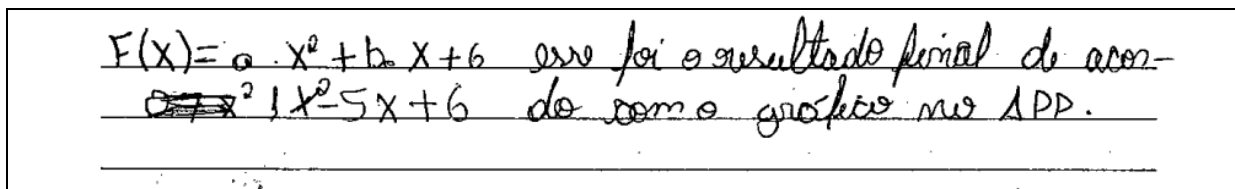
respostas que foram consideradas corretas, parcialmente corretas e erradas de acordo com as Figuras 71, 72 e 73.

Figura 71 – Resposta do aluno A³⁰T³



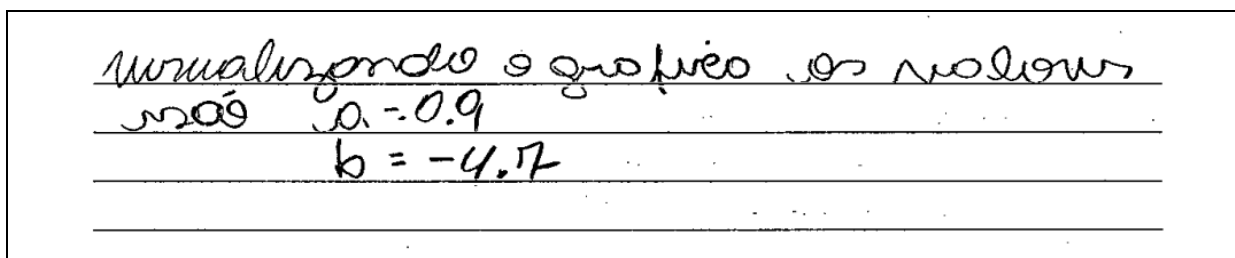
Fonte: Do autor (2019).

Figura 72 – Resposta do aluno A¹⁴T⁴



Fonte: Do autor (2019).

Figura 73 – Resposta do aluno A⁹T³



Fonte: Do autor (2019).

Por meio das Figuras 71, 72 e 73 é possível constatar as respostas dos alunos A³⁰T³, A¹⁴T⁴ e A⁹T³ que foram classificadas como correta, parcialmente correta e errada, respectivamente. O aluno A³⁰T³ descreveu na sua resposta que se o coeficiente **b** fosse positivo, o gráfico estaria para a esquerda, e se o coeficiente **c** fosse negativo, o gráfico estaria abaixo do eixo das abscissas, além de descrever os valores dos coeficientes **a** = 1, **b** = - 5 e **c** = 6.

Por outro lado, o aluno A¹⁴T⁴ expressou apenas os valores dos coeficientes **a** = 1, **b** = - 5 e **c** = 6, e escreveu a função $f(x) = 1x^2 - 5x + 6$, sem apresentar nenhum indício de como obteve os valores dos coeficientes, nesse sentido, a

resposta do aluno A¹⁴T⁴ foi classificada em parcialmente correta. De acordo com Ausubel (2003) seja na aprendizagem conceitual ou na proposicional as novas informações potencialmente significativas ancoram-se em maior frequência nas ideias mais relevantes e inclusivas existentes na estrutura cognitiva dos discentes.

O aluno A⁹T³ foi o único integrante do grupo experimental que apresentou resposta totalmente errada. O mesmo descreveu os valores dos coeficientes **a** = 0,9, **b** = - 4,7, porém, quando escrevemos a função $f(x) = 0,9x^2 - 4,7x + 6$, no *App GeoGebra* encontramos um gráfico semelhante ao da oitava questão, contudo, os valores raízes são diferentes, ou seja, $x' = 2,22$ e $x' = 3$. Como o aluno tinha que manusear o efeito deslizante do *App GeoGebra*, essa confusão na descrição dos valores dos coeficientes **a** e **b** pode ter sido proporcionada no momento de enquadrar corretamente os valores para produzir o gráfico da Função Quadrática descrito na questão.

A próxima subseção apresenta algumas considerações da atividade pedagógica com o *App GeoGebra*.

5.3.1 Algumas considerações da atividade pedagógica com o *App GeoGebra*

A atividade com o *App GeoGebra* deu-se posteriormente a duas aulas destinadas ao manuseio de funcionalidades básicas do aplicativo que seriam necessárias para o desenvolvimento da prática pedagógica. Oito alunos integrantes das turmas T³ e T⁴ usaram tablets, pois os mesmos não possuíam aparelho celular. Os tablets foram fornecidos pelo pesquisador, nos quais estava instalado o *App GeoGebra* na versão de *Android*.

Investigando os registros no diário de campo do pesquisador durante a realização da atividade pedagógica com o *App GeoGebra* das turmas T³ e T⁴, verificou-se que o número de respostas deixadas em branco diminuiu significativamente em comparação com a atividade expositiva das turmas T¹ e T².

Os alunos da turma T³ apresentaram maior desempenho de respostas classificadas como corretas na atividade pedagógica com o *App GeoGebra*. Para os autores Lopes e Moraes (2016), a interface do *GeoGebra* possibilita ao discente visualizar, observar e interagir com os conteúdos de matemática, o que pode ter contribuído com o número de respostas corretas.

Sobressaiu nas turmas T³ e T⁴ a confiança para resolver os problemas manuseando o *App GeoGebra*, no qual o número de respostas classificadas como totalmente erradas ou em branco foram reduzidos em comparação com o total de alunos integrantes do grupo experimental. Programas como o *GeoGebra* são capazes de estimular o interesse dos discentes pela matemática, pois apresentam recursos que facilitam a compreensão e a aprendizagem (DE ALMEIDA, 2017).

É possível observar na Tabela 47 o índice geral de acertos por questão e alternativa de cada turma na atividade com o *App GeoGebra*.

Tabela 47 – Índices de acertos das respostas dos alunos para as questões da atividade com o *App GeoGebra*

Questões com o <i>App GeoGebra</i>		Questão 1	Questão 2	Questão 3	Questão 4	Questão 5	Questão 6	Questão 7	Questão 8
Alternativa A	T ³	30	28	25	26	23	23	13	6
	T ⁴	28	22	13	23	18	22	8	2
Alternativa B	T ³	30	22	23	16	17	14	13	-
	T ⁴	28	22	23	9	3	4	13	-
Alternativa C	T ³	-	27	23	18	-	-	9	-
	T ⁴	-	28	17	5	-	-	6	-

Fonte: Do autor (2019).

Nota-se por meio da Tabela 47 que na primeira questão o número de acertos das turmas T³ e T⁴, nas alternativas A e B, foi igual a 100% do número de alunos participantes do grupo experimental. Na segunda questão as turmas T³ e T⁴ apresentaram, nas alternativas A, B e C, um desempenho superior a 50% dos participantes da pesquisa por turma, apresentando vestígios de correlação da matéria nova aprendida com os conhecimentos ancorados na estrutura cognitiva dos discentes. Ausubel (2003, p. 94) salienta que “o novo material de aprendizagem é uma extensão, elaboração, modificação ou qualificação de conceitos ou proposições anteriormente apreendidos [...]”.

Verificou-se que na terceira questão houve um índice expressivo de respostas que foram consideradas corretas, podendo ser consequência do processo de esquemas e situações desenvolvidos pelos discentes durante o desenvolvimento da atividade com o *App GeoGebra*. Na alternativa A somente a turma T⁴ apresentou um número de respostas inferior a 50% dos participantes. Por outro lado, nas alternativas B e C os resultados foram consideráveis, visto que as turmas T³ e T⁴ apresentaram um número significativamente superior a 50% dos participantes com soluções corretas. Vergnaud (2016, p. 288) reforça que “sem esquemas e situações, o desenvolvimento do pensamento não pode ser entendido. Na mesma situação da vida, seja na escola ou na vida profissional, eles desenvolvem competências em vários registros”.

Na quarta questão da atividade com o *App GeoGebra*, as turmas T³ e T⁴, na alternativa A, apresentaram desempenho de respostas corretas superior a 50% do número de alunos integrantes de cada turma. No entanto, nas alternativas B e C somente a turma T³ alcançou um número de respostas superior à metade do número de alunos integrantes da turma. Ausubel (2003, p. 97) argumenta que “na aprendizagem pela descoberta significativa, [...] o aprendiz relaciona, assim, de forma não-arbitrária e não-literal, proposições de colocação de problemas à própria estrutura cognitiva”.

Na alternativa A da quinta questão da atividade com o *App GeoGebra* as turmas T³ e T⁴ exibiram um desempenho superior a 50% do número de alunos integrantes de cada turma com respostas corretas. Mas, na alternativa B somente a turma T³ alcançou um número de respostas significativamente superior à metade do número de alunos integrantes da turma, esse fato pode ter sido ocasionado em função de conceitos adquiridos durante as atividades com o *App GeoGebra*. Para Novak e Gowin (1988), os conceitos são apreendidos por meio da constituição de argumentos que inclui o conceito que será adquirido, apresentando significado adicional por intermédio de proposições no qual o conceito em questão encontra-se inserido.

As turmas T³ e T⁴ apresentaram um desempenho satisfatório apenas na alternativa A da sexta questão da atividade com o *App GeoGebra*. Na alternativa B, nenhuma das turmas, T³ e T⁴, exibiu soluções que fossem superiores a 50% do

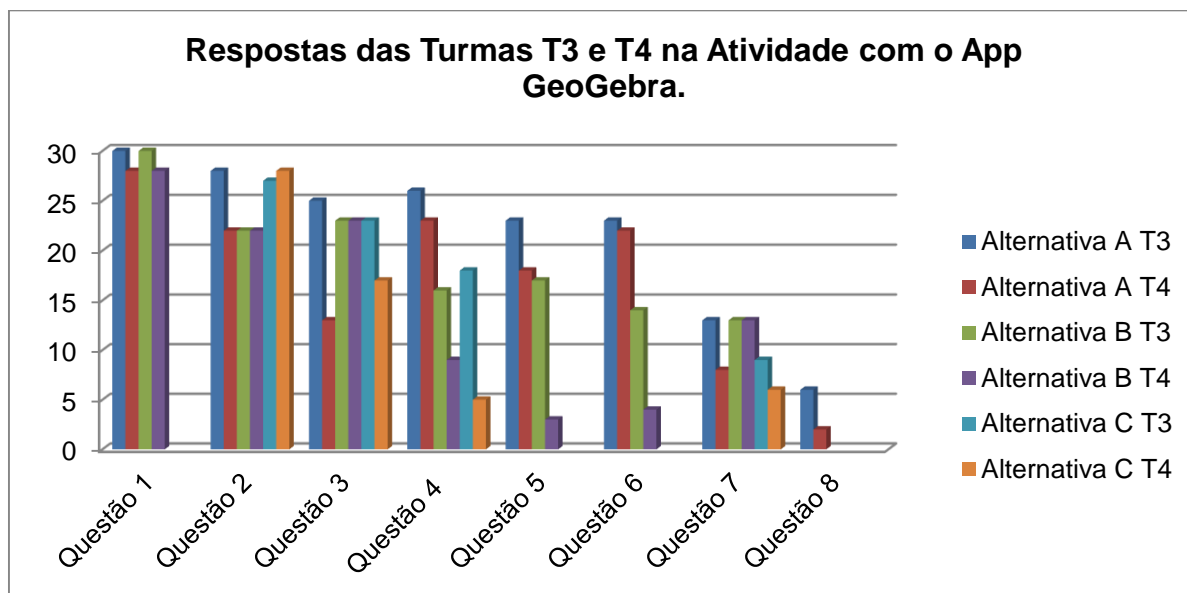
número de alunos integrantes de cada turma. É possível observar na Tabela 47 que na sétima e oitava questão as turmas T³ e T⁴ não apresentaram um número de respostas corretas superior a 50% dos integrantes de cada turma do grupo experimental. Ausubel, Novak e Hanesian (1980, p. 45) argumentam que:

Aprender o significado de uma palavra-conceito exige obviamente um conhecimento prévio de seus correspondentes referentes mais sofisticados do que outras formas de aprendizagem representacional, uma vez que aprender o significado da palavra-conceito difere, num aspecto importante, da aprendizagem do significado de palavras que não representam conceitos.

No caso dos conceitos gráficos de Função Quadrática, compreender o que cada elemento constituinte significa na função, implica aprender não apenas a imagem perceptiva correspondente, mas transcender e abstrair a percepção visual de um gráfico.

No Gráfico 6 é possível observar o comparativo do desempenho das turmas T³ e T⁴ na atividade com o *App GeoGebra*.

Gráfico 6 – Desempenho das turmas T³ e T⁴ na atividade com o *App GeoGebra*



Fonte: Do autor (2019).

É possível perceber no Gráfico 6 que o número de acertos das turmas T³ e T⁴ relativos às alternativas A, B e C dos integrantes do grupo experimental na atividade prática com o *App GeoGebra* apresenta um quantitativo significativamente elevado de respostas corretas em consideração ao desempenho do grupo controle. Por meio

de algumas respostas fornecidas pelos alunos das turmas T^3 e T^4 é possível inferir que há indícios da atribuição de novos significados aos subsunçores dos campos conceituais de Função Quadrática, percebemos que os discentes do grupo experimental conseguiram relacionar mais conceitos gráficos e algébricos das Funções Quadráticas (MOREIRA, 2011a).

A próxima seção apresenta os resultados do Pós-teste aplicado para o grupo controle e grupo experimental.

5.4 Análise do questionário de Pós-teste

Após a realização da atividade prática pedagógica expositiva do grupo controle e da atividade pedagógica com o *App GeoGebra* do grupo experimental, aplicou-se um questionário de Pós-teste (APÊNDICE H) com o objetivo de analisar se as atividades desenvolvidas durante as práticas pedagógicas com o *App GeoGebra* são potencialmente significativas para a aprendizagem de conceitos de gráficos de Funções Quadráticas no Ensino Médio. O Pós-teste foi aplicado para as turmas T^1 , T^2 , T^3 e T^4 no mesmo dia, em duas aulas de 50 minutos cada.

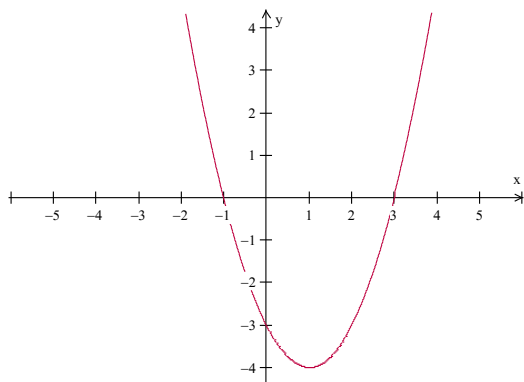
O Pós-teste apresentava 7 (sete) questões de múltipla escolha envolvendo conceitos gráficos de Função Quadrática, que serviram de análise, buscando evidências da ocorrência da compreensão dos campos conceituais de Função Quadrática por parte dos integrantes dos grupos experimental e controle. Os gráficos do Pós-teste foram construídos com o auxílio do *Software winplot*, com o intuito de não beneficiar os integrantes do grupo experimental que desenvolveram suas atividades com o *App GeoGebra*. A aplicação do questionário de Pós-teste possuía um espaço destinado aos alunos para justificarem o motivo da escolha da alternativa de cada questão. Vale ressaltar que os alunos das turmas T^1 , T^2 , T^3 e T^4 foram os mesmos em todas as etapas da pesquisa.

Nas Tabelas 48, 49, 50, 51, 52, 53 e 54 são apresentados os dados quantitativos relativos às respostas do questionário de Pós-teste dos 112 alunos integrantes do grupo controle e experimental. A turma T^1 possuía 28 alunos, a turma

T² continha 26 alunos, a turma T³ incluía 30 alunos e a turma T⁴ era formada por 28 alunos. As turmas T¹ e T² pertenciam ao grupo controle e as turmas T³ e T⁴ ao grupo experimental. No Quadro 31 expõe-se a primeira questão do questionário de Pós-teste.

Quadro 31 – Questão 1 do questionário de Pós-teste

1) O gráfico da função quadrática $h(x): \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, definida por:



Fonte: do autor com o auxílio do *Software winplot* (2019).

Qual é a função em que os coeficientes possuem as características do gráfico da função acima?

- a) $h(x) = x^2 - 2x - 3$.
- b) $h(x) = x^2 + x - 2$.
- c) $h(x) = -x^2 - 2x - 3$.
- d) $h(x) = x^2 - 2x + 3$.
- e) $h(x) = -x^2 - 3x + 3$.

Fonte: Do autor (2019).

Por meio da Tabela 48 é possível verificar as respostas quantitativas dos alunos das turmas T¹, T², T³ e T⁴ relacionadas à questão 1 do questionário de Pós-teste dos integrantes dos grupos experimental e controle. Foi constatada na Tabela 48 a análise quantitativa desenvolvida de acordo com as alternativas escolhidas pelos alunos participantes da pesquisa.

Tabela 48 – Categorias das respostas dos alunos para a questão 1 do questionário de Pós-teste

Questão 1	Turma T ¹	Turma T ²	Turma T ³	Turma T ⁴	Total de Respostas
Alternativa A	4	3	23	19	49
Alternativa B	5	3	2	1	11
Alternativa C	4	5	1	-	10
Alternativa D	4	3	2	1	10
Alternativa E	9	12	2	7	30
Não respondeu	2	-	-	-	2
Total de alunos	28	26	30	28	112

Fonte: Do autor (2019).

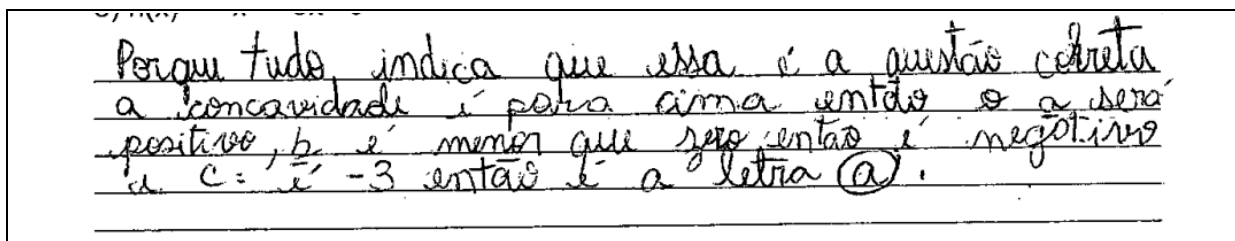
O conhecimento avaliado nesta questão relacionava-se ao domínio conceitual das influências dos coeficientes **a**, **b** e **c** na caracterização do gráfico da parábola. Observa-se no gráfico da primeira questão do Pós-teste que o coeficiente **a** > 0 , pois a concavidade da parábola estava voltada para cima, o gráfico estava deslocado à direita do eixo das ordenadas, caracterizando que o coeficiente **b** < 0 .

Além disso, o gráfico da parábola interceptava o eixo de y no ponto (0, -3), ou seja, o coeficiente **c** = - 3. Se os alunos analisassem as características do gráfico da parábola existente no problema, poderiam perceber as características de cada coeficiente, podendo concluir que a alternativa correta era a letra A.

Como foi constatado, o índice de alunos que marcou a alternativa correta na turma T¹ foi de 14,29%, na turma T² de 11,53%, a turma T³ obteve 76,67 % e a turma T⁴ alcançou 67,86%. As turmas T¹ e T², que faziam parte do grupo controle, foram as que apresentaram os menores índices de respostas corretas. Por outro lado, as turmas T³ e T⁴, que integravam o grupo experimental, expuseram os maiores índices de respostas corretas.

Pelos resultados encontrados é possível verificar que as turmas T³ e T⁴ do grupo experimental apresentaram os melhores desempenhos, deixando resquícios da compreensão dos gráficos de Função Quadrática quando tiveram seus conceitos explorados por meio do *App GeoGebra*. Conforme Vergnaud (1990, p.20), “não pode teorizar sobre o aprendizado de matemática ou de apenas do simbolismo, ou apenas de situações. É necessário considerar o significado de situações e símbolos”.

No geral, dos 112 alunos participantes da pesquisa, apenas 43,75% assinalaram a resposta correta, dos quais 37,5% pertenciam ao grupo experimental da pesquisa, e os outros 6,25% de alunos que responderam corretamente a questão integravam o grupo controle. Explorando as justificativas oferecidas pelos alunos na qual conduziu escolher determinada alternativa da primeira questão, é possível constatar que alguns argumentos são corretos e outros estão errados. Observam-se algumas justificativas apresentadas pelos alunos por meio das Figuras 74 e 75.

Figura 74 – Resposta do aluno A¹⁴T³

Fonte: Do autor (2019).

Figura 75 – Resposta do aluno A⁴T²

$$\Delta = b^2 - 4 \cdot a \cdot c = \Delta = (-3)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 3 = \Delta = 9 - 12 = \Delta = -3$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} = x = \frac{3 \pm \sqrt{-3}}{2} = x = \frac{3 \pm i\sqrt{3}}{2}$$

Fonte: Do autor (2019).

A resposta apresentada pelo aluno A¹⁴T³ evidencia que o mesmo compreendeu a influência dos coeficientes **a**, **b** e **c** no comportamento do gráfico da função, apresentando indícios do domínio dos campos conceituais de Funções Quadráticas. Para Vergnaud (1990) o conhecimento encontra-se organizado em campos conceituais do qual o domínio, por parte dos discentes, ocorre ao longo de um vasto período de tempo, por meio da aprendizagem, experiências e maturidade (MOREIRA, 2002).

O aluno A¹⁴T³ na atividade de Pré-teste acertou quatro alternativas das oito. Errou as questões 5 e 8 relacionadas a características do gráfico da Função Quadrática, na qual a questão 5 solicitava saber qual a figura geométrica obtida com a construção do gráfico da função $g(x) = ax^2 + bx + c$ e a questão 8 solicitava saber qual era o gráfico obtido com a função $g(x) = x^2 - 4x + 2$.

Por outro lado, no Pós-teste, o aluno A¹⁴T³ acertou cinco das sete questões, errando apenas as questões 4 e 6. Durante o desenvolvimento da atividade pedagógica com o *App GeoGebra*, o aluno A¹⁴T³ acertou parcialmente a alternativa A da sétima e oitava questões. As demais questões o aluno A¹⁴T³ acertou totalmente. É possível verificar por meio dos resultados apresentados pelo aluno A¹⁴T³ no Pré-teste, na atividade com o *App GeoGebra*, que há indícios da aquisição ou retenção de conhecimentos relacionados a gráfico de Função Quadrática, visto

que o novo conhecimento é absorvido pela estrutura cognitiva por meio de uma relação substantiva e não arbitrária (AUSUBEL; NOVAK; HANESIAN, 1980)

A Figura 75 mostra que a resposta apresentada pelo aluno A^{4T2} foi desconexa. O mesmo encontrou o valor do discriminante delta e das raízes reais, realizando diversos cálculos errados e, além disso, o comando da questão solicitava para identificar a função em que os coeficientes descreviam a característica do gráfico. Percebe-se na resposta do aluno A^{4T2} resquícios de uma absorção mecânica dos significados dos elementos das Funções Quadráticas, uma vez que o mesmo não possuía o domínio hierárquico e organizado do conhecimento. A respeito desse aspecto, Ausubel (2003, p. 167) ressalta que:

[...] o ensino da matemática e das ciências, por exemplo, continua a basear-se muito na aprendizagem memorizada de fórmulas e de passos de procedimentos, no reconhecimento memorizado de 'problemas tipo' estereotipados e na manipulação mecânica de símbolos.

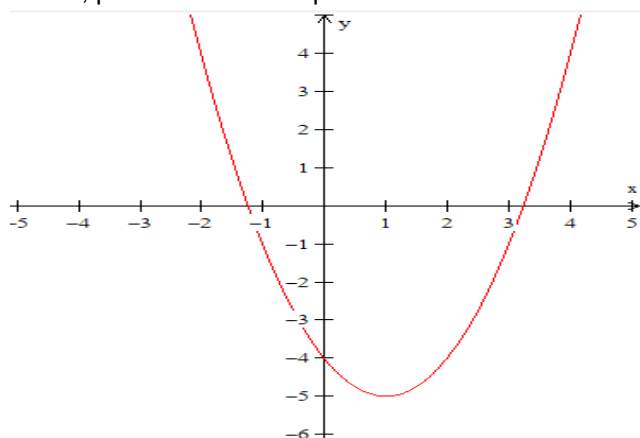
No decorrer do desenvolvimento da atividade pedagógica expositiva do grupo controle, das quatorze (14) alternativas integrantes das cinco questões do questionário, o aluno A^{4T2} acertou cinco alternativas totalmente, cinco parcialmente, errou quatro alternativas e não deixou nenhuma alternativa em branco. Durante a atividade do Pré-teste o aluno A^{4T2} acertou apenas três alternativas das oito, errando as questões 4, 5, 6, 7 e 8 relacionadas respectivamente a características do gráfico da Função Quadrática.

No Pós-teste o aluno A^{4T2} acertou apenas as questões 4 e 7, errando as outras. Os resultados expressados pelo aluno A^{4T2} no Pré-teste, na atividade pedagógica expositiva e no Pós-teste indicam que o mesmo não estabeleceu uma aprendizagem significativa dos conceitos gráficos de Função Quadrática, já que há “ausência de ideias claras e estáveis, que podem servir como pontos de ancoragem e de focos de organização para a incorporação de material novo e logicamente significativo” (AUSUBEL, 2003, p. 167).

O Quadro 32 apresenta a segunda questão do questionário de Pós-teste.

Quadro 32 – Questão 2 do questionário de Pós-teste.

2) Considerando o gráfico Parte inferior do formulário da Função Quadrática definida por $f(x) = ax^2 + bx + c$, com a, b e $c \in \mathbb{R}$ e $a \neq 0$, representado na figura abaixo, podemos afirmar que:



Fonte: Do autor, com o auxílio do Software Winplot (2019).

- a) $a > 0$; $b < 0$ e $c < 0$.
- b) $a < 0$; $b < 0$ e $c < 0$.
- c) $a < 0$; $b < 0$ e $c > 0$.
- d) $a > 0$; $b > 0$ e $c = 0$.
- e) $a < 0$; $b > 0$ e $c > 0$.

Fonte: Do autor (2019).

É possível verificar na Tabela 49 as respostas quantitativas dos alunos das turmas T^1 , T^2 , T^3 e T^4 relativas à questão 2 do questionário de Pós-teste dos integrantes dos grupos experimental e controle. A análise quantitativa das respostas foi desenvolvida de acordo com as alternativas escolhidas pelos alunos participantes da pesquisa.

Tabela 49 – Categorias das respostas dos alunos para a questão 2 do questionário de Pós-teste.

Questão 2	Turma T^1	Turma T^2	Turma T^3	Turma T^4	Total de Respostas
Alternativa A	10	3	21	21	55
Alternativa B	6	4	3	2	15
Alternativa C	5	10	4	1	20
Alternativa D	6	6	2	4	18
Alternativa E	1	3	-	-	4
Não respondeu	-	-	-	-	-
Total de alunos	28	26	30	28	112

Fonte: Do autor (2019).

Na segunda questão do Pós-teste, o conhecimento analisado relacionava-se à influência dos coeficientes a , b e c na caracterização do gráfico da parábola. Foi constatado no gráfico da segunda questão do Pós-teste que o coeficiente a é positivo, pois a concavidade da parábola encontra-se voltada para cima, além disso,

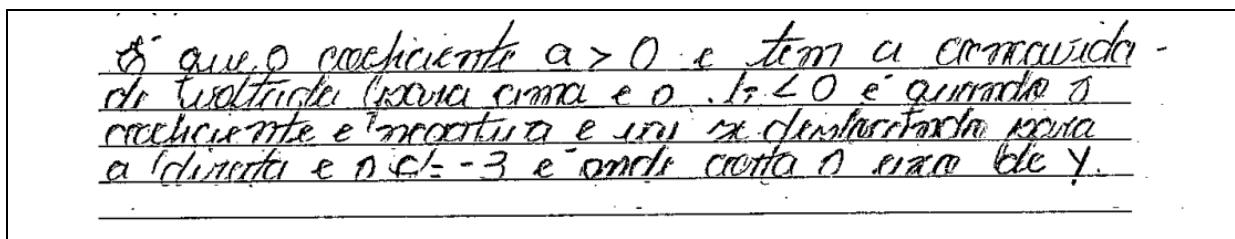
a partir do eixo de simetria do plano cartesiano o gráfico localiza-se à direita, dessa forma, o coeficiente **b** é negativo. E o gráfico intercepta o eixo de y no ponto (0; - 4), ou seja, o coeficiente **c** = - 4. Na análise das características do gráfico da parábola por parte dos alunos, os mesmos poderiam constatar que **a** > 0; **b** < 0 e **c** < 0, dando como alternativa correta à letra A.

É possível verificar que o índice de alunos que marcaram a alternativa correta na turma T¹ chegou a 35,71%, e a turma T² obteve 11,53%. Por outro lado, a turma T³ conseguiu 70,00 % e a turma T⁴ foi de 75,00%. Nota-se que as turmas T¹ e T², que integravam o grupo controle, apresentaram os menores índices de respostas corretas.

Em contrapartida, as turmas T³ e T⁴, que participavam do grupo experimental, exibiram os maiores índices de respostas corretas, sendo que este resultado pode ser consequência da atividade com o *App GeoGebra*. A respeito desse aspecto, Ausubel, Novak e Hanesian, (1980, p. 55) comentam que “[...] a aprendizagem significativa autêntica, por sua vez, pressupõe que a tarefa de aprendizagem seja potencialmente significativa, como também que o aluno manifeste uma disposição para a aprendizagem significativa”. Nas atividades com o *App GeoGebra* os alunos se mostraram-se mais entusiasmado, motivados e participativos no desenvolvimento das tarefas.

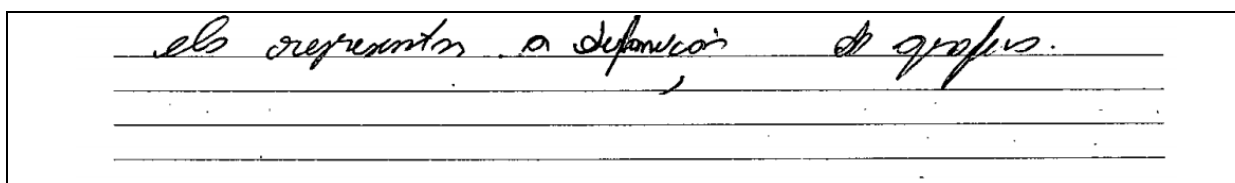
Entre os 112 alunos integrantes da pesquisa, o número de respostas assinaladas corretamente alcançou 49,10% dos participantes. Ressalta-se que 37,5% dessas respostas corretas correspondiam aos alunos integrantes do grupo experimental da pesquisa, e os demais 11,60% de respostas corretas pertenciam aos alunos do grupo controle. Investigando as justificativas apresentadas pelos alunos em que levaram a escolha das alternativas da segunda questão, verifica-se que alguns fundamentos estão corretos e outros encontram-se errados.

É possível observar algumas respostas apresentadas pelos alunos por meio das Figuras 76 e 77.

Figura 76 – Resposta do aluno A^{28T4}


é que o coeficiente $a > 0$ e tem a concavidade -
de voltada para cima e o $b < 0$ e quando o
coeficiente é negativo e vai se deslocando para
a direita e o $c = -3$ e onde corta o eixo y .

Fonte: Do autor (2019).

Figura 77 – Resposta do aluno A^{12T1}


ele representa a definição de gráficos.

Fonte: Do autor (2019).

Por meio da Figura 76, observa-se a resposta do aluno A^{28T4}, que marcou corretamente a questão, evidenciando que o coeficiente $a > 0$, pois a concavidade estava voltada para cima, o coeficiente $b < 0$, pois o gráfico encontrava-se deslocado para a direita e que o coeficiente $c = -3$, mostrando indícios de que compreendeu a influência dos coeficientes a , b e c no comportamento do gráfico da Função. Constata-se indícios de que o aluno A^{28T4} compreendeu alguns elementos dos conceitos de Função Quadrática, uma vez que o domínio de um campo conceitual ocorre paulatinamente à medida que novas dificuldades e características são analisadas e superadas (VERGNAUD, 1993).

Durante a realização do Pré-teste, o aluno A^{28T4} acertou apenas a primeira questão, na qual os subsunçores avaliados eram pertinentes à relação entre conjuntos e operações com números reais. Na atividade de Pós-teste o aluno A^{28T4} acertou quatro das sete questões, errando apenas as questões 4, 6 e 7. Por outro lado, na aplicação da atividade pedagógica com o App GeoGebra, o aluno A^{28T4} acertou parcialmente cinco alternativas, sendo que as demais questões o mesmo acertou completamente.

Analisando o Pré-teste, a atividade com o App GeoGebra e o Pós-teste, o aluno A^{28T4} apresenta indícios de evolução na compreensão dos conceitos de Função Quadrática. De acordo com Ausubel, Novak e Hanesian, (1980, p.54) “uma ideia nova tornar-se significativa depois de ser aprendida significativamente a torne

intrinsecamente menos vulnerável do que as associações arbitrárias internalizadas frente à interferência de outras associações”.

Na solução da segunda questão do Pós-teste, o aluno A^{12T1} marcou a alternativa C, que era incorreta. É possível verificar na Figura 77 que o aluno A^{12T1} relata que os coeficientes “*representam as definições de gráficos*”, mostrando uma resposta desconexa com a aceção de Função Quadrática. Observa-se, por meio das respostas expressas pelo aluno A^{12T1}, que não há evidências de que o mesmo tenha conseguido desenvolver retenção, aquisição e aplicação do conjunto de informações significativas relacionadas aos conceitos de Função Quadrática (AUSUBEL, 2003). No Pós-teste o aluno A^{12T1} acertou apenas as questões 5 e 7, errando as demais.

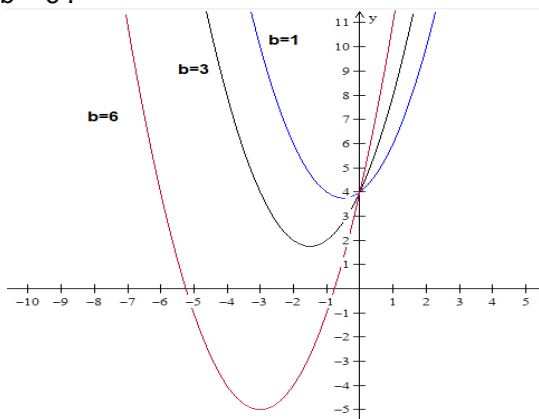
No decorrer da produção da atividade pedagógica expositiva do grupo controle, das 14 alternativas integrantes das cinco questões do questionário, o aluno A^{12T1} acertou cinco alternativas totalmente, uma parcialmente e deixou oito alternativas em branco. Durante o desenvolvimento da atividade do Pré-teste, o aluno A^{12T1} acertou apenas três alternativas das oito e errou as questões 3, 4, 5, 6 e 7 relacionadas a subsunçores conceituais de Função Quadrática.

Percebeu-se nos resultados apresentados pelo aluno A^{12T1} no Pré-teste, na atividade pedagógica expositiva e no Pós-teste, sinais de um armazenamento literal, arbitrário e sem significado, ou seja, de uma aprendizagem exclusivamente mecânica. De acordo com Moreira (2011a, p. 31-32) “a aprendizagem mecânica, é aquela praticamente sem significado, puramente memorística, que serve para as provas e é esquecida, apagada, logo após”.

No Quadro 33 apresenta-se a terceira questão do questionário de Pós-teste.

Quadro 33 – Questão 3 do questionário de Pós-teste

3) A figura abaixo apresenta um esboço do gráfico da função $f(x) = x^2 + bx + c$, para, $b = 1$, $b = 3$ e $b = 6$.



Fonte: Do autor com o auxílio do *Software winplot* (2019).

Considerando-se as informações presente na figura, é correto afirmar que:

- a) O valor do coeficiente **c** é igual às raízes reais das funções.
- b) O valor do coeficiente **c** é igual ao valor do coeficiente **b**, tendo como valores **c** = 1, **c** = 3 e **c** = 6.
- c) O coeficiente **c** determina onde o gráfico da função corta o eixo da imagem, tendo valor igual a 4.
- d) O coeficiente **c** determina se a parábola terá concavidade para cima ou para baixo, tendo valor igual a 1.
- e) O coeficiente **c** de valor 4 é responsável pela inclinação que a parábola toma.

Fonte: Do autor (2019).

Na Tabela 50 é possível constatar as respostas quantitativas dos alunos das turmas T¹, T², T³ e T⁴ concernente à questão 3 do questionário de Pós-teste dos integrantes dos grupos experimental e controle. A verificação quantitativa das respostas desenvolveu-se conforme as alternativas escolhidas pelos alunos integrantes da pesquisa.

Tabela 50 – Categorias das respostas dos alunos para a questão 3 do questionário de Pós-teste

Questão 3	Turma T ¹	Turma T ²	Turma T ³	Turma T ⁴	Total de Respostas
Alternativa A	-	3	2	4	9
Alternativa B	7	4	8	3	22
Alternativa C	10	6	11	16	43
Alternativa D	6	5	4	3	18
Alternativa E	3	3	5	2	13
Não respondeu	2	5	-	-	7
Total de alunos	28	26	30	28	112

Fonte: Do autor (2019).

A terceira questão do Pós-teste versava a respeito do esboço do gráfico da função $f(x) = x^2 + bx + c$, no momento em que o coeficiente **b**, fosse **b** = 1, **b** = 3 e **b** = 6, no qual geravam três parábolas no mesmo plano cartesiano. Analisando a

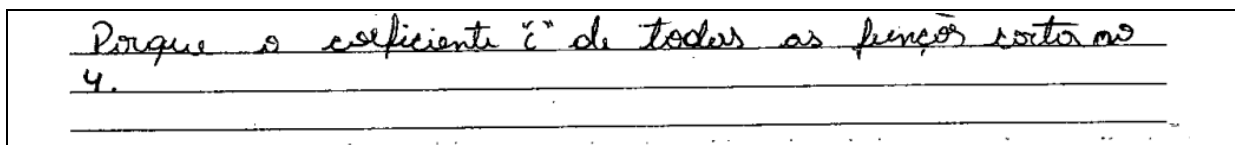
função $f(x) = x^2 + bx + c$, é possível verificar o coeficiente $a = 1$, logo, a concavidade da parábola será voltada para cima e o coeficiente b assumiria três valores distintos: $b = 1$, $b = 3$ e $b = 6$.

O coeficiente c foi o único que ficou definido no esboço do gráfico da Função Quadrática. Durante a verificação das características do gráfico da Função Quadrática os alunos deveriam perceber que o coeficiente c possuía valor igual a 4 e determinava onde o gráfico da função cortava o eixo y , oferecendo como alternativa correta a letra C.

Na Tabela 50 é possível constatar que a turma T^1 obteve 35,71% de respostas marcadas corretamente, a turma T^2 alcançou 23,07%, exibindo os menores índices de respostas corretas. Em contrapartida, a turma T^3 obteve 36,67% de respostas corretas e a turma T^4 atingiu 57,14%, apresentando os maiores índices de respostas corretas. Vale ressaltar que os alunos das turmas T^1 e T^2 compunham o grupo controle, e os das turmas T^3 e T^4 integravam o grupo experimental.

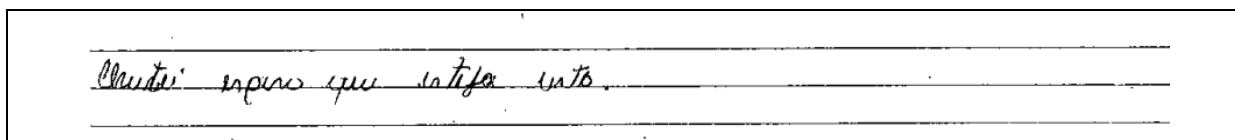
Por meio dos resultados apresentados no Pós-teste verificou-se que as turmas T^3 e T^4 obtiveram os maiores índices de respostas corretas, apresentando indícios de apreensão de elementos dos conceitos gráficos de Função Quadrática. Ausubel (2003) salienta que quando se apreende asserções ou conceitos por meio de novos processos de aprendizagem de subsunção, subordinante ou combinatória, o discente é capaz de desenvolver significados novos e diferenciados, podendo solucionar os significados conflituosos por meio de um processo de reconciliação integradora.

Dos 112 alunos participantes da pesquisa, o número de respostas indicadas corretamente atingiu 38,39% dos participantes. Destaca-se que 24,11% das respostas corretas de todos os integrantes da pesquisa correspondiam aos alunos integrantes do grupo experimental, e os outros 14,28% correspondiam aos alunos do grupo controle. Analisando as justificativas expostas pelos alunos, no qual conduziram a escolha da alternativa da terceira questão, é possível constatar que alguns argumentos estão condizentes com os conceitos teóricos de Função Quadrática e outros apresentam-se divergentes. Nas Figuras 78 e 79 são expostas algumas respostas apresentadas pelos alunos.

Figura 78 – Resposta do aluno A¹¹T³


Porque o coeficiente c de todas as funções corta no 4.

Fonte: Do autor (2019).

Figura 79 – Resposta do aluno A⁴T¹


Chutei porque não sabia a resposta.

Fonte: Do autor (2019).

Na Figura 78 observou-se a resposta do aluno A¹¹T³, o qual sinalizou corretamente a terceira questão, evidenciando que o coeficiente c de valor quatro (4) determina onde o gráfico da função corta o eixo de y , mostrando indícios de que constatou a influência do coeficiente c nas características do gráfico da função. Ao longo da realização do Pré-teste, o aluno A¹¹T³ acertou apenas quatro (4) questões das oito (8) abordando os subsunçores vinculados à relação entre conjuntos, operações com números reais, Função Afim e gráfico da Função Quadrática.

Durante a realização do Pós-teste, o aluno A¹¹T³ acertou seis (6) questões, errando apenas a questão seis (6). Na realização da atividade pedagógica com o *App GeoGebra*, o aluno A¹¹T³ acertou parcialmente cinco (5) alternativas, e totalmente as demais alternativas. Analisando os resultados do Pré-teste, da atividade com o *App GeoGebra* e do Pós-teste do aluno A¹¹T³, verificou-se indícios de um crescimento na compreensão dos significados e conceitos de Função Quadrática. Para os pesquisadores Ausubel, Novak e Hanesian (1980, p.56) “o significado é uma variável importante que influencia tanto a falta de aprendizagem como a quantidade de aprendizagem”.

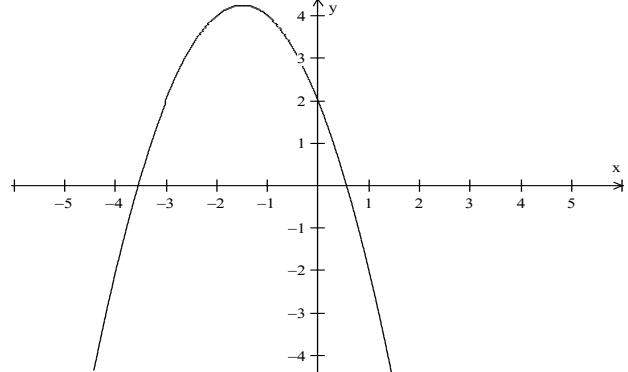
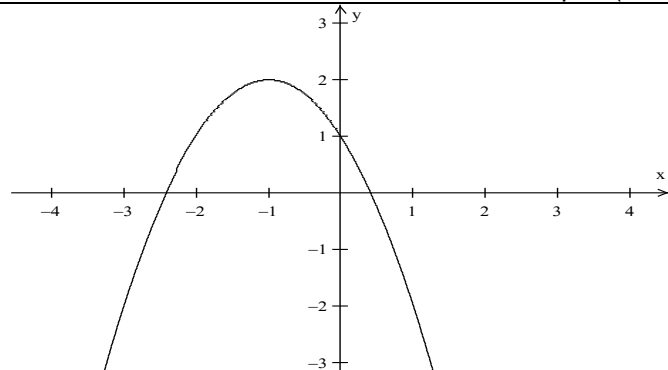
No questionário de Pós-teste, o aluno A⁴T¹ marcou a alternativa B, que era incorreta. Na Figura 79, é possível observar a resposta do aluno A⁴T¹, o qual retrata que não sabia a resposta e chutou a questão, apresentando sinais de que não compreendeu a funcionalidade dos coeficientes no comportamento gráfico das Funções Quadráticas. Conforme Ausubel (2003) a perseverança das atividades

mecânicas em situações formais de ensino contribuem com o desenvolvimento de uma atitude de aprendizagem de memorização no discente. No questionário de Pós-teste, o aluno A^{4T1} acertou apenas a questão cinco (5), errando as demais.

Em outra perspectiva, na atividade de Pré-teste, o aluno A^{4T1} acertou apenas uma (1) alternativa, errando as demais questões, as quais abordavam conhecimentos prévios de Função Quadrática. No decorrer da atividade pedagógica expositiva do grupo controle, das 14 alternativas que compunham as cinco questões do questionário, o aluno A^{4T1} acertou cinco (5) alternativas totalmente, errou cinco (5) e deixou quatro (4) alternativas em branco.

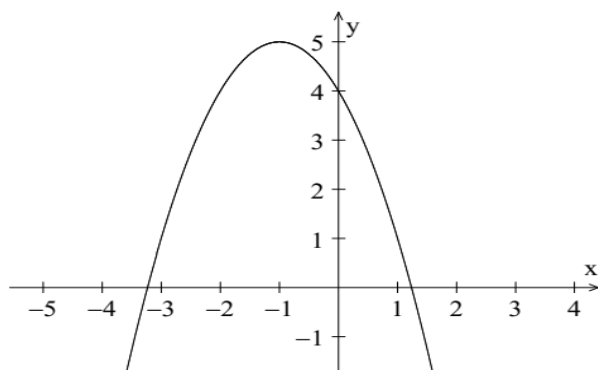
O Quadro 34 apresenta a quarta questão do questionário de Pós-teste.

Quadro 34 – Questão 4 do questionário de Pós-teste

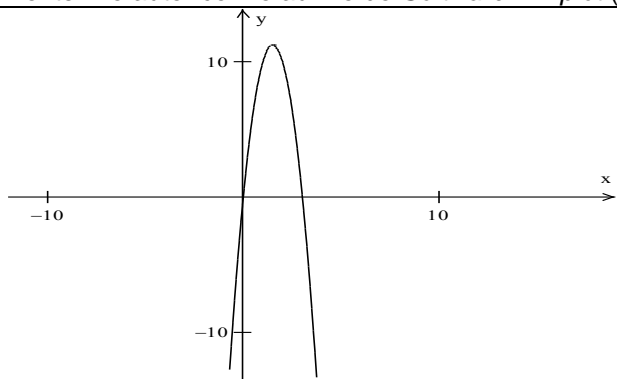
4) Considere a importância dos valores dos coeficientes a , b e c no comportamento gráfico da função. Qual das alternativas a seguir representa o gráfico da função $f(x) = -x^2 - 3x + 2$?	
a)	 <p>Fonte: Do autor com o auxílio do <i>Software Winplot</i> (2019).</p>
b)	 <p>Fonte: Do autor com o auxílio do <i>Software Winplot</i> (2019).</p>

Continua

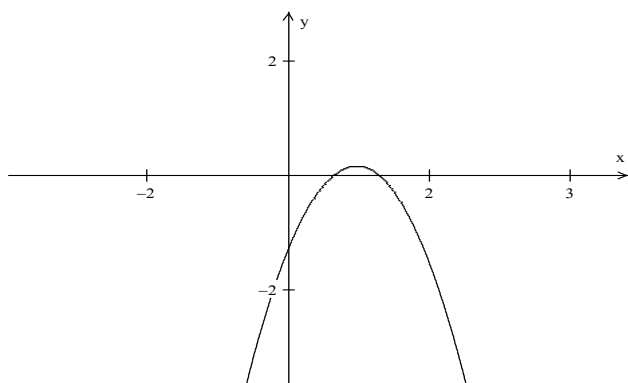
c)

Fonte: Do autor com o auxílio do *Software Winplot* (2019).

d)

Fonte: Do autor com o auxílio do *Software Winplot* (2019).

e)

Fonte: Do autor com o auxílio do *Software Winplot* (2019).

Fonte: Do autor (2019).

É possível verificar na Tabela 51 as respostas quantitativas dos alunos das turmas T^1 , T^2 , T^3 e T^4 relativas à questão 4 do questionário de Pós-teste dos participantes dos grupos experimental e controle. A verificação quantitativa das respostas desenvolveu-se de acordo com as alternativas selecionadas pelos alunos integrantes da pesquisa.

Tabela 51 – Categorias das respostas dos alunos para a questão 4 do questionário de Pós-teste

Questão 4	Turma T ¹	Turma T ²	Turma T ³	Turma T ⁴	Total de Respostas
Alternativa A	4	8	11	15	38
Alternativa B	11	5	8	3	27
Alternativa C	9	6	6	6	27
Alternativa D	-	3	4	2	9
Alternativa E	2	3	1	2	8
Não respondeu	2	1	-	-	3
Total de alunos	28	26	30	28	112

Fonte: Do autor (2019).

A quarta questão solicitava aos alunos analisar a influência dos coeficientes **a**, **b** e **c** e posteriormente identificar qual gráfico representava o comportamento da Função Quadrática $f(x) = -x^2 - 3x + 2$. Para reconhecer qual era a alternativa correta, os alunos deveriam verificar que como o coeficiente **a** = - 1, a parábola possuiria concavidade voltada para baixo. Além disso, o coeficiente **b** = - 3 representava que o gráfico estava deslocado verticalmente para a direita, e o coeficiente **c** = 2 mostrava que o gráfico da parábola interceptava o eixo de y no ponto (0, 2). Logo, poderiam concluir que o gráfico que melhor representava a Função Quadrática $f(x) = -x^2 - 3x + 2$, correspondia à letra A.

Na Tabela 51 verificamos que o índice de respostas marcadas corretas pelos alunos da turma T¹ chegou a 14,29%, e da turma T² de 30,76%. Por outro lado, a turma T³ obteve 36,67% de respostas marcadas corretamente e a turma T⁴ alcançou 53,57%. As turmas T¹ e T² integravam o grupo controle e apresentaram os menores índices de respostas corretas. No entanto, as turmas T³ e T⁴, que incorporavam o grupo experimental, apresentaram os índices mais elevados de respostas corretas, revelando traços da aprendizagem dos conceitos gráficos de Função Quadrática.

Ausubel, Novak e Hanesian (1980, p. 48) frisam que “é importante reconhecer que a aprendizagem significativa não significa que a nova informação forma uma espécie de elo simples com os elementos preexistentes da estrutura cognitiva dos discentes”. Na aprendizagem significativa de novas informações, como por exemplo, em elementos conceituais de gráficos de Função Quadrática, ocorre uma ligação arbitrária e substantiva com a estrutura cognitiva preexistente nos discentes (AUSUBEL; NOVAK; HANESIAN, 1980).

(3) questões das oito (8) relacionadas aos *subsunçores* de conjuntos numéricos, operações com Números Reais, Função Afim e localização de ponto no plano cartesiano.

No decorrer da realização do Pós-teste, o aluno A^{3T3} acertou cinco (5) questões, errando apenas a questão seis (6). Durante o desenvolvimento da atividade pedagógica com o *App GeoGebra*, o aluno A^{3T3} acertou parcialmente sete (7) alternativas, e totalmente as demais alternativas. Explorando os resultados apresentados pelo aluno A^{3T3} no Pré-teste, na atividade com o *App GeoGebra* e no Pós-teste, nota-se indícios da aprendizagem de conceitos de Função Quadrática. Ausubel; Novak e Hanesian (1980, p. 48) reforçam a ideia de que:

Na aprendizagem significativa, o processo de obtenção de informações produz uma modificação tanto na nova informação como no aspecto especificamente relevante da estrutura cognitiva com a qual a nova informação estabelece relação. Na maioria das vezes, a nova informação liga-se a um conceito ou proposição relevante [...].

Em outro ponto de vista, exibiu-se na Figura 81 a solução do aluno A^{6T2} no Pós-teste, o qual marcou a alternativa B, que era uma solução incorreta. Nos cálculos apresentados pelo aluno A^{6T2} é possível verificar que o mesmo realizou operações erradas na solução do discriminante delta, encontrando $\Delta = 1$, porém, a solução correta seria $\Delta = 17$, na qual encontraria os valores das raízes reais $x' = -3,5$ e $x'' = 0,5$. Na realização do questionário de Pós-teste o aluno A^{6T2} acertou somente a terceira questão, errando as demais.

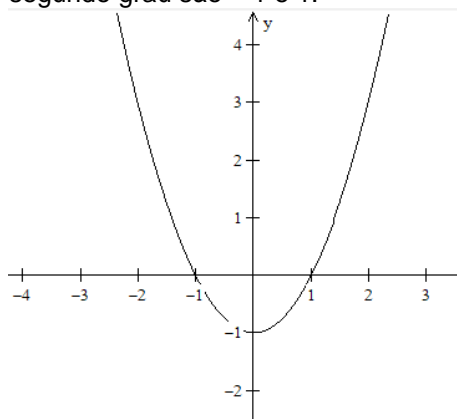
Em conformidade com Novak e Gowin (1988, p. 37), “o aspecto mais distinto do aprendizado humano é nossa capacidade notável de usar símbolos escritos ou orais para representar as regularidades que percebemos nos eventos e objetos ao nosso redor”. Verificou-se que o aluno A^{6T2} não conseguiu obter aspectos relevantes para representar as regularidades dos conceitos gráficos de Função Quadrática solicitados nas questões do questionário de Pós-teste.

Na realização da atividade de Pré-teste, o aluno A^{6T2} foi o único integrante do grupo controle que acertou todas as alternativas. Durante a realização da atividade pedagógica expositiva do grupo controle, das 14 alternativas que integravam as cinco questões do questionário, o aluno A^{6T2} acertou oito (8) alternativas totalmente corretas, três (3) parcialmente corretas e deixou duas (2) alternativas em branco.

O Quadro 35 apresenta a quinta questão do questionário de Pós-teste.

Quadro 35 – Questão 5 do questionário de Pós-teste.

5) A função quadrática representada abaixo é uma parábola cujas raízes da equação polinomial do segundo grau são -1 e 1 .



Fonte: Do autor com o auxílio do *Software Winplot* (2018).

Qual é a função quadrática que representa o gráfico descrito?

- a) $f(x) = x^2 - 1$.
- b) $f(x) = x^2 + 1$.
- c) $f(x) = -x^2 + 1$.
- d) $f(x) = -x^2 - 1$.
- e) $f(x) = -x^2$.

Fonte: Do autor (2019).

É possível verificar na Tabela 52 as respostas quantitativas dos alunos das turmas T^1 , T^2 , T^3 e T^4 relativas à questão 5 do questionário de Pós-teste dos integrantes dos grupos experimental e controle. A investigação quantitativa das respostas deu-se de acordo com as alternativas selecionadas pelos alunos integrantes da pesquisa.

Tabela 52 – Categorias das respostas dos alunos para a questão 5 do questionário de Pós-teste.

Questão 5	Turma T^1	Turma T^2	Turma T^3	Turma T^4	Total de Respostas
Alternativa A	7	6	12	16	41
Alternativa B	5	3	2	2	12
Alternativa C	4	5	7	5	21
Alternativa D	8	7	3	3	21
Alternativa E	3	4	6	2	15
Não respondeu	1	1	-	-	2
Total de alunos	28	26	30	28	112

Fonte: Do autor (2019).

A quinta questão do Pós-teste investigava o reconhecimento da Função Quadrática por meio do gráfico descrito pela parábola cujas raízes reais eram -1 e 1 . Como a concavidade do gráfico encontrava-se voltada para cima, o coeficiente

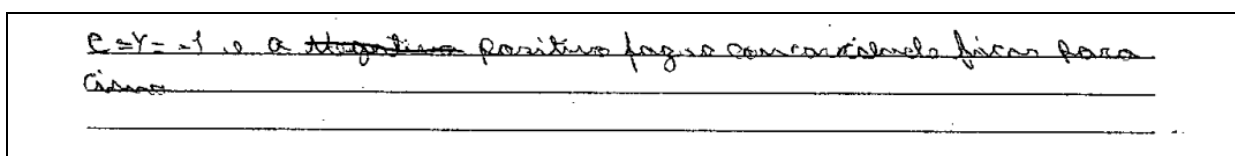
$a > 0$ e o gráfico intercepta o eixo de y no ponto $(0, -1)$, ou seja, o coeficiente $c = -1$. Analisando as características do gráfico da parábola, os alunos poderiam verificar que a letra A seria a alternativa correta.

Nota-se na Tabela 52 que o índice de respostas marcadas corretamente pelos alunos da turma T^1 alcançou 25,00%, da turma T^2 chegou a 23,07%. Em contrapartida, a turma T^3 obteve 40,00% de respostas corretas, e a turma T^4 atingiu a marca de 57,14%. As turmas T^1 e T^2 , integrantes do grupo controle, apresentaram os menores índices de respostas corretas. Sob outra perspectiva, as turmas T^3 e T^4 , que pertenciam ao grupo experimental, apresentaram os maiores índices de respostas corretas.

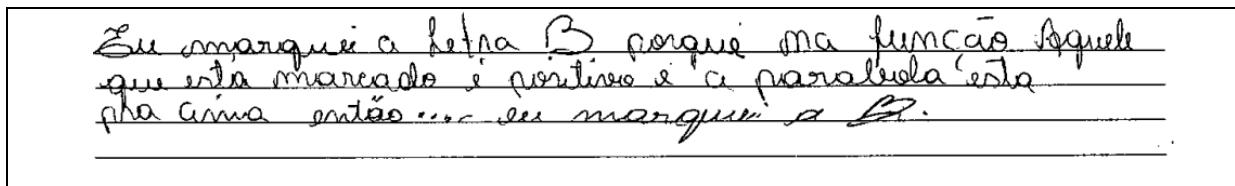
As turmas T^3 e T^4 , que participaram da exploração conceitual de Função Quadrática por meio do *App GeoGebra*, novamente apresentaram os melhores desempenhos em termos de aportar e justificar as respostas corretas, evidenciando sinais de aprendizagem de novos conhecimentos. Conforme Ausubel (2003, p. 77), “o significado verdadeiro surge quando este significado potencial se transforma em conteúdo cognitivo novo, diferenciado e idiossincrático num indivíduo particular, exibindo um mecanismo de aprendizagem significativa”.

Em torno de 36,60% dos 112 alunos participantes da pesquisa assinalaram corretamente a quinta questão. Destaca-se que 25,00% das respostas corretas relaciona-se aos alunos integrantes do grupo experimental da pesquisa, e os outros 11,60% corresponde aos alunos do grupo controle. Analisando as respostas apresentadas pelos alunos, as quais conduziram à escolha das alternativas da quinta questão, é possível verificar que alguns argumentos estavam de acordo com a literatura conceitual de Função Quadrática, e outros encontravam-se em desacordo. É possível observar algumas respostas apresentadas pelos alunos por meio das Figuras 82 e 83.

Figura 82 – Resposta do aluno $A^{17}T^3$



Fonte: Do autor (2019).

Figura 83 – Resposta do aluno A^{24T1}

Fonte: Do autor (2019).

Nota-se na Figura 82 que a resposta marcada pelo aluno A^{17T3} estava correta, demonstrando o coeficiente $c = -1$ e que a concavidade estava voltada para cima, apresentando indícios de que compreendeu a influência dos coeficientes a , b e c no comportamento do gráfico da função. Na realização do Pré-teste, o aluno A^{17T3} acertou sete (7) questões, errando apenas a questão oito (8).

Na realização da atividade de Pós-teste, o aluno A^{17T3} conseguiu acertar seis (6) questões, errando apenas a questão seis (6). Por outro lado, durante a aplicação da atividade pedagógica com o *App GeoGebra*, o aluno A^{17T3} acertou parcialmente quatro (4) alternativas e completamente as demais questões, apresentando um desempenho satisfatório na aprendizagem de conceitos gráficos de Função Quadrática. De acordo com Ausubel (2003, p. 73) “o próprio conceito de conhecimento pode referir-se à soma total de todas as matérias e conteúdos organizados que um indivíduo possui numa determinada área”.

Em contrapartida, o aluno A^{24T1} marcou a alternativa B, que era incorreta para a solução da quinta questão do Pós-teste. Na Figura 83, é possível verificar que o aluno A^{24T1} descreveu que marcou devido o coeficiente ser positivo e a concavidade da parábola estava voltada para cima, porém, a resposta estava desconexa com as definições de Função Quadrática.

No Pós-teste, o aluno A^{24T1} errou as questões um (1), cinco (5) e sete (7), acertando as outras. Vale ressaltar que o aluno A^{24T1}, na justificativa da questão dois (2) do Pós-teste, relatou que não entendeu nada da questão e marcou por marcar. Na questão três (3) e seis (6) justificou que apenas chutou a questão, e na questão quatro (4) deixou em branco a justificativa, apresentando indícios de que não possui a compreensão conceitual da influência dos coeficientes no comportamento do gráfico da função.

De acordo com Vergnaud (1990), um conceito não pode ser reduzido a sua definição quando possuímos interesse na compreensão das situações envolvendo o ensino e a aprendizagem desse conceito. No estudo de funções, em especial da Função Quadrática, deve-se dar uma maior atenção ao significado gráfico dos elementos que constituem a forma algébrica do polinômio que constitui a função.

Durante a realização da atividade pedagógica expositiva do grupo controle, que possuía 14 alternativas integrantes das cinco questões do questionário, o aluno A²⁴T¹ acertou sete (7) alternativas totalmente, errou duas (2) e deixou cinco (5) em branco. Ressalta-se que, na realização do Pré-teste, o aluno A²⁴T¹ acertou apenas cinco alternativas das oito e errou as questões três (3), cinco (5) e sete (7).

No Quadro 36 pode-se observar a sexta questão do questionário de Pós-teste.

Quadro 36 – Questão 6 do questionário de Pós-teste

6 - No dia 5 de janeiro de 2019, o Serviço de Meteorologia do Instituto de Pesquisas Científicas e Tecnológicas do Estado do Amapá – IEPA, informou que a temperatura na cidade de Macapá atingiu o seu valor máximo às 13 horas, e que nesse dia a temperatura $g(t)$ em graus é uma função do tempo " t " medido em horas, dada por $g(t) = -t^2 + bt - 156$, quando $7 < t < 21$. Obtenha o valor de **b**.

a) 20.
b) 23.
c) 26.
d) 29.
e) 32.

Fonte: Do autor (2019).

É possível constatar na Tabela 53 as respostas quantitativas dos alunos das turmas T¹, T², T³ e T⁴ relativas à questão 6 do questionário de Pós-teste dos integrantes do grupo experimental e controle. A análise quantitativa das respostas ocorreu de acordo com as alternativas escolhidas pelos alunos integrantes da pesquisa.

Tabela 53 – Categorias das respostas dos alunos para a questão 6 do questionário de Pós-teste

Questão 6	Turma T ¹	Turma T ²	Turma T ³	Turma T ⁴	Total de Respostas
Alternativa A	5	3	9	6	23
Alternativa B	3	4	4	5	16
Alternativa C	8	4	9	8	29
Alternativa D	3	5	2	2	12
Alternativa E	6	5	6	7	24
Não respondeu	3	5	-	-	8
Total de alunos	28	26	30	28	112

Fonte: Do autor (2019).

A sexta (6) questão do Pós-teste abordava a respeito do valor máximo da temperatura $g(t)$, em graus, em função do tempo (t) descrito pela Função Quadrática $g(t) = -t^2 + bt - 156$, quando $7 < t < 21$, no qual dever-se-ia obter o valor do coeficiente **b**. A situação problema descrevia o valor do $x_v = 13$ e dos coeficientes **a** = - 1 e **c** = -156. Os alunos precisavam aplicar na relação matemática da coordenada do vértice $x_v = \frac{-b}{2a}$, obtendo o valor do coeficiente **b** = 26, apresentando como solução correta a alternativa C.

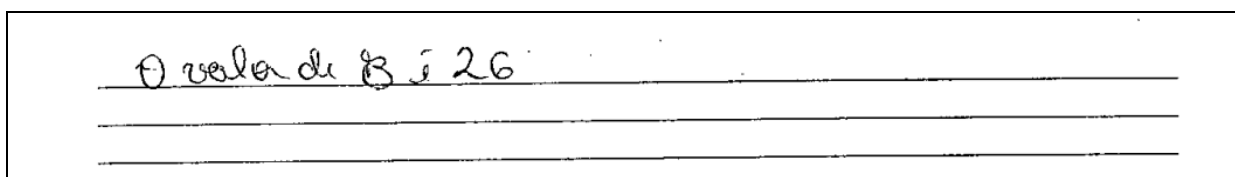
É possível observar na Tabela 53 que a turma T¹ conseguiu 28,57% de respostas corretas, a turma T² obteve 15,38%; ambas as turmas integrantes do grupo controle. Por outro lado, a turma T³ logrou 30,00 % de respostas corretas, e a turma T⁴ atingiu 28,57%. Ressalta-se que na sexta (6) questão do Pós-teste, as turmas T¹, T³ e T⁴ foram as que mostraram os maiores índices de respostas corretas.

Os resultados apresentados na sexta questão evidenciam que as turmas T¹, T³ e T⁴ apresentaram os melhores resultados de respostas indicadas e justificadas corretamente, expondo evidências da compreensão dos significados dos coeficientes da Função Quadrática, sendo que as turmas T³ e T⁴ participaram das atividades com o *App GeoGebra*. De acordo com Novak e Gowin (1988), as relações subordinadas entre conceitos podem sofrer alterações em distintos segmentos de aprendizagem ou manter uma relação proposicional significativa com outros conceitos.

Aproximadamente 25,89% dos 112 alunos integrantes da pesquisa responderam corretamente a sexta (6) questão do Pós-teste. Salienta-se que

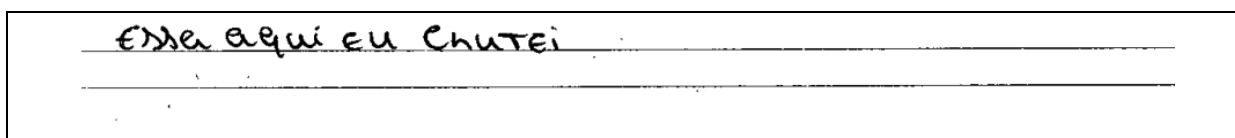
15,18% das respostas marcadas como corretas, pertenciam aos alunos integrantes do grupo experimental, e os outros 10,71% de respostas corretas correspondia aos alunos do grupo controle. Investigando as justificativas apresentadas pelos alunos das turmas T^1 , T^2 , T^3 e T^4 , que orientou a escolha da alternativa da sexta (6) questão, verifica-se algumas justificativas que estavam de acordo com os conceitos de Função Quadrática e outras que se encontravam em desacordo. Nas Figuras 84 e 85 é possível constatar algumas respostas apresentadas pelos alunos.

Figura 84 – Resposta do aluno A^1T^4



Fonte: Do autor (2019).

Figura 85 – Resposta do aluno A^6T^1



Fonte: Do autor (2019).

Nota-se por meio da Figura 84 que a resposta apresentada pelo aluno A^1T^4 é considerada, em sua marcação, como correta, na sexta questão, no entanto, o referido aluno apenas disse que o valor do coeficiente **b** era 26, sem apresentar evidências de como encontrou o valor. Na atividade de Pré-teste, o aluno A^1T^4 acertou apenas duas (2) questões das oito (8).

Porém, no Pós-teste, o aluno A^1T^4 acertou quatro (4) questões, errando apenas as questões dois (2), quatro (4) e sete (7). E durante o desenvolvimento da atividade pedagógica com o *App GeoGebra*, o aluno A^1T^4 acertou parcialmente sete (7) alternativas, errou uma (1) e acertou totalmente onze (11) alternativas.

Sobre os resultados encontrados pelo aluno A^1T^4 no Pré-teste, na atividade com o *App GeoGebra* e no Pós-teste, verificou-se uma acentuada evolução na sinalização e justificativa de respostas corretas relativas aos conceitos gráficos de Função Quadrática. De acordo com Moreira (2000, p. 05), “na aprendizagem significativa, o aprendiz não é um receptor passivo. Longe disso. Ele deve fazer uso

dos significados que já internalizou, de maneira substantiva e não arbitrária, para poder captar os significados dos materiais educativos”.

Essa evolução do aluno A¹T⁴ pode ter tido contribuição do material de aprendizagem com o *App GeoGebra* que é capaz de ser potencialmente significativo para o ensino dos conceitos gráficos de Função Quadrática. A respeito desse aspecto, Moreira (2000, p. 5) salienta que quando o discente emprega os significados internalizados de forma não arbitrária e substantiva, “nesse processo, ao mesmo tempo que está progressivamente diferenciando sua estrutura cognitiva, está também fazendo a reconciliação integradora de modo a identificar semelhanças e diferenças e reorganizar seu conhecimento”.

Sob outra perspectiva, durante a realização do questionário de Pós-teste, pode-se verificar na Figura 85, que o aluno A⁶T¹ marcou a alternativa C, que era correta, porém, o mesmo justificou que chutou a alternativa, mostrando indícios de não compreender a influências dos elementos característicos do gráfico das Funções Quadráticas. No questionário de Pós-teste, o aluno A⁶T¹ acertou cinco (5) questões, errando as outras; no entanto, das questões que ele acertou, três (3) o mesmo justificou que chutou.

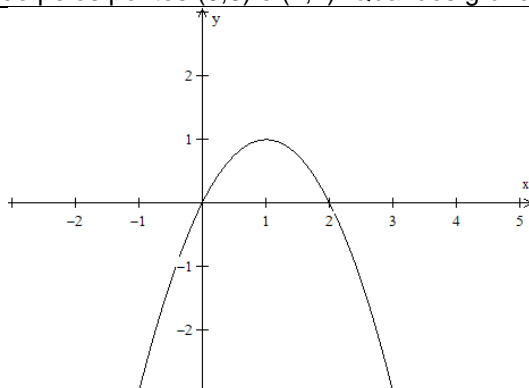
Na realização da atividade de Pré-teste, o aluno A⁴T¹ acertou cinco (5), errando as demais questões, as quais abordavam conhecimentos prévios de Função Quadrática. No decorrer da atividade pedagógica expositiva do grupo controle, das quatorze (14) alternativas que compunham as cinco questões do questionário, o aluno A⁶T¹ acertou uma (1) alternativa totalmente, errou cinco (5) e deixou oito (8) alternativas em branco.

O Quadro 37 apresenta a sétima (7) questão do questionário de Pós-teste.

Quadro 37 – Questão 7 do questionário de Pós-teste

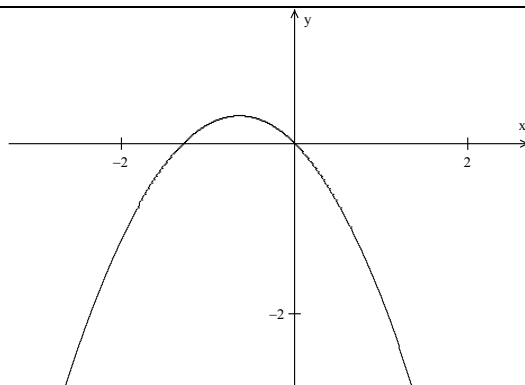
7 - Em uma partida de basquete, um jogador arremessa uma bola do centro da quadra até a cesta que descreve uma curva segundo a Função $g(x) = -x^2 + bx + c$, em que b e c são constantes, passando pelos pontos $(0,0)$ e $(2,2)$. Qual dos gráficos seguintes descreve a trajetória do arremesso?

a)



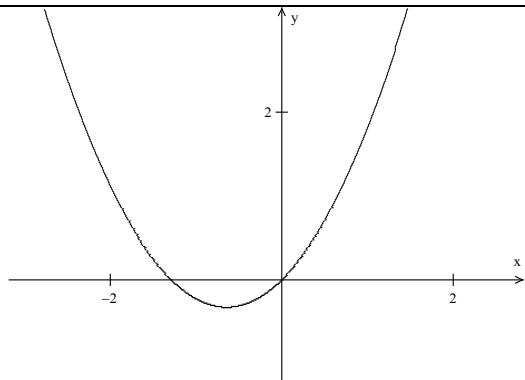
Fonte: Do autor com o auxílio do Software Winplot (2018).

b)



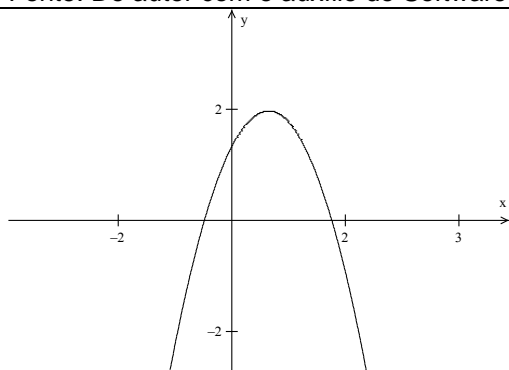
Fonte: Do autor com o auxílio do Software Winplot (2018).

c)



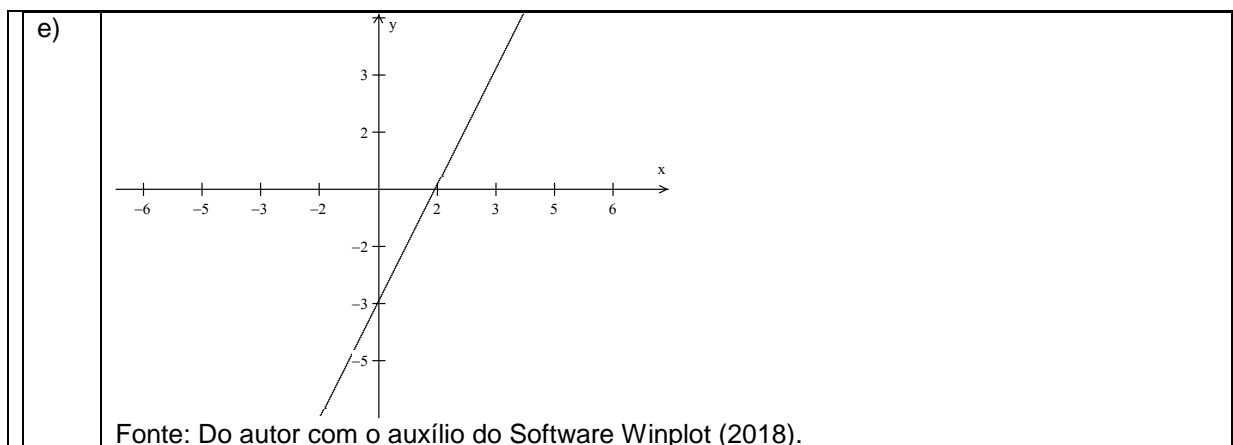
Fonte: Do autor com o auxílio do Software Winplot (2018).

d)



Fonte: Do autor com o auxílio do Software Winplot (2018).

Continua....



Fonte: Do autor (2019).

Na Tabela 54 é possível verificar as respostas quantitativas dos alunos das turmas T¹, T², T³ e T⁴ relacionadas à questão 7 do questionário de Pós-teste dos integrantes dos grupos experimental e controle. A análise quantitativa das respostas ocorreu conforme as alternativas selecionadas pelos alunos participantes da pesquisa.

Tabela 54 – Categorias das respostas dos alunos para a questão 7 do questionário de Pós-teste

Questão 7	Turma T ¹	Turma T ²	Turma T ³	Turma T ⁴	Total de Respostas
Alternativa A	9	8	15	13	45
Alternativa B	6	3	7	7	23
Alternativa C	3	3	4	3	13
Alternativa D	5	6	4	5	20
Alternativa E	4	4	-	-	8
Não respondeu	1	2	-	-	3
Total de alunos	28	26	30	28	112

Fonte: Do autor (2019).

A sétima questão do Pós-teste investigava o reconhecimento do gráfico da parábola representada pelo arremesso de uma bola de basquetebol até acertar a cesta descrita pela Função Quadrática $g(x) = -x^2 + bx + c$, em que **b** e **c** são constantes, no qual a bola passava pelos pontos (0,0) e (2,2). Como o coeficiente **a** = - 1 e como a bola passa pelo ponto (0,0), os alunos poderiam concluir que a concavidade da parábola estava voltada para baixo e que a bola passa pela origem das posições, logo, o coeficiente **c** = 0.

Assim, poder-se-ia reescrever a Função Quadrática $g(x) = -x^2 + bx + 0$, ou seja, $g(x) = -x^2 + bx$, fazendo $x = 2$ e $y = 2$, ter-se-ia $2 = -2^2 + b.2$ resultando como valor do coeficiente **b** = 3. Com os valores dos coeficientes **a** = -1, **b** = 3 e **c** = 0, a

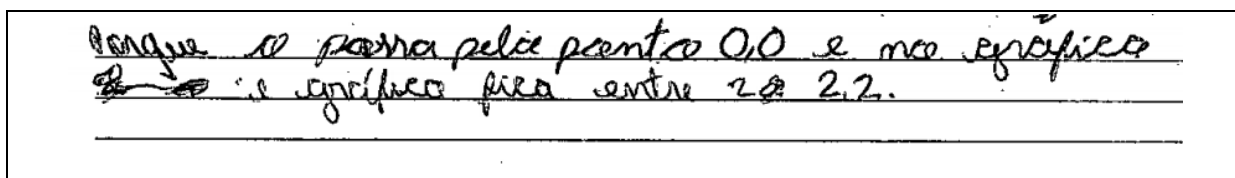
Função Quadrática $g(x) = -x^2 + 3x$ daria valores das raízes reais $x' = 0$ e $x'' = 3$, e os alunos poderiam verificar que a alternativa correta seria a letra A.

Por meio da Tabela 54, nota-se que o índice de respostas sinalizadas corretas pelos alunos da turma T^1 chegou a 32,14%, e da turma T^2 de 30,76%. Por outro lado, a turma T^3 alcançou 50,00% de respostas corretas, e a turma T^4 obteve 46,43%. Verificou-se que as turmas T^1 e T^2 , integrantes do grupo controle, apresentaram os menores índices de respostas corretas, e que as turmas T^3 e T^4 , integrantes do grupo experimental, exibiram os maiores números de respostas corretas.

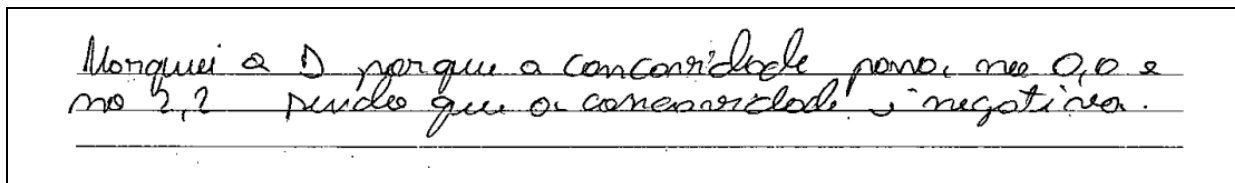
Na sétima questão do Pós-teste, as turmas T^3 e T^4 apresentaram os melhores desempenhos na seleção e justificativa da resposta correta, deixando indícios de terem compreendido alguns elementos conceituais da influência dos coeficientes **a**, **b** e **c** no comportamento gráfico da Função Quadrática. De acordo com Vergnaud (1990, p. 21) “um conceito não assume seu significado em uma única classe de situações, e uma situação não é analisada com a ajuda de um único conceito”.

Aproximadamente 40,17% dos 112 alunos integrantes da pesquisa marcaram corretamente a sétima questão. Ressalta-se que 25,00% dessas respostas corretas correspondem aos alunos integrantes do grupo experimental da pesquisa e os outros 15,17% correspondem aos alunos do grupo controle. Investigando as respostas apresentadas pelos alunos, que os conduziu a escolha da alternativa da sétima questão, é possível observar alguns argumentos que estão corretos, e outros que encontram-se errados. Verifica-se esse fato por meio das Figuras 86 e 87.

Figura 86 – Resposta do aluno A²⁷T³



Fonte: Do autor (2019).

Figura 87 – Resposta do aluno A²⁶T¹

Fonte: Do autor (2019).

Evidencia-se na Figura 86 que a resposta marcada pelo aluno A²⁷T³ estava correta, demonstrando que compreendeu que o gráfico da parábola passava pelo ponto (0, 0), ou seja, pela origem do plano Cartesiano, mostrando indícios de que compreendeu o comportamento do gráfico da Função Quadrática. Durante a realização do Pré-teste, o aluno A²⁷T³ acertou quatro (4) questões e errou as demais.

No desenvolvimento da atividade de Pós-teste, o aluno A²⁷T³ logrou cinco (5) respostas corretas das sete (7), errando apenas as questões três (3) e seis (6). No entanto, durante a realização da atividade pedagógica com o *App GeoGebra* o aluno A¹⁷T³ acertou parcialmente seis (6) alternativas e acertou totalmente as demais questões. Nos resultados do Pré-teste, da atividade com o *App GeoGebra* e no Pós-teste, o aluno A²⁷T³ mostrou um progresso na compreensão dos conceitos de Função Quadrática.

Esses indícios de desenvolvimento na aprendizagem podem ser associados às contribuições do material de ensino com o *App GeoGebra*, a respeito desse aspecto Ausubel (2003, p 72) afirma:

[...] o material de instrução relaciona-se quer a algum aspecto ou conteúdo existente especificamente relevante da estrutura cognitiva do aprendiz, a uma imagem, um símbolo já significativo, um conceito ou uma proposição, quer a algumas ideias anteriores, de carácter menos específico, mas geralmente relevantes, existentes na estrutura de conhecimentos do mesmo.

De outro lado, o aluno A²⁶T¹ marcou a alternativa D, que era incorreta para solução da sétima questão do Pós-teste. Na Figura 87 constatou-se que o aluno A²⁶T¹ descreveu que marcou a alternativa D devido à parábola passar no ponto (0,0), (2,2) e como o coeficiente *a* é negativo, a concavidade da parábola estava voltada para baixo, porém, o gráfico da alternativa D não passava pela origem do

plano cartesiano. No Pós-teste, o aluno $A^{26}T^1$ acertou apenas a questão cinco (5), errando as demais.

Averiguando as respostas apresentadas no Pós-teste do aluno $A^{26}T^1$, há indícios de que o mesmo não desenvolveu novas percepções nos conceitos gráficos de Função Quadrática. Pode ser que o aluno $A^{26}T^1$ tenha desenvolvido uma aprendizagem por memorização, absorvendo passiva ou mecanicamente, sem o domínio de conjuntos hierárquicos e organizados dos conceitos gráficos de Função Quadrática (AUSUBEL, 2003).

Durante a realização da atividade pedagógica expositiva do grupo controle, a qual possuía 14 alternativas integrantes das cinco (5) questões do questionário, o aluno $A^{26}T^1$ acertou quatro (4) alternativas totalmente, errou três (3) e deixou sete (7) alternativas em branco. Salienta-se que, na realização do Pré-teste, o aluno $A^{26}T^1$ acertou apenas as questões sete (7) e oito (8) errando as demais questões.

A próxima subseção apresenta algumas considerações da atividade de Pós-teste do grupo controle e experimental.

5.4.1 Algumas considerações do questionário de Pós-teste do grupo controle e experimental

Investigando os registros no diário de campo do pesquisador durante a aplicação do questionário de Pós-teste, verificou-se que mesmo possuindo espaço para realizar os cálculos, alguns alunos pediram folha de papel em branco. Todos os alunos das turmas T^1 , T^2 , T^3 e T^4 realizaram as questões do questionário de Pós-teste em mais de uma aula de 50 minutos.

Somente os alunos das turmas T^1 e T^2 deixaram alternativas em branco no questionário de Pós-teste. No total de respostas corretas, das sete questões, das quatro turmas integrantes do grupo controle e experimental, a turma T^1 apresentou 52 respostas corretas, a turma T^2 obteve 38, a turma T^3 exibiu 102, e a T^4 108. Na Tabela 55 é possível verificar o índice geral de acertos por questões relativas a cada turma no questionário de Pós-teste.

Observou-se que as turmas T³ e T⁴ do grupo experimental tiveram um maior desempenho em sinalizar e justificar as respostas corretas no Pós-teste em relação às turmas T¹ e T² do grupo controle, apresentando indícios de aprendizagem de conceitos gráficos de Função Quadrática. Segundo Moreira (2011a, p. 17), “aprendizagem significativa depende da captação de significado, um processo que envolve uma negociação de significados entre discente e docente e que pode ser longo”.

Tabela 55 – Acerto das respostas dos alunos para as questões do questionário de Pós-teste.

Questões do Pós-teste	Turma T ¹	Turma T ²	Turma T ³	Turma T ⁴
Questão 1	4	3	23	19
Questão 2	10	3	21	21
Questão 3	10	6	11	16
Questão 4	4	8	11	15
Questão 5	7	6	12	16
Questão 6	8	4	9	8
Questão 7	9	8	15	13
Total	52	38	102	108

Fonte: Do autor (2019).

Percebe-se, na Tabela 55, que em todas as questões as turmas T³ e T⁴ apresentaram os maiores índices de respostas corretas. Somente na sexta questão que a turma T¹ obteve o mesmo número de acerto ao da turma T⁴. Porém, verificou-se que em nenhuma questão do Pós-teste as turmas T¹ e T² alcançaram um número superior a 50% de acerto dos alunos integrantes de cada turma.

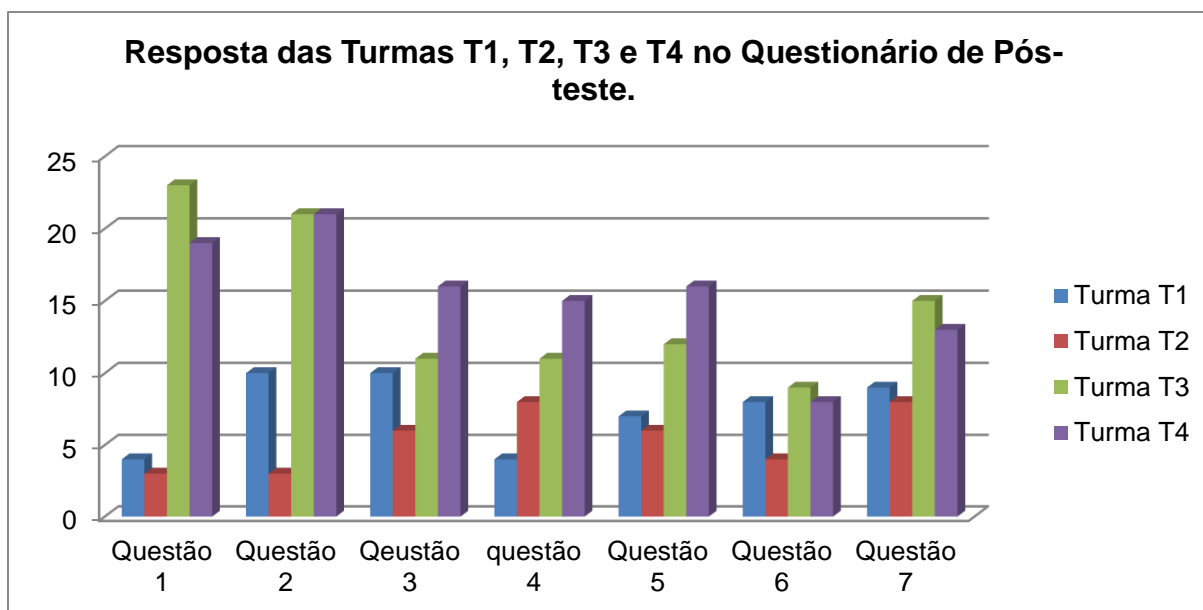
Pelos resultados apresentados na Tabela 55, notam-se vestígios de que as turmas T³ e T⁴ do grupo experimental conseguiram desenvolver mais elementos dos campos conceituais de Função Quadrática em relação às turmas T¹ e T² do grupo controle. Vergnaud (1990, p. 15) reforça que um campo conceitual é um conjunto de “situações que permite a geração de uma classificação que se apoia na análise de tarefas e procedimentos cognitivos que podem ser postos em prática em cada uma delas [...]”.

É possível verificar que as turmas T³ e T⁴ apresentaram maiores indícios de incorporação substantiva não arbitrária de novos conhecimentos dos campos conceituais de Função Quadrática. Nas respostas apresentadas, nota-se evidências

de que os alunos desenvolveram a compreensão, transferência, capacidade de explicar, descrever e enfrentar novas situações (MOREIRA, 2011a).

No Gráfico 7 verifica-se o comparativo de acertos das turmas T¹, T², T³ e T⁴ na atividade de Pós-teste.

Gráfico 7 – Desempenho das turmas por questão no questionário de Pós-teste.



Fonte: Do autor (2019).

No Gráfico 7, constatou-se o acerto por turma do questionário de Pós-teste em comparação aos integrantes do grupo controle e experimental. É possível observar que as turmas T³ e T⁴ apresentaram um maior número de respostas corretas nas questões 1, 2, 3, 4, 5 e 7. Na questão 6, as turmas T¹, T³ e T⁴ mostraram um desempenho semelhante. Ressalta-se no gráfico acima, que a turma T² somente possuiu um desempenho superior à turma T¹ na quarta questão, nas demais questões o desempenho de respostas corretas da turma T² foi inferiores às demais turmas integrantes da pesquisa.

No Gráfico 7, verificamos que as turmas T³ e T⁴ possuíram em todas as questões do Pós-teste os melhores desempenhos em indicar a resposta correta e esclarecer os motivos da escolha. Esse rendimento apresentado pelas turmas do grupo experimental pode ser indício de que o material de aprendizagem com o *App GeoGebra* se mostra potencialmente significativo para a aprendizagem de conceitos

gráficos de Função Quadrática. A respeito desse aspecto, Ausubel (2003, p. 73) afirma que:

[...] tendo em conta a natureza do material de instrução, deve ser, como é óbvio, suficientemente não arbitrária, de forma a poder relacionar-se, numa base não arbitrária e não literal, a ideias relevantes correspondentes que se situam no âmbito daquilo que os seres humanos são capazes de aprender (a ideias relevantes correspondentes que, pelo menos, alguns seres humanos são capazes de apreender se tiverem oportunidade).

Nota-se que a turma T^3 obteve o número superior de respostas corretas nas questões 1, 6 e 7. E a turma T^4 alcançou um índice de respostas corretas superior às demais turmas nas questões 3, 4 e 5. Na questão 2, as turmas T^3 e T^4 obtiveram o mesmo número de respostas corretas.

O próximo capítulo apresenta as considerações finais dessa investigação.

6 REFLEXÕES FINAIS

Neste capítulo, apresentam-se as conclusões mais relevantes relacionadas ao objetivo fundamental e às questões que orientaram o trabalho dessa investigação, possuindo como apoio o referencial teórico, procurando informações de percepção e de importância, argumentos que expressam o que consideramos serem explicações as nossas indagações. Do mesmo modo, desenvolveu-se uma reflexão a respeito das restrições da investigação e sugestões para possíveis pesquisas, do qual o âmago seja o emprego dos recursos tecnológicos no ensino e na aprendizagem de Matemática.

Em meio às distintas formas de aplicação dos recursos tecnológicos no ensino e na aprendizagem de Matemática disponível na ciência, optou-se pela utilização de um *App* de geometria dinâmica que possibilitasse a múltipla representação algébrica e gráfica de funções. Entre os diversos tipos de *App* empregados no ensino e na aprendizagem de Matemática, houve a escolha pelo uso do *GeoGebra*, pois é um *App* de distribuição gratuita, que possibilitou aos discentes uma interação dos conceitos gráficos de Funções Quadráticas.

A investigação foi traçada no desenvolvimento da aprendizagem de campos conceituais, a partir da utilização de duas sequências didáticas exploratórias relacionadas aos conceitos gráficos de Função Quadrática. Na trajetória da investigação, buscou-se diferenciar as particularidades na sequência de ensino, que evidenciam a possibilidade do material de aprendizagem ser potencialmente significativo para aprendizagem dos campos conceituais de Função Quadrática.

O problema que alicerçou esta investigação consistiu em identificar quais as implicações da construção dos campos conceituais com o uso do *App GeoGebra* no processo de aprendizagem significativa para ensinar os conceitos gráficos de Funções Quadráticas no Ensino Médio. Por meio desta pesquisa e sequências didáticas exploratórias desenvolvidas durante a investigação, encontrou-se indícios de que o *App GeoGebra*, quando utilizado e empregado no ensino de Matemática, pode ser um material potencialmente significativo para o ensino e aprendizagem de conceitos gráficos de Funções Quadrática.

Neste trabalho buscou-se averiguar a evolução da aprendizagem em duas situações de ensino distintas, elaboradas e baseadas em uma unidade de ensino potencialmente significativa relacionada aos conceitos gráficos de Função Quadrática a partir de sequências didáticas exploratórias. Como objetivo principal desta investigação, procurou-se compreender como se dá a construção dos campos conceituais com o uso do *App GeoGebra* no processo de aprendizagem significativa para ensinar os conceitos gráficos de Funções Quadráticas no Ensino Médio. Encontrou-se indícios de que os alunos do grupo experimental manifestam mais entusiasmo em trabalhar os conteúdos de Matemática por meio do *App GeoGebra*.

Nessa perspectiva, essa investigação foi organizada por meio de triangulação metodológica entre o delineamento quase-experimental, uma análise textual discursiva e uma aproximação à metodologia fenomenológica, de acordo com as concepções de Bogdan e Biklen (1994). Com base no objetivo de investigação, esta pesquisa foi exploratória, de abordagem qualitativa com complementação quantitativa na análise dos resultados.

Para responder às indagações norteadoras, empregou-se a experiência de ensino em quatro momentos. No primeiro, aplicou-se um Pré-teste para identificar os conhecimentos prévios dos discentes do grupo controle e experimental participantes pesquisa. No segundo momento, elaborou-se e aplicou-se uma atividade prática pedagógica expositiva para os integrantes do grupo controle. No terceiro momento, organizou-se e empregou-se uma atividade pedagógica por meio do *App GeoGebra* para os discentes do grupo experimental à luz da Teoria dos Campos Conceituais e da Teoria da Aprendizagem Significativa.

No quarto momento, aplicou-se um Pós-teste para os discentes do grupo controle e experimental, a fim de verificar se a atividade com o *App GeoGebra* é potencialmente significativa para o ensino de Função Quadrática. E, por fim, realizou-se uma análise do desenvolvimento conceitual e das dificuldades encontradas pelos discentes no desenvolvimento das sequências didáticas exploratórias dos campos conceituais de Função Quadrática.

No primeiro momento, empregou-se um questionário estruturado como mecanismo para coleta dos conhecimentos prévios relacionado à Relação entre conjuntos, operações com Números Reais, Plano Cartesiano, Função Afim, Equação do 2ª grau e Conceitos básicos de Funções Quadráticas, que constituiriam os subsunçores relevantes preexistentes na estrutura cognitiva dos discentes. Com a análise dos dados do questionário estruturado prévio evidenciou-se que diversos alunos das turmas T¹, T², T³ e T⁴ não possuíam conhecimentos relevantes sobre a conceitualização e caracterização dos subsunçores imprescindíveis de Função Quadrática.

- A primeira questão do Pré-teste abordava os conceitos de relações entre conjuntos e operações com números reais. As porcentagens de acertos das turmas T¹, T², T³ e T⁴ foram superiores a 50% dos alunos;
- A segunda questão do Pré-teste envolvia os conceitos de operações com números reais e Função Afim. Todas as quatro turmas participantes da pesquisa obtiveram mais de 50% de acertos;
- Na terceira questão, que abordava os conceitos de plano cartesiano, somente as turmas T¹ e T⁴ alcançaram uma porcentagem de acertos superior a 50% dos alunos;
- A quarta questão do Pré-teste versava a respeito dos conceitos de Função Afim, na qual a turma T⁴ foi a única que obteve porcentagem de acertos superior a 50% dos alunos participantes;
- Na quinta e sexta questões do Pré-teste, abordando os conceitos elementares de Função Quadrática e de gráfico de Função Quadrática,

respectivamente, nenhuma das turmas participantes de investigação obteve uma porcentagem de acertos igual ou superior a 50% dos alunos;

- Na sétima questão, que abordava os conceitos de coordenadas dos vértices do gráfico de Funções Quadráticas, somente a turma T¹ alcançou uma porcentagem superior a 50% dos discentes da turma.
- Na oitava questão, que versava a respeito dos coeficientes **a**, **b** e **c** no comportamento do gráfico da Função Quadrática, apenas a turma T³ alcançou mais de 50% de acertos por parte dos discentes;
- A entrevista com os discentes apontou que um número significativo dos participantes apenas “chutaram” as respostas das questões, inclusive, alguns marcaram a resposta correta;

Pelos resultados encontrados no Pré-teste, na entrevista com os discentes e nas anotações do diário de campo do pesquisador, constatou-se que as turmas T¹, T², T³ e T⁴ possuíam poucos conhecimentos dos subsunçores necessários para ancoragem de novos conhecimentos relacionados à Função Quadrática. Quando as questões estavam relacionadas aos conceitos gráficos de Função Quadrática, foi possível evidenciar a ausência de conhecimentos relacionados ao comportamento gráfico e algébrico das funções.

Na entrevista realizada com os discentes posteriormente à aplicação do Pré-teste, constatou-se que uma parte expressiva dos participantes da pesquisa não possuía conhecimentos suficientes relacionados aos subsunçores e conceitos de Função Quadrática. Prevaleceu nas opções selecionadas as questões marcadas no “chute” ou aquelas que o discente marcou sem saber o motivo de ter selecionado tal opção. Após a realização do Pré-teste o pesquisador resolveu as questões para os discentes explicando o que eles eram em cada uma das questões.

No segundo momento da investigação, iniciou-se o percurso das sequências didáticas exploratórias com o desenvolvimento da atividade prática pedagógica expositiva do grupo controle. O grupo controle era composto pelos discentes das turmas T¹ e T². A sequência didática foi planejada com 5 questões e 14 (quatorze) itens relacionados aos conceitos gráficos de Funções Quadráticas. Com os

resultados dos dados da atividade pedagógica exploratória, comprovou-se que um número substancial dos discentes das turmas T^1 e T^2 realizava cálculos mecânicos sem compreender o significado dos valores que estavam encontrando. Ressalta-se que:

- Um número expressivo dos discentes das turmas T^1 e T^2 realizava cálculos mecânicos sem compreender o significado dos valores que estavam encontrando;
- Predominou entre os discentes das turmas T^1 e T^2 os erros na realização das operações com números reais;
- Verificou-se pouca predisposição para desenvolver as atividades exploratórias, e que para muitos discentes era mais fácil deixar a alternativa em branco;
- A turma T^1 , em apenas 4 alternativas, possuiu uma porcentagem de acertos superior a 50% dos discentes. Além disso, nos itens B e C da terceira questão não houve nenhuma resposta correta;
- Em 5 alternativas a turma T^1 alcançou uma porcentagem de acertos superior a turma T^2 ;
- A turma T^2 , em 6 alternativas, alcançou uma porcentagem de acertos superior a 50% dos discentes;
- Em 9 alternativas a turma T^2 obteve valor percentual de acertos superior a turma T^1 ;
- O número de respostas corretas ofertado pelas turmas T^1 e T^2 foi substancialmente baixo relacionado ao quantitativo de discentes participantes do grupo controle;
- Uma maior diferenciação da concavidade da parábola, sem relacioná-lo com sua unidade representativa na escrita algébrica (coeficiente **a**);

- Pouco reconhecimento da interseção da parábola com o eixo y (variável visual) a partir do coeficiente c (unidade representativa significativa);

Percebeu-se uma moderada variação na estabilidade cognitiva dos campos conceituais de Função Quadrática nos discentes das turmas T^1 e T^2 , apresentando indícios de que ocorreu pouca ou nenhuma ancoragem de novos conceitos. Como os conteúdos em atividade clássica expositiva algumas vezes aparecem de forma pronta e acabada e, em diversos momentos, de maneira abstrata, é complexo para o docente fazer com que os discentes compreendam somente por meio de uma exposição de conteúdos ou de imagens e com inúmeros exercícios que não se modificam em seu aspecto.

A ausência dos subsunçores necessários indispensáveis para aprendizagem significativa pode ter contribuído com as dificuldades na generalização e organização dos significados dos valores encontrados algebricamente e suas representações gráficas. Por esse motivo, é provável que as dificuldades de aprendizagem dos conceitos gráficos de Função Quadrática, apresentadas pelos discentes das turmas T^1 e T^2 , sejam decorrentes da compreensão na abstração dos conceitos matemáticos. Após o desenvolvimento da sequência didática o pesquisador explicou aos discentes das turmas T^1 e T^2 o que eles eram em cada atividade exploratória e como poderiam superar as dificuldades encontradas.

Na realização do terceiro momento da investigação deu-se a aplicação da sequência didática exploratória, com o desenvolvimento da atividade prática pedagógica por meio do *App GeoGebra* para os integrantes do grupo experimental. Os discentes das turmas T^3 e T^4 integravam o grupo experimental. A sequência didática foi planejada com 8 questões e 19 (dezenove) itens exploratórios relacionados aos conceitos gráficos de função quadrática. Por meio dos resultados encontrados na atividade com o *App GeoGebra*, verificou-se que o aplicativo possibilitou uma visualização gráfica mais precisa, dinâmica e generalista das variações que ocorreram no comportamento das Funções Quadráticas.

O *App GeoGebra* possibilitou a construção de diversas Funções Quadráticas e suas variações, permitindo enfatizar os pontos mais característicos e gerais dos gráficos produzidos pelos discentes. A sequência didática do grupo experimental

com o *App GeoGebra* possuiu como referência as concepções da Teoria dos Campos Conceituais e da Teoria da Aprendizagem Significativa, com destaque para os seguintes pontos:

- Os discentes do grupo experimental possuíam maior predisposição para aprender, interagir e explorar os conceitos gráficos no *App GeoGebra*;
- O emprego da sequência didática exploratória, como a atribuição de possibilitar uma ancoragem entre o conhecimento novo e o conhecimento prévio estabelecido na estrutura cognitiva dos discentes para agregar a retenção de conhecimento a cerca de Funções Quadrática;
- A ocorrência da diferenciação progressiva na atribuição de novos significados aos subsunçores existentes na estrutura cognitiva dos discentes, por exemplo, a variação dos valores dos coeficientes com a finalidade de promover a compreensão da influência dos coeficientes no comportamento gráfico da Função Quadrática;
- A reconciliação integradora definida na estrutura cognitiva dos discentes ao reorganizar novos significados, por exemplo, empregar o $|a|$ para compreender a contração e dilação da “abertura” do gráfico da Função Quadrática ou ao utilizar o valor do coeficiente c para aprender onde o gráfico da função intercepta o eixo das ordenadas;
- A utilização de uma metodologia de ensino diferenciada empregando o *App GeoGebra* como mecanismo da aprendizagem significativa;
- O papel de orientador da aprendizagem estabelecida pelo pesquisador pretendendo proporcionar a troca e conciliação de significados;
- A turma T^3 , em 14 alternativas, possuiu uma porcentagem de acertos superior a 50% dos discentes. Também, na primeira questão, as turmas T^3 e T^4 obtiveram uma porcentagem de acertos igual a 100%;
- Em 10 alternativas a turma T^4 alcançou uma porcentagem de acertos superior a 50% dos discentes;

- Somente na sétima e oitava questões que as turmas T^3 e T^4 alcançaram uma porcentagem de acertos relativamente baixa;
- O número de respostas corretas fornecidas pelas turmas T^3 e T^4 foi substancialmente elevado relacionado ao quantitativo de discentes participantes do grupo experimental. Além disso, o número de respostas em branco, em comparativo com o grupo controle, foi consideravelmente baixo;
- O *App GeoGebra* se apresentou mais prático para ser usado em sala de aula, uma vez que diversas escolas não possuem laboratório de informática educativa;
- Uma maior presença da associação dos coeficientes **a**, **b** e **c** e suas respectivas unidades representativas;
- Uma maior identificação da interseção da variável da Função Quadrática com o eixo de **y** de unidade representativa significativa;
- Uma maior identificação qualitativa das unidades representativas **a**, **b** e **c**, relacionadas às características gráficas da Função Quadrática;

Outro aspecto considerável relacionou-se ao desenvolvimento de habilidades para analisar gráficos de Funções Quadráticas. Constatou-se que a exploração dos campos conceituais de Função Quadrática por meio do *App GeoGebra* favoreceu a compreensão dos conceitos e aumentou a relação algébrica da função com sua representação gráfica nos discentes. Esse fato foi possível pela versatilidade do *App GeoGebra* em possibilitar explorar, conjecturar e investigar a representação algébrica e gráfica de uma função na mesma interface.

A diferenciação das unidades representativas **a**, **b** e **c** é uma colaboração para a aprendizagem significativa dos conceitos gráficos de Função Quadrática, visto que seus estudos são raramente apresentados nos livros didáticos. O *App GeoGebra* se mostrou como uma excelente ferramenta para dar apoio às atividades investigativas no ensino e na aprendizagem de Matemática. Além disso, os resultados da sequência didática mostraram que o *App GeoGebra* possui uma

potencialidade para análise interpretativa geral, visto que permite diferenciar as propriedades entre as características visuais do gráfico e o significado da expressão algébrica da Função Quadrática.

Durante a realização do quarto momento dessa investigação, aplicou-se um Pós-teste para os discentes dos grupos controle e experimental com a finalidade de verificar qual das sequências didáticas exploratórias, a com o *App GeoGebra* ou atividade expositiva, era potencialmente significativa para o ensino de conceitos gráficos de Função Quadrática. O Pós-teste era constituído de 7 questões envolvendo os conceitos algébricos e gráficos de Funções Quadráticas.

De posse dos resultados do Pós-teste, evidenciou-se que os alunos das turmas T^1 , T^2 , T^3 e T^4 realizaram a solução das questões em mais de um horário de aula, e somente os alunos das turmas T^1 e T^2 , que integravam o grupo controle, deixaram alternativas em branco. As turmas T^3 e T^4 exibiram maiores indícios de assimilação de novos conhecimentos dos campos conceituais de Função Quadrática. Destacaram-se os seguintes pontos do Pós-teste:

- As turmas T^1 e T^2 em nenhuma questão obtiveram porcentagem de acertos superior a 40% dos discentes;
- As turmas T^1 e T^2 no Pós-teste diminuíram o número de acertos em comparação com o Pré-teste;
- Somente na quarta questão que a turma T^2 alcançou uma porcentagem de acertos superior que a turma T^1 ;
- A turma T^3 apenas em três questões alcançou porcentagem de acertos igual ou superior a 50% dos discentes integrantes. Porém, o número de respostas corretas no Pós-teste em comparação com o Pré-teste foi superior;
- A turma T^4 somente em duas questões obteve porcentagem de acertos inferior a 50% dos números de discentes. Em comparação com o Pré-teste, a turma T^4 aumentou o número de respostas corretas;

- As turmas T^3 e T^4 aumentaram o número de respostas sinalizadas como corretas comparando com os resultados apresentados no Pré-teste;

Por meio dos resultados do Pós-teste foi possível concluir que os discentes dos grupos controle e experimental não evoluíram da mesma forma. O grupo controle, composto pelos alunos das turmas T^1 e T^2 , apresentou menor tendência em aprender a respeito dos conceitos de Função Quadrática. Verificou-se uma passividade na resolução do Pós-teste entre os discentes do grupo controle, provavelmente por terem desenvolvido apenas uma aprendizagem mecânica.

Baseado nos dados coletados nessa investigação, constatou-se que, posteriormente, com a aplicação da sequência didática com o *App GeoGebra* as dificuldades pelos discentes do grupo experimental diminuíram consideravelmente, visto que os discentes conseguiram identificar e relacionar os conceitos algébricos das Funções Quadráticas com sua representação gráfica. A aplicação do *App GeoGebra*, na exploração dos conceitos de Função Quadrática, auxiliou como uma possível conexão cognitiva permitindo uma vinculação entre os subsunçores relevantes e os novos conceitos de função a serem aprendidos.

A respeito da sequência didática com o *App GeoGebra*, os resultados indicaram que os procedimentos adotados foram motivadores, importantes e serviram para reconhecer potencialidades individuais. Além disso, à medida que os subsunçores tornaram-se mais elaborados foram capazes de ancorar novas informações para a promoção da aprendizagem significativa.

Além do objetivo principal desta investigação, apresentamos os resultados obtidos a partir do desenvolvimento dos objetivos específicos. O primeiro objetivo - Conhecer as concepções prévias dos alunos do grupo controle e experimental sobre alguns elementos das Funções Quadráticas - foi atingido com a realização do Pré-teste, no qual se evidenciou a falta de subsunçores necessários para a exploração de conceitos gráficos de Função Quadrática.

O segundo objetivo - Desenvolver uma prática pedagógica expositiva, com alunos do grupo controle que envolva os campos conceituais de gráficos de Funções Quadráticas - foi atingido com a realização da sequência didática clássica envolvendo os conceitos gráficos de Funções Quadráticas. A sequência didática

possibilitou aos discentes a visualização, representação algébrica e exploração dos gráficos das Funções Quadrática.

O terceiro objetivo - Realizar uma atividade pedagógica com o auxílio do *App GeoGebra* com alunos do grupo Experimental envolvendo os campos conceituais de gráficos de Funções Quadráticas - foi atingido com a realização da atividade pedagógica de familiarização e exploração dos conceitos gráficos de Função Quadrática. O *App GeoGebra* possibilitou aos discentes a exploração, visualização e representação algébrica do comportamento gráfico das Funções Quadrática.

O quarto objetivo – Analisar como as atividades desenvolvidas com os grupos controle e experimental são potencialmente significativas para a aprendizagem de campo conceitual de gráficos de Funções Quadráticas no Ensino Médio - foi alcançado, com a análise dos resultados do Pré-teste, da atividade pedagógica clássica, da atividade com o *App GeoGebra* e do Pós-Teste. Os resultados apresentaram indícios que o material da atividade com o *App GeoGebra* é mais potencialmente significativo para ancoragem de novos conceitos de Função Quadrática do que o material da atividade pedagógica clássica.

Os resultados mostraram que os discentes submetidos à atividade com o *App GeoGebra* conseguiram ancorar mais conceitos de Função Quadrática em relação aos discentes que foram submetidos a atividade pedagógica clássica. Após a realização de todas as etapas da investigação foi proporcionado às turmas T¹ e T² do grupo controle uma atividade exploratória por meio do *App GeoGebra* envolvendo conceitos de Funções Quadráticas.

Em vista disso, pretendemos, cada vez mais, usar aplicativos de celular como instrumento de mediação do ensino e especial o *App GeoGebra* em minhas práticas pedagógicas. Percebi os discentes comprometidos, predispostos, desenvolvendo a compreensão de conceitos por meio desse recurso tecnológico, e vê-los sair do processo clássico de ensino, utilizando o *App GeoGebra* aumentou minha determinação de utilizar esses recursos em outras áreas do conhecimento. Para trabalhos futuros, recomendo a utilização do *App GeoGebra* em outras áreas do conhecimento ou em conteúdo de Matemática, tais como no estudo da Função Afim, da Função Trigonométrica, Função Exponencial, Função Modular, etc.

Vale ressaltar que no ano de 2020 em meio a pandemia do COVID – 19 os recursos tecnológicos se tornaram um importante recurso no processo de ensino e de aprendizagem. O celular foi um elo no processo de comunicação e aprendizagem entre os discentes e docentes.

Não há uma sequência didática que resolva todos os problemas do ensino, porém existem oportunidades de materiais que possam ser potencialmente significativos, que possuem objetivo de aperfeiçoar os processos de ensino e aprendizagem de Matemática. Compete aos docentes identificar, julgar e decidir qual ou quais usar, sempre com a finalidade de oportunizar a aprendizagem ao maior número de discentes.

Por fim, essas duas sequências didáticas exploratórias, desenvolvidas pelo pesquisador, possibilitaram um olhar mais concreto das dificuldades encontradas no exercício da docência, tornando-me mais preparado para planejar, criar, recriar e refletir a realização de uma aula. A sequência didática exploratória com o *App GeoGebra* é digna de ser aplicada e apreciada em novos estudos, contextos e realidade distinta da qual foi empregada.

REFERÊNCIAS

ABAR, Celina A. A. P. COTIC, Norma S. **GeoGebra na produção do conhecimento matemático**. São Paulo: Iglu, 2014.

ALDANA-BERMÚDEZ, Eliécer; LÓPEZ-MESA, Jorge Hernán. Estudio histórico-epistemológico y didáctico de la parábola. **Praxis & Saber**, v. 9, n. 19, p. 63-88, 2018.

ALMEIDA, Keite Ferreira; SOUZA, Roberto Barcelos. Educação matemática crítica e materiais apostilados: Perspectivas e concepções de ensino de fração. **Revista Paranaense de Educação Matemática**, v. 6, n. 12, 2017.

ALVES, Débora F. L. **As aplicações da função quadrática no dia a dia, uma experiência com alunos de 10º ano numa turma de Ciências e Tecnologias**. 2018. 114f. Dissertação (Mestrado em Ensino da Matemática) – Universidade do Minho, Portugal, 2018.

AMARAL, Marcos Prado; FRANGO, Ismar. Um levantamento sobre pesquisas com o uso do software geogebra no ensino de funções matemáticas. **Revemat: Revista Eletrônica de Educação Matemática**, v. 9, n. 1, p. 90-107, 2014.

ANATEL. Agência Nacional de Telecomunicações. **Brasil tem redução de 574,38 mil linhas de telefonia móvel em fevereiro**. 2017. Disponível em: <<http://www.anatel.gov.br/dados/destaque-1/283-movel-acessos-maio>>. Acesso em: 20 abr. 2018.

APP'S GEOGEBRA. *Software*. 2018.

ARAÚJO, Wellington Alves. **O GeoGebra: uma experimentação na abordagem da função afim**. 2014. 118f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências Naturais e Matemática) – Universidade Federal de Sergipe, São Cristóvão, 2014.

AUSUBEL, David P. **Aquisição e retenção de conhecimentos**: Uma perspectiva cognitiva. Lisboa: Plátano Edições Técnicas, 2003.

AUSUBEL, David Paul; NOVAK, Joseph D.; HANESIAN, Helen. **Psicologia educacional**. Interamericana, 1980.

BALDONADO, Clara B. **Estudio de funciones con geogebra**. 2012. 332f. Dissertação (Mestrado em Educação Secundária) – Universitat de València, Valencia, 2012.

BARDIN, Laurence. **Análise de conteúdo**. Lisboa: Edições 70, 2004.

BATISTA, Silvia Cristina Freitas; BARCELOS, Gilmar Teixeira. Análise do uso do celular no contexto educacional. **RENOTE**, v. 11, n. 1, p. 1-10, 2013.

BENTO, Maria Cristina Marcelino; CAVALCANTE, Rafaela dos Santos. Tecnologias Móveis em Educação: O uso do celular na sala de aula. **Educação, Cultura e Comunicação**, v. 4, n. 7, p. 113-120, 2013.

BOGDAN, Robert C, BIKLEN, S **Investigação qualitativa em educação**: uma introdução à teoria e aos métodos. Porto: Porto Editora, 1994.

BORBA, Marcelo C.; DA SILVA, Ricardo S.; GADANIDIS, George Rodrigues. **Fases das tecnologias digitais em Educação Matemática**: Sala de aula e internet em movimento. Rio de Janeiro: Autêntica, 2016.

BORBA, Marcelo de Carvalho; ARAÚJO, Jussara de Loiola. **Pesquisa qualitativa em educação Matemática**. Rio de Janeiro: Autêntica, 2013.

BORBA, Marcelo de Carvalho; LACERDA, Hannah Dora Garcia. Políticas Públicas e Tecnologias Digitais: Um celular por aluno. **Educação Matemática Pesquisa**, v. 17, n. 3, p. 490-507, 2015.

BRASIL. **Base Nacional Comum Curricular (BNCC)**. Brasília: Ministério da Educação, 2018. Disponível em: <http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/BNCC_EI_EF_110518_versaofinal_s ite.pdf>. Acesso em: 20 dez. 2020.

_____. Ministério da Educação. **Diretrizes Curriculares Nacionais Gerais da Educação Básica (DCNGEB)**. Brasília: MEC, SEB, DICEI, 2013.

BRICEÑO, Octavio Augusto; ÁBALOS Gabriela Buendía. Una secuencia para la introducción de la función cuadrática a través de la resignificación de aspectos variacionales. **Tecné, Episteme y Didaxis: TED**, n. 39, p. 121-148, 2016.

CAMPBELL, Donald T.; STANLEY, Julian C. Delineamentos experimentais e quase-experimentais de pesquisa. In: **Delineamentos experimentais e quase-experimentais de pesquisa**. USP/EPU, 1979.

CUNHA, Jaqueline de Fátima Vieira. **Funções: propostas para o ensino na educação básica através do software GeoGebra e da resolução de problemas**. 2017. 167f. Dissertação (Mestrado em Matemática) - Universidade Federal do Triângulo Mineiro, Uberaba, 2017.

DA SILVA, Monielle Gomes; BATISTA, Silvia Cristina Freitas. Metodologia de avaliação: análise da qualidade de aplicativos educacionais para Matemática do ensino médio. **RENOTE**, v. 13, n. 1, p. 1-10, 2015.

DE ALMEIDA, Hélio Manguiera. O uso de celulares, tablets e notebooks no ensino da Matemática. **Revemat: Revista Eletrônica de Educação Matemática**, v. 11, n. 2, p. 318-327, 2017.

DE FARIAS, Airan Priscila; MOTTA, Marcelo Souza. As competências de aprendizagem para o ensino de Matemática no século XXI e o software de programação scratch. **XII Encontro Nacional de Educação Matemática**, 2016.

DE SOUSA, Romário Araújo; CARNEIRO, Rogerio dos Santos; CARNEIRO, Raylson dos Santos. O uso do celular como recurso didático no ensino de geometria para alunos do ensino fundamental. **Revista de Ensino de Ciências e Matemática**, v. 11, n. 1, p. 202-218, 2020.

DOMINGUES, Mateus Augusto Ferreira Garcia; STURION, Leonardo; CARVALHO, Ana Amélia. Investigando função composta com o software geogebra. **Revista de Ensino de Ciências e Matemática**, v. 10, n. 3, p. 132-147, 2019.

DUDA, Rodrigo; SILVA, Sani de Carvalho Rutz; PINHEIRO, Nilceia Aparecida Maciel. Geogebra e gráficos dinâmicos: uma proposta para o estudo de funções no ensino médio. In: CONGRESSO INTERNACIONAL DE ENSINO DE MATEMÁTICA-7., 4 a 7 out. 2017, Canoas. **Anais...** Canoas: ULBRA, 2017. 17p.

ESCOLA ESTADUAL GENERAL AZEVEDO COSTA. **Imagem iconográfica da escola**. 2016. [arquivo particular].

GANETO, José Pedro Almeida *et al.* GeoGebra no Estudo da Geometria no 2º ano do 2º ciclo do Ensino Básico de Escolaridade. **Revista do Instituto GeoGebra Internacional de São Paulo**, v. 7, n. 2, p. 127-143, 2018.

GIL, Antônio Carlos. **Métodos e técnicas de pesquisa social**. 6. ed. São Paulo: Atlas, 2008.

GOLDENBERG, Mirian. **A arte de pesquisar**. Editora Record, 2004.

GÓMEZ-BLANCARTE, Ana Luisa; GUIRETTE, Rebecca; MORALES-COLORADO, Felipe. Propuesta para el tratamiento de interpretación global de la función cuadrática mediante el uso del software GeoGebra. **Educ. mat**, v. 29, n. 3, p. 189-224, 2017.

GONO, Ebert Nhamo. **The contributions of Interactive Dynamic Mathematics software in probing understanding of mathematical concepts: Case study on the use GeoGebra in learning the concept of modulus functions**. 2016. 214f. Tese (Doutorado em Educação) – University College London, Londres, 2016.

IARONKA, Clessi Fátima. **Contribuições da teoria da aprendizagem significativa e da modelagem matemática para o estudo de funções**. 2008. 130f. Dissertação (Mestrado em Ensino da Matemática) – Universidade Franciscana, Santa maria, 2008. Disponível em: <<http://www.tede.universidadefranciscana.edu.br:8080/handle/UFN-BDTD/426>>. Acesso em: 20 jun. 2020.

IEZZI, Gelson; MURAKAMI, Carlos. **Fundamentos de Matemática elementar, 1: Conjuntos, funções**. 9; ed. São Paulo: Atual, 2013.

INSTITUTO BRASILEIRO DE GEOGRAFIA E ESTATÍSTICA (IBGE). **Pesquisa Nacional por Amostra de Domicílios**: Acesso à Internet e posse de telefone móvel celular para uso pessoal 2011. 2011. Disponível em: <https://ww2.ibge.gov.br/home/estatistica/pesquisas/pesquisa_resultados.php?id_pesquisa=40>. Acesso em: 20 mar. 2018.

INSTITUTO NACIONAL DE ESTUDOS E PESQUISA EDUCACIONAIS ANÍSIO TEIXEIRA (INEP). **Censo escolar**: notas estatísticas. Brasília, DF: INEP, 2017.

JENSKE, Grazielle. **A Teoria de Gérard Vergnaud como aporte para a superação da defasagem de aprendizagem de conteúdos básicos da matemática**: um estudo de caso. 2011. 131f. Dissertação (Mestrado em Ciências e Matemática) – Pontifícia Universidade Católica do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2011.

KLEIN, Marjúnia édita Zimmer. **O ensino da trigonometria subsidiado pelas teorias da aprendizagem significativa e dos campos conceituais**. 2009. 121f. Dissertação (Mestrado em Ciências e Matemática) – Pontifícia Universidade Católica do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2009.

KRIPKA, Rosana Maria Luvezute. **Uso de tecnologias digitais no ensino e na aprendizagem de álgebra linear na perspectiva das teorias da aprendizagem significativa e dos registros de representação semiótica**. 2019. 593f. Tese (Doutorado em Educação em Ciências e Matemática) – Pontifícia Universidade Católica do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2019.

LIMA, Elon Lages *et al.* A matemática do ensino médio, vol. 1. **Coleção do Professor de Matemática, SBM**, 2006.

LIMA, Elon Lages. **Geometria Analítica e Álgebra Linear**. Rio de Janeiro: SBM, 2001. (Coleção Matemática Universitária).

LOPES, Thiago Beirigo; MORAES, Romis de Souza. Estudo dos coeficientes da função quadrática por meio do software geogebra. In: JORNADA DE ESTUDOS EM MATEMÁTICA, 2., 21 jul. 2016, Marabá. **Anais...** Marabá/PA: UNIFESSPA, 2016. p.194-204.

LUCAS, Rodrigo Dantas. **O software GeoGebra no ensino de funções para licenciandos em matemática**: uma abordagem sociocultural. 2019. 243f. Tese (Doutorado em Educação para a Ciência) – Universidade Estadual Paulista, São Paulo, 2019.

MALTEMPI, Marcus Vinicius. Educação matemática e tecnologias digitais: reflexões sobre prática e formação docente. **Acta Scientiae**, v. 10, n. 1, p. 57-67, 2008.

MARIN, Ana Cristina de Souza. **Didática da matemática**: a utilização do software Winplot como estratégia potencializadora dos processos de ensino e aprendizagem. 2017. 173f. Dissertação (Mestrado em Educação) – Universidade Estadual Paulista (UNESP), São Paulo, 2017.

MARQUES, Cássius. **Utilização de Aplicativos Touchscreen no Ensino de Matemática**: Possibilidades, problemas e possíveis soluções. 2016. 67 f. Dissertação (Mestrado em Matemática em Rede Nacional) – Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro, Seropédica, 2016.

MELO, Gercilio da Rocha. **A inserção do software *Kmplot* na aprendizagem de funções afim e quadrática**. 2013. 153f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências Exatas) – Universidade do Vale do Taquari – Univates, Lajeado, 2013.

MOREIRA, Aroldo de Paula. **Utilização do software Geogebra no estudo de funções elementares**. 2014. 68f. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional) – Universidade Federal de Juiz de Fora, Juiz de Fora, 2014.

MOREIRA, Marco Antônio. A teoria dos campos conceituais de Vergnaud, o ensino de ciências e a pesquisa nesta área. **Investigações em ensino de ciências**, Porto Alegre, v. 7, n. 1, p. 7-29, 2002.

_____. **Aprendizagem significativa crítica**. In: ENCONTRO INTERNACIONAL SOBRE APRENDIZAGENS SIGNIFICATIVAS, 3., 26 a 30 jun. 2010. **Atas...** São Paulo: UFRGS, 2000. p. 47.

_____. Aprendizagem significativa, campos conceituais e pedagogia da autonomia: implicações para o ensino. In: COLÓQUIO INTERNACIONAL EDUCAÇÃO E CONTEMPORANEIDADE, 9., 17 a 19 set. 2015. **Anais...** São Cristóvão; Educonse, 2015. p. 17-19.

_____. **Aprendizagem significativa**: A teoria e textos complementares. São Paulo: Livraria da Física, 2011a.

_____. **Metodologia de pesquisa em ensino**. São Paulo: Livraria da Física, 2011b.

_____. Linguagem e aprendizagem significativa. In: ENCONTRO INTERNACIONAL SOBRE APRENDIZAGEM SIGNIFICATIVA, 4., 08 a 12 set. 2003. **Anais...** Maragogi: UFRGS, 2003.

_____. Organizadores prévios e aprendizagem significativa. **Revista Chilena de Educación Científica**, v. 26, p. 12, 2012.

_____. **Teorias de aprendizagem**. 2. ed. São Paulo: E.P.U., 2017.

MOREIRA, Marco Antônio; MASINI, E.P.S. **A aprendizagem significativa: a teoria de David Ausubel**. São Paulo: Centauro, 2001.

MOREIRA, Marco Antônio; PALMERO, María Luz Rodríguez. La teoría de los campos conceptuales de Gérard Vergnaud. In: GUTIÉRREZ, Gladys *et al.* (Orgs.) **La teoría de los campos conceptuales de Gérard Vergnaud**. Porto Alegre: UFRGS, 2004. p. 07-40. (Capítulo 1).

MOREIRA, Marco Antônio; ROSA, Paulo Ricardo Santos. **Subsídios Metodológicos para o professor Pesquisador em Ensino de Ciências**. Pesquisa em Ensino: Métodos Qualitativos e Quantitativos. Porto Alegre: Ed. dos Autores, 2009.

MOURA, Adelina. Geração móvel: um ambiente de aprendizagem suportado por tecnologias móveis para a “Geração Polegar”. In: Conferência Internacional de TIC na Educação, 6, 14 e 15 mai. 2009, Porto. **Anais Eletrônicos...** Porto: universidade do Minho, 2009. p. 49-77.

MPAKA, Nlandu. **O ensino e aprendizagem do gráfico da função quadrática com e sem auxílio do Software Winplot**. 2010. 140f. Dissertação (Mestrado em Ciências da Educação) – Universidade Lusófona de Humanidades e Tecnologias, Lisboa, 2010.

NOVAK, Joseph Donald. **Uma teoria de educação**. São Paulo: Pioneira, 1981.

NOVAK, Joseph; GOWIN, Dixie Bob. **Aprendiendo a aprender**. Barcelona: Martínez Roca, 1988.

PEDROSO, Leonor Wierzynski. **Uma proposta de ensino da trigonometria com uso do software GeoGebra**. 2012. 271f. Dissertação (Mestrado em Ensino da Matemática) – Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2012.

PIMENTA, Marcel Romualdo Guimarães. **Aplicação do software geogebra no ensino da geometria plana**. 2013. 76 f. Dissertação (Mestrado em Matemática em Rede Nacional) – Universidade Federal do Ceará, Fortaleza, 2013.

RIBEIRO, Tiago Nery. **O ensino de razões trigonométricas no triângulo retângulo a partir de situações aplicadas à física: um estudo baseado nas Unidades de Ensino Potencialmente Significativas (UEPS)**. 2015. 213f. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – Universidade Anhanguera, São Paulo, 2015.

ROMANELLO, Laís Aparecida; MALTEMPI, Marcus Vinícius. A utilização do smartphone no Ensino de Função: a visão dos alunos. In: Encontro Nacional de Educação Matemática, 7, 13 a 16 jul. 2016. **Anais Eletrônicos...** São Paulo: SBEM, 2016. p. 1-12.

SABOIA, Juliana; VARGAS, PL de; VIVA, M. A. O uso dos dispositivos móveis no processo de ensino e aprendizagem no meio virtual. **Revista Cesuca Virtual: conhecimento sem fronteiras**, v. 1, n. 1, p. 1-13, 2013.

SACCOL A., SCHLEMMER E. e BARBOSA J. **M-learning e u-learning: Novas perspectivas da aprendizagem móvel e ubíqua**. São Paulo: Pearson, 2011.

SAWAYA, Márcia Regina. **Dicionário de informática e Internet**. São Paulo: NBL, 1999.

SILVA, Antonio José da. **Noção de limite de funções reais e GeoGebra: um estudo em epistemologia genética**. 2017. 221f. Tese (Doutorado em Informática na Educação) – Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2017.

SILVA, Elanny Roma Pereira. **A utilização do aplicativo Geogebra para smartphone como recurso didático nas aulas de matemática do Ensino Fundamental**. 2018. 233f. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional) – Universidade Federal do Maranhão, São Luís, 2018.

SILVA, Filipa Isabel Caires. **Explorando a função quadrática com o software GeoGebra numa turma do 10º ano**. 2009. 59f. Dissertação (Mestrado em Ensino da Matemática) – Universidade da Madeira, Funchal, 2009.

SOUSA, Fábio Antônio Leão. **Funções quadráticas: Estudo do gráfico das funções quadráticas**. 2013. 44 f. Dissertação (Mestrado em Matemática) – Universidade Federal de Goiás, Goiânia, 2013.

SOUZA, Jakson Idernando Gonzaga de. **Utilização do software GeoGebra no ensino das funções trigonométricas**. 2014. 100f. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional) – Universidade Federal do Ceará, Fortaleza, 2014.

VERGNAUD, Gérard. ¿ En qué sentido la teoría de los campos conceptuales puede ayudarnos para facilitar aprendizaje significativo?. **Investigações em ensino de ciências**, v. 12, n. 2, p. 285-302, 2016.

_____. A gênese dos campos conceituais. In: GROSSI, E. P. (Org). **Por que ainda há quem não aprende?** 2. ed. Petrópolis: Vozes, 2003. p. 21-60.

_____. La teoría de los campos conceptuales. **Recherches en didactique des mathématiques**, v. 10, n. 2, p. 3, 1990.

_____. O longo e o curto prazo na aprendizagem da Matemática. **Educar em Revista**, n. 1, p. 15-27, 2011.

_____. Teoria dos Campos Conceituais. In: Seminário Internacional de Educação Matemática, 1, Rio de Janeiro, 2000. **Anais...** Rio de Janeiro: UFRJ, 2000. p. 1-19.

_____. Teoria dos campos conceituais. In: SEMINÁRIO INTERNACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA DO RIO DE JANEIRO, 1., Rio de Janeiro, 1993. **Anais...** Rio de Janeiro: UFRJ Projeto Fundação, Instituto de Matemática, 1993. p. 1-26.

XAVIER, José Fábio. **Análise da função quadrática, com ênfase em seus coeficientes, via GeoGebra**. 2016. 64f. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática) – Universidade Federal de Goiás, Catalão, 2016.

APÊNDICE A – Termo de Anuência para autorização de Pesquisa

Ilmo Sr. Prof. Josinei Moreira, Diretor da E. E. General Azevedo Costa

Solicitamos autorização institucional para realização da pesquisa intitulada **"A utilização do App GeoGebra no processo de aprendizagem significativa para ensinar os conceitos de Funções Quadráticas"** a ser realizada na Escola Estadual General Azevedo Costa, pelo aluno de pós-graduação Claudionor de Oliveira Pastana, sob orientação do Prof. Dr. Marco Antônio Moreira, vinculado ao Programa de Pós-Graduação *Stricto Sensu*, Doutorado em Ensino da Universidade do Vale do Taquari - UNIVATES.

A pesquisa possui, como objetivo geral, **Investigar as implicações do uso do App GeoGebra no processo de aprendizagem significativa para ensinar os conceitos de Funções Quadráticas**. E, como objetivos específicos: ***Conhecer as concepções prévias dos alunos sobre alguns elementos das Funções Quadráticas; Desenvolver uma prática pedagógica expositiva, com alunos do 1º Ano do Ensino Médio, que envolva Funções Quadráticas; e Analisar se as atividades desenvolvidas durante as práticas pedagógicas com o App GeoGebra são potencialmente significativas para a aprendizagem de Funções Quadráticas.***

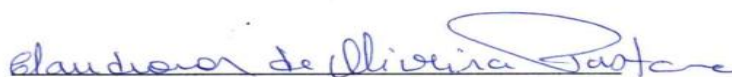
Dessa forma, necessitamos ter acesso aos estudantes das turmas de 1º ano do Ensino Médio para desenvolver todas as etapas da pesquisa nesta instituição de Ensino. Ao mesmo tempo, **pedimos autorização para que o nome desta instituição conste no relatório final, bem como em futuras publicações em eventos e periódicos científicos.**

Ressaltamos que os dados coletados serão mantidos em absoluto sigilo, de acordo com a Resolução nº 466/12 do Conselho Nacional de Saúde (CNS/MS) que trata da pesquisa envolvendo Seres Humanos. Salientamos ainda que tais dados serão utilizados somente para a realização deste estudo e **serão mantidos permanentemente em um banco de dados de pesquisa, com acesso restrito, para utilização em estudos futuros.**


Josinei Sousa Moreira
Gestor Escolar
E.E. Gal. Azevedo Costa
Dec. nº 0165/2018 - GEA

Na certeza de contarmos com a colaboração e empenho desta Diretoria, agradecemos antecipadamente a atenção, ficando à disposição para quaisquer esclarecimentos adicionais que se fizerem necessários.

Lajeado - RS, 27 de fevereiro de 2018.

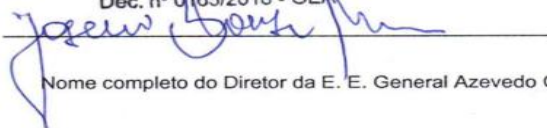


Claudionor de Oliveira Pastana

Pesquisador Responsável pelo Projeto

☒ Concordamos com a solicitação () Não concordamos com a solicitação

Josenei Sousa Moreira
Gestor Escolar
E.E. Gal. Azevedo Costa
Dec. nº 0165/2018 - GER



Nome completo do Diretor da E. E. General Azevedo Costa

APÊNDICE B – Termo de Consentimento Livre e Esclarecido

TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE ESCLARECIDO - TCLE

Prezado participante,

Com o intuito de alcançar o objetivo proposto para este projeto, intitulado “**A utilização do App GeoGebra no processo de aprendizagem significativa para ensinar os conceitos de Funções quadráticas**”, venho, por meio deste documento, convidá-lo a participar desta pesquisa que faz parte da tese de doutorado desenvolvida no programa de Pós-Graduação *Stricto Sensu*, Doutorado em Ensino, tendo como Orientador o Professor Dr. Marco Antônio Moreira. Desse modo, no caso de concordância em participar desta pesquisa ou permitir participação (alunos menores de idade), ficará ciente de que, a partir da presente data:

- Concede permissão para que os dados das entrevistas gravadas, filmadas ou respondidas (questionários), realizadas pelo pesquisador, sejam utilizados integral ou parcialmente, sem restrições;

- Estará assegurado o anonimato nos resultados dos dados obtidos, sendo que todos os registros ficarão de posse do pesquisador por cinco anos e, após esse período, serão extintos;

- Os participantes deste estudo não receberão valores monetários ou benefícios próprios, bem como não terão custos monetários sobre a participação.

Será garantido também:

- Receber a resposta e/ou esclarecimento de qualquer pergunta e dúvida a respeito da pesquisa, em qualquer momento;

- Poderá retirar seu consentimento a qualquer momento, deixando de participar do estudo, sem que isso traga qualquer tipo de prejuízo.

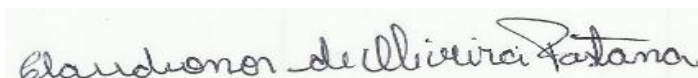
Assim, mediante este Termo de Consentimento Livre e Esclarecido, declaro que autorizo minha participação nesta pesquisa, por estar esclarecido(a) e não me oferecer nenhum risco de qualquer natureza. Declaro, ainda, que as informações

fornecidas nesta pesquisa podem ser usadas e divulgadas neste curso Pós-graduação *stricto sensu*, Doutorado em Ensino da Universidade do Vale do Taquari - UNIVATES, bem como nos meios científicos, em publicações eletrônicas e apresentações profissionais.

“Em caso de dúvida quanto à condução ética do estudo, entre em contato com o Comitê de Ética em Pesquisa da Univates (Coep/Univates). O Comitê de Ética é a instância que tem por objetivo defender os interesses dos participantes da pesquisa em sua integridade e dignidade e para contribuir no desenvolvimento da pesquisa dentro de padrões éticos. Dessa forma o comitê tem o papel de avaliar e monitorar o andamento do projeto de modo que a pesquisa respeite os princípios éticos de proteção aos direitos humanos, da dignidade, da autonomia, da não maleficência, da confidencialidade e da privacidade. Contatos: (51) 3714.7000, ramal 5339 e coep@univates.br.”

Participante da pesquisa ou

Responsável pelo participante, se menor de idade.



Pesquisador: Claudionor de Oliveira Pastana

claudionorpastana@yahoo.com.br

(096) 99119-0529

Macapá/AP, _____ de _____ de 2018.

Aluno: _____ Turma: _____

Código: _____ (Não preencher)

APÊNDICE C – Termo de Assentimento

TERMO DE ASSENTIMENTO – TALE

Você está sendo convidado(a) como voluntário(a) a participar da pesquisa **“A utilização do App GeoGebra no processo de aprendizagem significativa para ensinar os conceitos de Funções quadráticas”**. Neste estudo pretendemos “Compreender como se dá a construção do campo conceitual com o uso do aplicativo de celular GeoGebra no processo de aprendizagem significativa para ensinar os conceitos gráficos de Funções Quadráticas no Ensino Médio”

O motivo que nos leva a estudar esse assunto é justificado pois os recursos tecnológicos no ambiente educacional tem contribuído significativamente para a melhoria do processo de ensino e de aprendizagem em diversas áreas de conhecimento, em especial no ensino de Matemática. Vale ressaltar que os novos celulares, como os smartphones, são um exemplo desses recursos tecnológicos que influenciam o cotidiano das pessoas. O smartphone disponibiliza uma gama de possibilidades dentro dessa nova tecnologia, podendo ser usado para consultar novas informações em sites, para conversa com familiares ou amigos por intermédio de aplicativos gratuitos, para entretenimento por meio dos jogos, etc.

Para este estudo adotaremos o(s) seguinte(s) procedimento(s): A organização dessa investigação será uma triangulação metodológica entre um delineamento quase-experimental, pois os grupos de estudantes não serão escolhidos aleatoriamente, uma análise textual discursiva das respostas dos alunos e das observações contidas no diário de campo do pesquisador. O desenvolvimento desta investigação, far-se-á uso de observações registradas no diário de campo do pesquisador, de um questionário prévio com problemas de múltipla escolha envolvendo conceitos gráficos de Funções Quadráticas, de atividades com o App GeoGebra abordando conceitos, gráficos de Funções Quadráticas, e de um questionário de avaliação com problemas de múltipla escolha abordando os conceitos gráficos de funções quadráticas.

Para participar deste estudo, o responsável por você deverá autorizar e assinar um termo de consentimento. Você não terá nenhum custo, nem receberá qualquer vantagem financeira. Você será esclarecido(a) em qualquer aspecto que

desejar e estará livre para participar ou recusar-se. O responsável por você poderá retirar o consentimento ou interromper a sua participação a qualquer momento. A sua participação é voluntária e a recusa em participar não acarretará qualquer penalidade ou modificação na forma em que é atendido(a) pelo pesquisador que irá tratar a sua identidade com padrões profissionais de sigilo. Você não será identificado em nenhuma publicação. Este estudo apresenta risco mínimo, isto é, o mesmo risco existente em atividades rotineiras como conversar, tomar banho, ler etc. Apesar disso, você tem assegurado o direito a ressarcimento ou indenização no caso de quaisquer danos eventualmente produzidos pela pesquisa.

Os resultados estarão à sua disposição quando finalizada. Seu nome ou o material que indique sua participação não será liberado sem a permissão do responsável por você. Os dados e instrumentos utilizados na pesquisa ficarão arquivados com o pesquisador responsável por um período de 5 anos, e após esse tempo serão destruídos. Este termo de consentimento encontra-se impresso em duas vias, sendo que uma cópia será arquivada pelo pesquisador responsável, e a outra será fornecida a você.

Eu, _____, portador(a) do documento de Identidade _____ (se já tiver documento), fui informado(a) dos objetivos do presente estudo de maneira clara e detalhada e esclareci minhas dúvidas. Sei que a qualquer momento poderei solicitar novas informações, e o meu responsável poderá modificar a decisão de participar se assim o desejar. Tendo o consentimento do meu responsável já assinado, declaro que concordo em participar desse estudo. Recebi uma cópia deste termo assentimento e me foi dada a oportunidade de ler e esclarecer as minhas dúvidas.

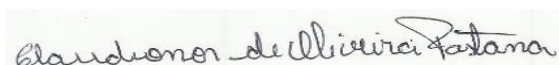
Em caso de dúvida, quanto à condução ética do estudo, entre em contato com o Comitê de Ética em Pesquisa da Univates (Coep/Univates). O Comitê de Ética é a instância que tem por objetivo defender os interesses dos participantes da pesquisa em sua integridade e dignidade e para contribuir no desenvolvimento da pesquisa dentro de padrões éticos. Dessa forma o comitê tem o papel de avaliar e monitorar o andamento do projeto de modo que a pesquisa respeite os princípios éticos de proteção aos direitos humanos, da dignidade, da autonomia, da não maleficência, da confidencialidade e da privacidade.

Contatos: (51) 3714.7000, ramal 5339 e coep@univates.br.”

Pesquisador(a) Responsável: CLAUDIONOR DE OLIVEIRA PASTANA

Fone: (96)991190529 / E-mail: claudionorpastana@yahoo.com.br

Macapá-AP, ____ de _____ de 2018.



Assinatura do (a) menor Assinatura do Pesquisador

Aluno: _____ Turma: _____

Código: _____ (Não preencher)

APÊNDICE D – Tutorial do *App GeoGebra*

1. Apresentação do *App GeoGebra*.

O *App GeoGebra* é um aplicativo voltado para matemática que possui código aberto desenvolvido exclusivamente com fins educativos, reunindo em um só espaço os recursos matemáticos de: álgebra, geometria, probabilidade, estatística, Aritmética, Trigonometria, Funções e o Cálculo diferencial e Integral. A versão do *App GeoGebra* é gratuita para *Android*, *iOS*, *Chromebook*, *Mac*, *Windows* e *Linux* inclui fundamentalmente todas as versões do *Softwares* para computador, ou seja, é possível executar todas as operações matemáticas disponíveis pelo *software GeoGebra* no conforto de um *smartphone* ou *tablete*.

O *App GeoGebra* possibilita que o usuário abra qualquer outro arquivo que tenha sido desenvolvido por outro usuário, possibilitando a reprodução direta nos seu *smartphone*, além de permitir o compartilhamento de suas simulações por meio do aplicativo. O *download* do *App GeoGebra* para *smartphones* pode ser realizado na plataforma do *Google Play* ou por meio de:

<https://geogebra.br.uptodown.com/android>

http://www.geogebra.org/cms/pt_BR/download;

Java: [http://www.java.com/pt_BR/download/;](http://www.java.com/pt_BR/download/)

O *App GeoGebra* é um aplicativo livre que usa pouca memória e não necessita tá conecta a *internet*, porém, produz bons resultados para o processo de ensino e de aprendizagem. Neste item apresentamos uma visão geral do *App GeoGebra*, posteriormente o passo a passo para usar os princípios básicos do aplicativo.

Figura 1: Vista de abertura do *App GeoGebra*



Fonte: Do autor utilizando o *App GeoGebra* (2019).

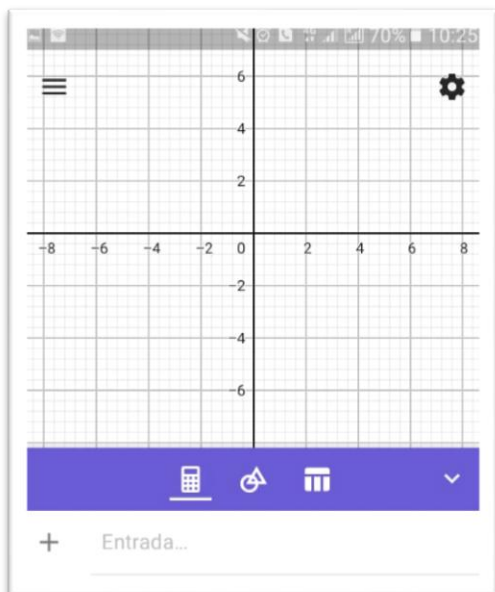
Quando o *App GeoGebra* é inicializado, o usuário visualizará a tela da Figura 2, onde divide a utilização do Aplicativo em guias, tais como: Configurações gerais, da janela de visualização e algébrica; entradas de comando e Ferramenta básicas, como pode ser observado na Figura 3.

O *App GeoGebra* possui o recurso da tela *Touchscreen* que favorece algumas vantagens, tais como:

- Por meio de um toque é capaz de arrastar objetos mostrados no gráfico;
- É possível alterar o tamanho dando zoom de visualização, para isso, basta mover com dois dedos para dentro ou para fora;
- A fim de visualizar as propriedades de um objeto, pode usar um toque longo em cima do objeto pretendido;
- Afastando o fundo do gráfico com o dedo é possível mover as telas visualização totalmente;

O *App GeoGebra* possui uma barra de ferramentas variadas e objetos de acessível manuseio. Com um clique em alguma ferramenta pode-se criar diversos objetos. Os ícones que descrevem todas as ferramentas são intuitivos possibilitando um aprendizado breve. Na Figura 2 verificamos as guias do *App GeoGebra*.

Figura 2: Vista das guias do *App GeoGebra*.



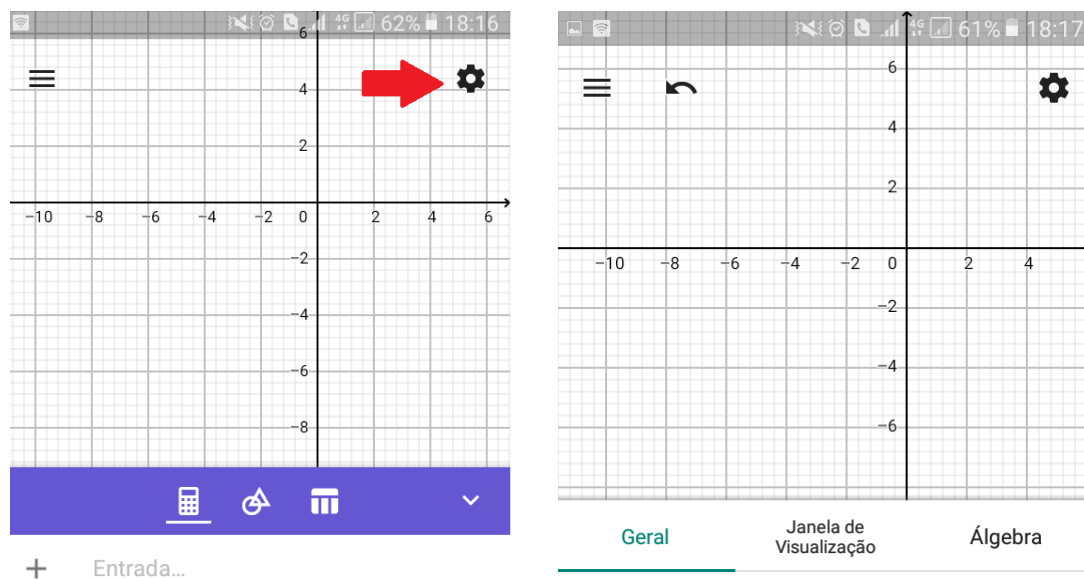
Fonte: Do autor utilizando o *App GeoGebra* (2019).

Na tela inicial do *App GeoGebra* verificada na Figura 2 possui dois campos de visualização, um geométrico e outro algébrico. Permitindo alterações dinâmicas por meio dos recursos da tela sensível ao toque e dados feitos pelo teclado. Se uma função for escrita no campo algébrico, um esboço gráfico relativo à função será descrita no campo geométrico. Assim sendo, se arrastar um objeto no campo geométrico, as coordenadas serão determinadas imediatamente no campo algébrico.

2. Área Configuração do *App GeoGebra*

No ícone de configurações é possível fazer ajustes gerais da janela de visualização e algébrica. Clicando na engrenagem que encontra-se identificada com a seta vermelha na Figura 3, podemos abrir a aba de configurações do aplicativo.

Figura 3: Área de configuração do *App GeoGebra*.



Fonte: Do autor utilizando o *App GeoGebra* (2019).

Nas configurações gerais, pode-se definir: arredondamento; unidade de medida de ângulo; rótulos; coordenadas no eixo, tamanho da fonte e idioma.

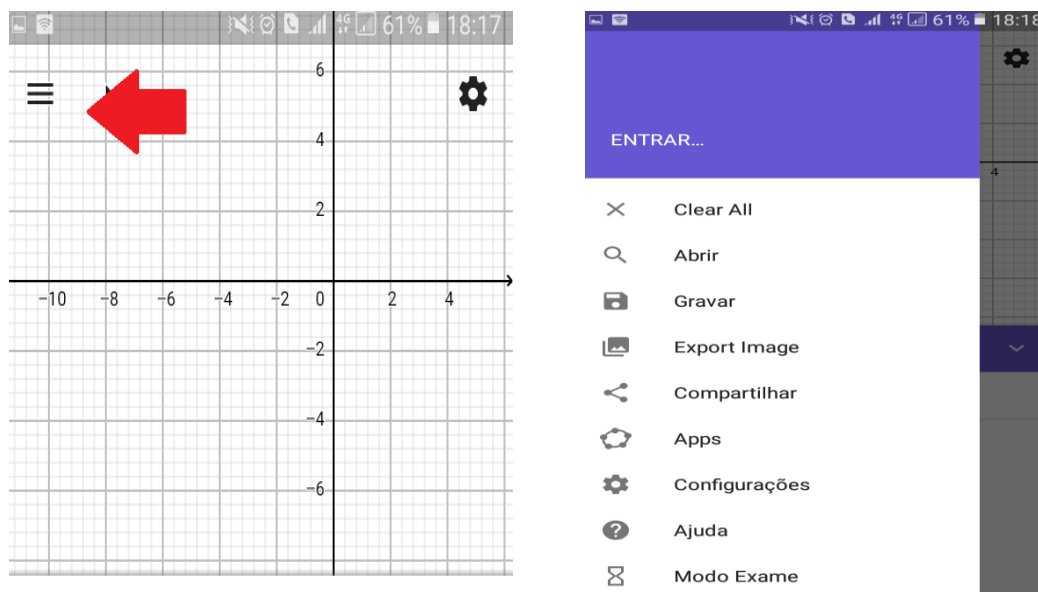
Nas configurações da janela de visualização, pode-se definir: a exibição de eixos; exibição de malhas; pontos sobre a malha; distância, comprimento ou perímetros de visualização, legenda, além da exibição de todos os objetos.

Nas configurações algébricas, é possível definir as descrições algébricas e os objetos auxiliares.

3. Área de Menu do *App GeoGebra*

Na área de Menu (FIGURA 4) é possível obter Clear All (limar tudo); abrir arquivos, gravar, exportar imagens, compartilhar o arquivo construído, baixar variações do *App GeoGebra*, ir para as configurações, obter ajuda ou deixar no modo exame.

Figura 4: Área de Menu do *App GeoGebra*.



Fonte: Do autor utilizando o *App GeoGebra* (2019).

4. Área da janela de entrada

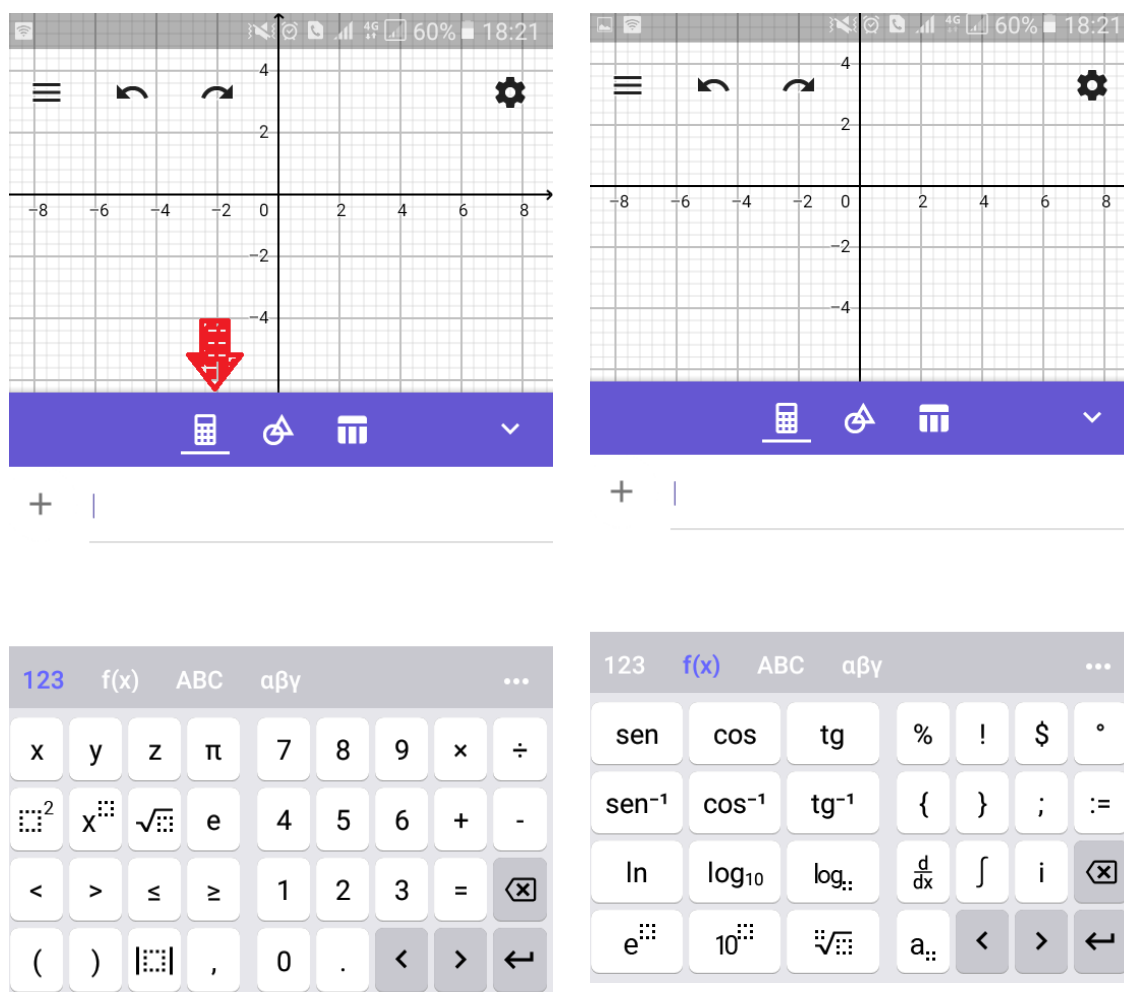
Quando se inicia o *App GeoGebra* abre-se uma janela que possui interface composta por uma barra de ferramentas, uma barra de menu, a janela de visualização, a janela de álgebra, um menu de comandos, o menu de símbolos e o campo de entrada de texto. O campo de entrada de comandos (ou entrada de texto) é empregado para inserir comandos, coordenadas, equações e funções por meio do teclado virtual do celular.

Além disso, para simplificar a inserção de comandos no campo de entrada, pode-se usar a ferramenta “ajuda” situada ao lado do campo de entrada no canto inferior direito. A ferramenta de “ajuda” possui informações para as seguintes opções: funções matemáticas, todos os comandos, diagramas, estatística, funções e cálculo, GeoGebra, listas, lógica, matemática discreta, otimização, planilhas, probabilidade, programação, texto, vetores, matrizes e álgebra. Assim sendo, ao escolher um desses itens, mostrará uma caixa de texto com as instruções essenciais para o emprego do comando selecionado.

4.1 Editor de funções

No campo de entrada de comandos (ou entrada de texto), estão disponíveis os símbolos e operadores matemáticos mais comuns (FIGURA 5) empregados para edição de funções polinomiais e trigonométricas (FIGURA 6).

Figura 5: Editor de funções do *App GeoGebra*.



Fonte: Do autor utilizando o *App GeoGebra* (2019).

Figura 6: Editor de texto do App GeoGebra.



Fonte: Do autor utilizando o App GeoGebra (2019).

4.2 Ferramentas Básicas

- Nesta área é possível mover objetos, inserir ponto, inserir o controle deslizante, interseção de dois objetos, otimizar funções, encontrar raízes, determinar reta de regressão,
- Editar: editar objetos, mover janela visualização, apagar objetos, exibir ou esconder rótulos, exibir ou esconder objetos.
- Medições: ângulo, distância, comprimento ou perímetro, áreas, ângulo com amplitude fixa, inclinação.
- Pontos: ponto, interseção de dois objetos, ponto em objeto, vincular e desvincular objeto, otimização, raízes de função, números complexos.
- Transformações: reflexão em relação a uma reta, reflexão em relação a um ponto, translação por vetor, rotação em torno de um ponto, homotétia, inversão.

- f) Construções: ponto médio ou centro, reta perpendiculares, mediatriz, retas paralelas, bissetriz, reta tangente, lugar geométrico.
- g) Reta: segmento, reta, semirreta, vetor, segmento com comprimento fixo, vetor a partir de um ponto, reta polar ou diametral, caminho poligonal.
- h) Polígonos: polígonos regulares, polígonos semi deformável, polígono rígido.
- i) Círculos: círculo dados centro e um de seus pontos, compasso, semicírculo, círculo dados centro e raio, círculo definido por três pontos, arco círculo, arco circular, setor circular, setor circular.
- j) Cônicas: elipse, cônicas por cinco pontos, parábola, hipérbole.

5. Atividade propostas para manusear o *App GeoGebra*

As atividades de adaptação forma executadas primeiramente na forma de uma exposição no *PowerPoint*, mostrando as funcionalidades e janelas do *App GeoGebra*. Posteriormente, os alunos utilizar o tutorial para ajudá-los a operar o aplicativo. Foram construídos os gráficos das seguintes funções:

- a) $f(x) = x$; b) $f(x) = 5x$; c) $f(x) = -2x$; d) $f(x) = x - 3$; e) $f(x) = -3x + 5$;
- f) $f(x) = -x^2$ g) $f(x) = -x^2 + 1$; h) $f(x) = -x^2 + 2x$; i) $f(x) = x^2 + 3x$; j) $f(x) = x^2 + x - 2$;
- k) $f(x) = 2 \sin(\pi \cdot x - 3)$; l) $f(x) = \tan(2 \cdot \pi \cdot x)$; m) $f(x) = -\cos(\pi \cdot x)$; n) $f(x) = |x|$;
- o) $f(x) = |x - 2|$; p) $f(x) = |x + 5|$.

APÊNDICE E – Questionário semiestruturado prévio

Aluno: _____ Turma: _____

Código: _____ (**Não preencher**)

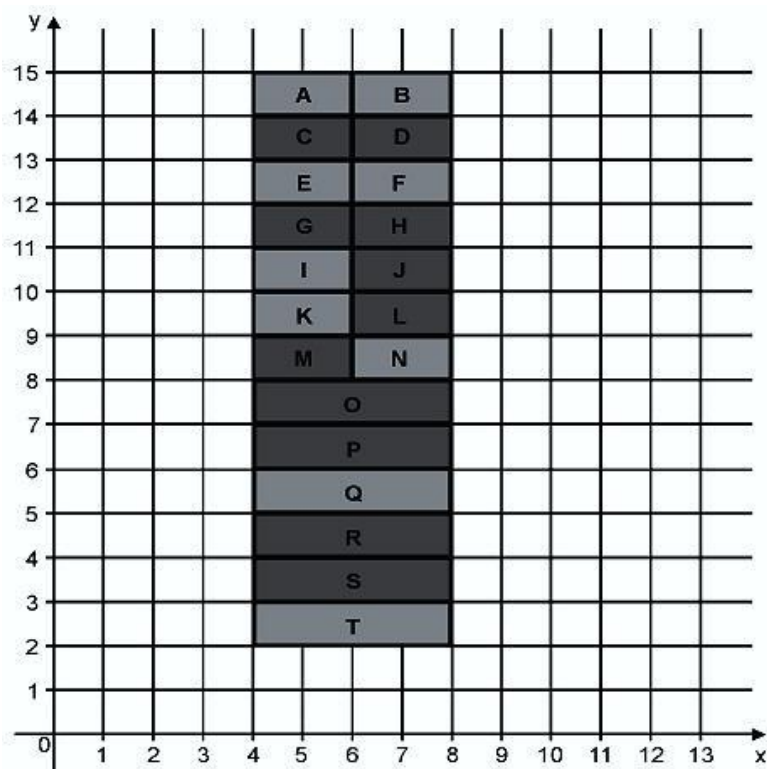
1 - Três alunos, Antônio, Beatriz e Carla concorriam à representante de turma. Para escolher o representante de turma, cada aluno votou apenas em dois candidatos de sua preferência. Houve 10 votos para Antônio e Beatriz, 8 votos para Beatriz e Carla e 2 votos para Antônio e Carla. Em consequência podemos afirmar que:

- a) venceu Antônio, com 12 votos.
- b) venceu Antônio, com 14 votos.
- c) Antônio e Beatriz empataram em primeiro lugar.
- d) venceu Carla, com 14 votos.
- e) venceu Beatriz, com 18 votos.

2- Carlos iria fazer uma viagem do município de Macapá até o município de Ferreira Gomes, para isso foi necessário encher o tanque do seu carro, colocando 45 litros de gasolina. Carlos pagou R\$ 4,15 por cada litro de gasolina. Quanto Carlos gastou com combustível para realizar a viagem do município de Macapá até o município de Ferreira Gomes?

- a) R\$ 158,80
- b) R\$ 148,50
- c) R\$ 176,30
- d) R\$ 186,75
- e) R\$ 196,21

3 - A prefeitura municipal de Macapá distribuirá lotes urbanos de formato retangular no Bairro Marabaixo III, localizado na zona oeste do município. Dona Francisca recebeu um lote, no qual os vértices estão representados pelas coordenadas (4,7), (4, 8), (8, 7) e (8,8).



Qual é a letra que representa o terreno recebido por dona Francisca?

- a) M.
- b) R.
- c) O.
- d) N.
- e) H.

4 – Julia se inscreve em uma escolinha de futebol que possui uma taxa semanal de R\$12,50 e um valor fixo de manutenção dos equipamentos de R\$ 4,50. Quanto Julia pagará por 4 semanas de curso na escolinha de futebol?

- a) R\$ 50,00
- b) R\$ 54,50
- c) R\$ 59,50
- d) R\$ 68,50
- e) R\$ 78,50

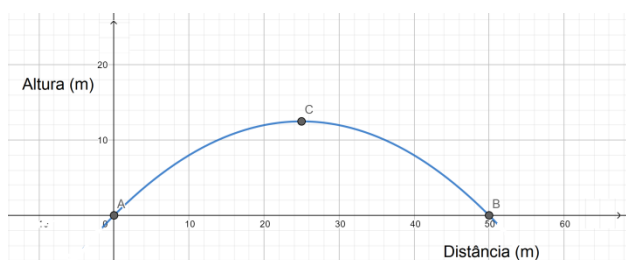
5 - Construindo o gráfico da função $g(x) = ax^2 + bx + c$, obtemos que figura geométrica?

- a) um ponto.
- b) uma reta.
- c) uma parábola.
- d) uma senoidal.
- e) uma circunferência.

6 - No gráfico da função $g(x) = ax^2 + bx + c$, o valor do coeficiente “c” é responsável pelo:

- a) deslocamento vertical do gráfico.
- b) deslocamento horizontal do gráfico.
- c) contração do gráfico.
- d) dilatação do gráfico.
- e) simetria do gráfico.

7 - Durante uma partida de futebol um jogador chutou uma bola que se encontrava parada no centro do campo que descreveu uma trajetória de uma parábola que tocou o solo a 50m de distância do ponto que se encontrava parada. Se, a 20m do ponto em que o jogador chutou a bola a mesma atingiu uma altura de 12m, então a altura máxima, em metros, atingida pela bola, foi de:



- a) 10m
- b) 12m
- c) 12,5m
- d) 20m
- e) 50m

8 - Considerando o gráfico da função $g(x) = -x^2 - 4x + 2$ podemos afirmar que:

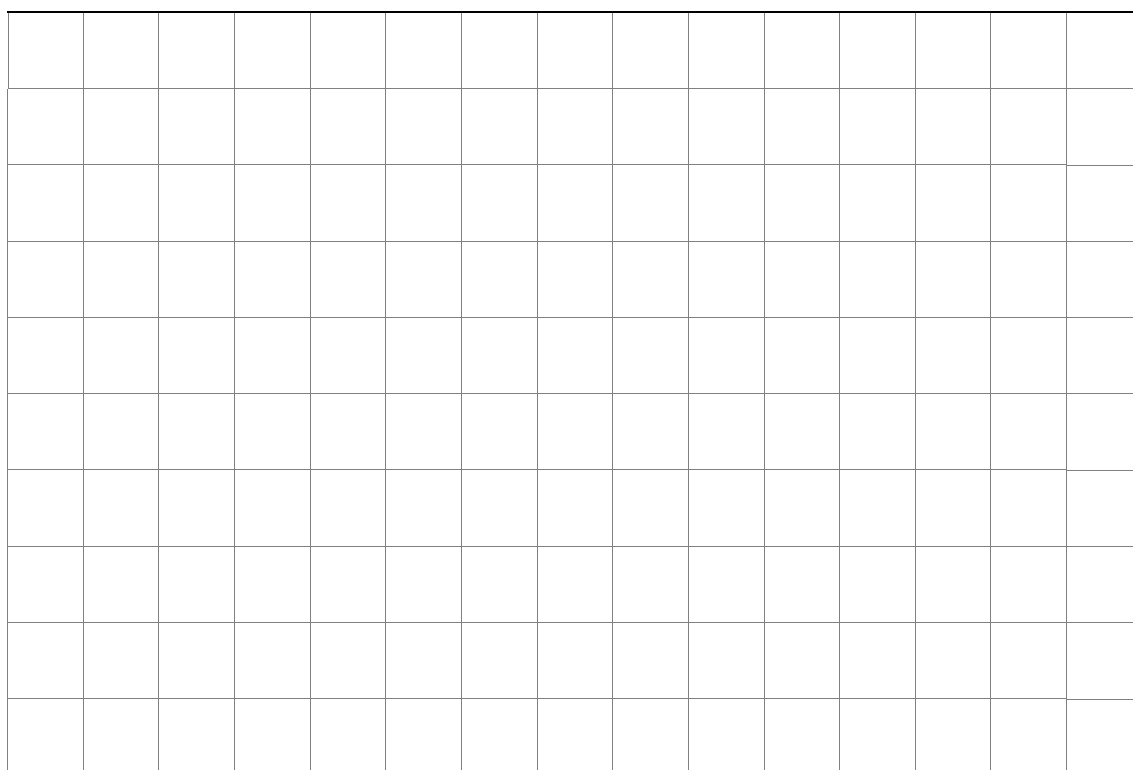
- a) é uma parábola de concavidade voltada para baixo.
- b) corta o eixo das ordenadas em (1, 3).
- c) corta o eixo das abscissas em P(3, -1) e Q (0, -2).
- d) o eixo das ordenadas é o eixo de simetria do gráfico.
- e) o ponto V (2,1) é o vértice do gráfico.

APÊNDICE F – Atividade Pedagógica Expositiva

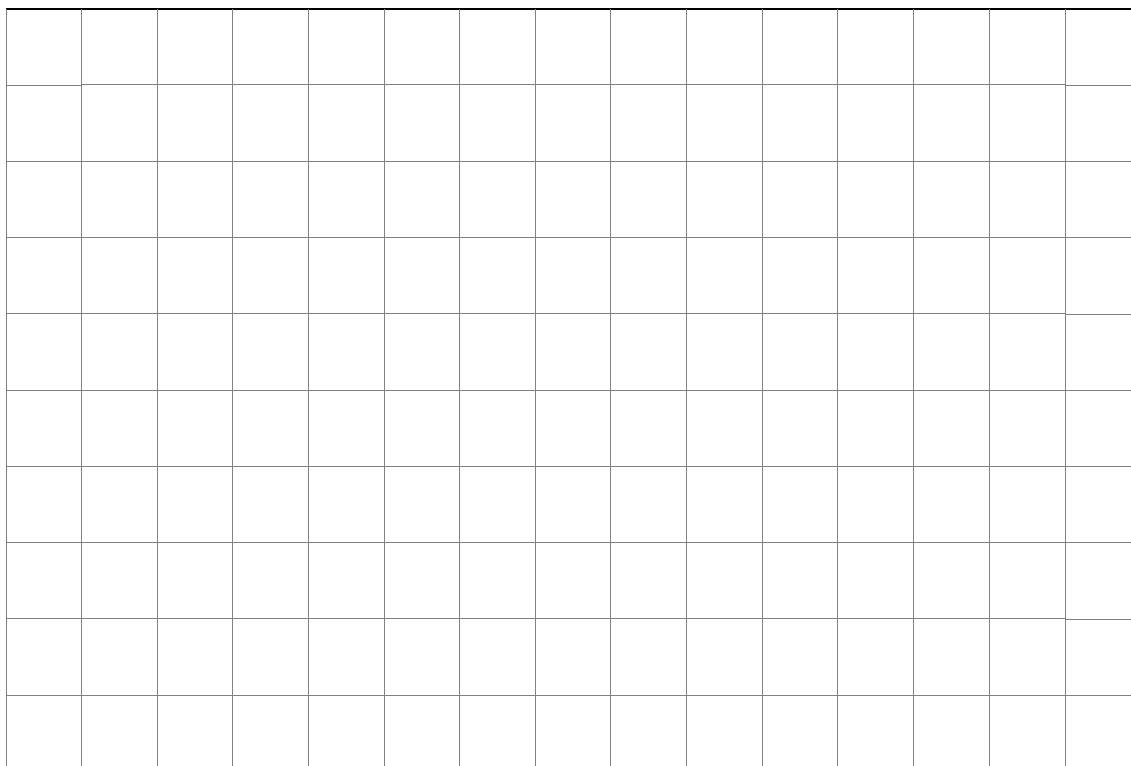
Aluno: _____ Turma: _____

Código: _____ (**Não preencher**)1 - Calcule algebricamente as raízes da função quadrática $f(x) = x^2 - 2x - 3$.

a) Esboce o gráfico da função usando apenas as raízes e as coordenadas do vértice.



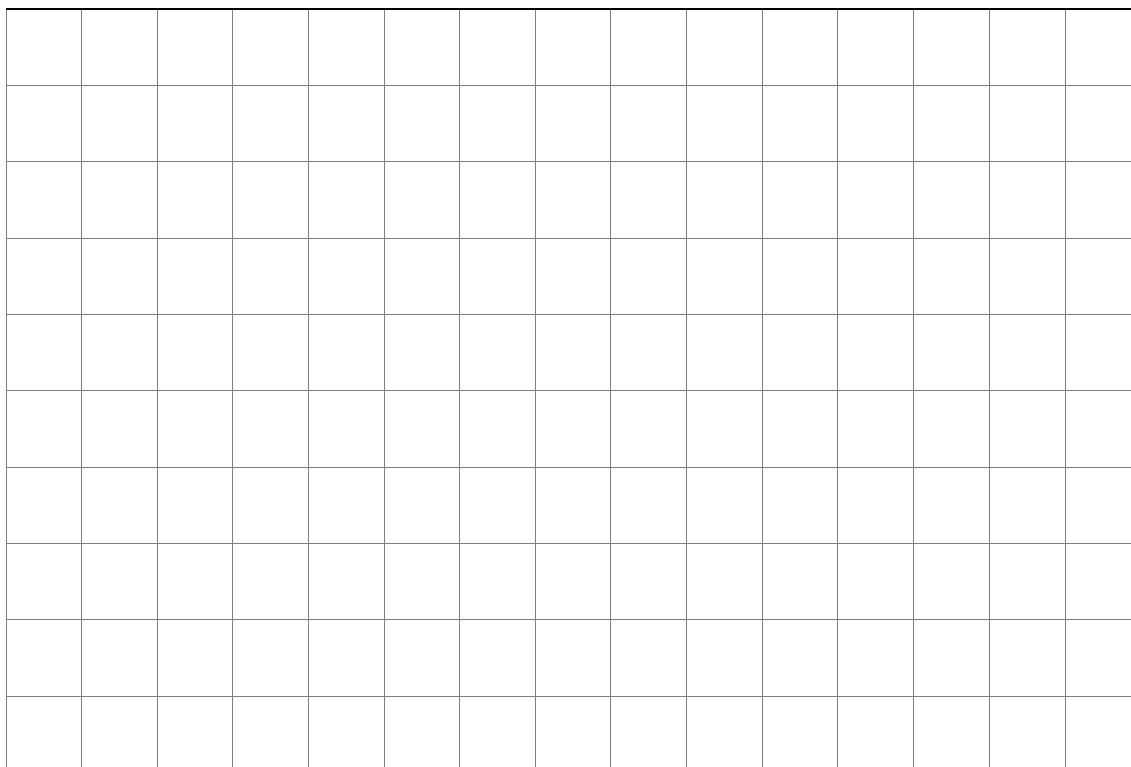
b) Altere os valores dos coeficientes da função quadrática $f(x) = x^2 - 2x - 3$, o valor do coeficiente **a** de 1 para 3, o coeficiente **b** de - 2 para -7 e o coeficiente **c** de -3 para 4. Após a alteração dos valores dos coeficientes esboce o gráfico da função usando apenas as raízes e as coordenadas do vértice.



c) Comparando o gráfico da alternativa a com o da alternativa b, quais conclusões é possível tirar relativo à influência dos coeficientes **a**, **b** e **c** nas características do gráfico da função?

2 – Em um experimento balístico um projétil é atirado de um canhão descrevendo uma parábola conforme a função quadrática $y = -2x^2 + 20x$, em que **y** representa a altura máxima e **x** a distância máxima atingida pelo projétil.

a) Esboce o gráfico da função usando apenas as raízes e as coordenadas do vértice.

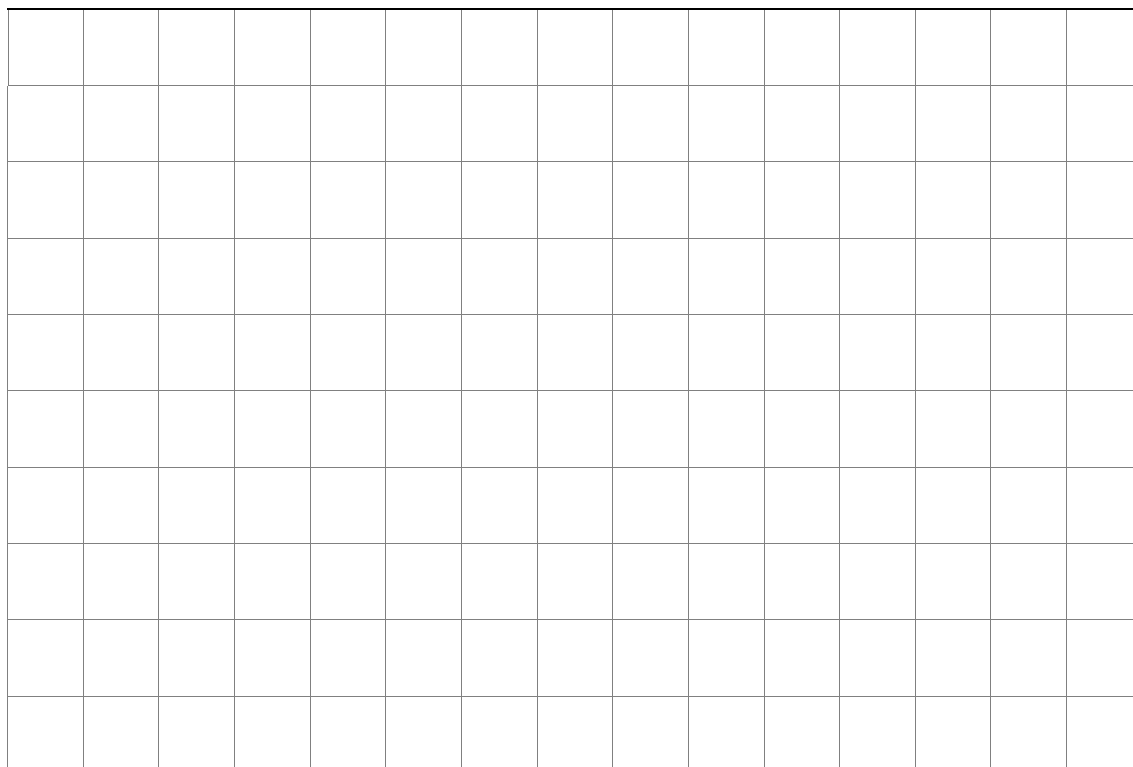


b) Qual é a altura máxima atingida pelo projétil? Qual a distância percorrida pelo projétil da origem do lançamento até alcançar o solo?

c) Qual é a altura máxima e a distância percorrida pelo projétil se o coeficiente **a** for alterado para -0,5 e o coeficiente **b** para 30?

3 – Uma bola é lançada de cima de um prédio até atingir o solo e voltar descrevendo uma parábola conforme a função $h(t) = 9t^2 - 12t + 4$, em que **h(t)** representa a altura em metros atingida pela bola, **t** o tempo em segundos após o lançamento da bola.

a) Esboce o gráfico da função usando apenas as raízes e as coordenadas do vértice.



b) Qual é a distância atingida pela bola em relação à base do prédio?

c) Levando em consideração os eixos de orientação do plano cartesiano, de qual altura foi lançada a bola?

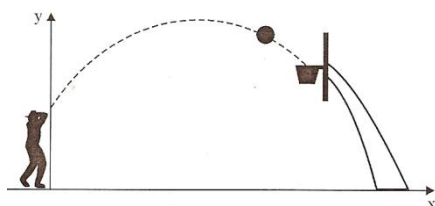
4 - Uma pequena empresa de doces artesanais produz um doce que possui um recheio de açaí e cobertura de cupuaçu. Para produzir esse tipo de doce a empresa possui um custo C descrito pela função $C(x) = -3x^2 + 18x + 15$, onde $C(x)$ representa o custo em reais da produção e x à quantidade em unidades.

a) Nessas condições, qual será o custo máximo dessa pequena empresa na produção do doce de recheio de açaí e cobertura de cupuaçu? Qual o número de doces produzidos para que esse custo seja máximo?

b) Qual é o custo inicial? Neste exemplo qual o coeficiente da função $C(x) = ax^2 + bx + c$, que estabelece esse custo inicial?

c) Descreva como comporta-se o gráfico da função custo?

5 - Durante o campeonato dos jogos escolares do ano de 2018, um aluno arremessa uma bola de basquete cujo centro de massa segue uma trajetória vertical de equação $y = -2x^2 + 7x$ na qual os valores de x e y são dados em metros. O aluno acerta o arremesso, e a bola passa pelo centro da cesta, que está a 3 m de altura.



Fonte: Do autor (2019).

a) Qual seria a altura máxima assumida pela bola antes de passar pelo centro da cesta?

b) Qual seria a nova altura assumida pela bola antes de passar pelo centro da cesta, se o valor do coeficiente **a** fosse alterado de - 2 para - 0.5 e se o coeficiente **b** fosse alterado de 7 para 5 ?

APÊNDICE G – Atividade Pedagógica com o App GeoGebra

Aluno: _____ Turma: _____

Código: _____ (**Não preencher**)

1 – Na III edição da competição Amapaense de lançamento de foguetes das escolas públicas, um foguete foi lançado para cima de tal forma que sua altura (h), em relação ao solo, é dada, pela função $h(t) = -5t^2 + 15t + 10$, em que a altura é dada em metros e o tempo é dado em segundos. Calcule:

a) a altura que o foguete atinge após 2 segundos do seu lançamento.

b) o tempo necessário para o foguete possa atingir a altura de 20 metros

2 - A temperatura $f(t)$ em graus Celsius de uma estufa de salgados da lanchonete de uma escola no período da manhã é determinada, em função da hora t do dia e expressão pela função $f(t) = -t^2 + 12t + 15$. Responda:

a) Qual horário a temperatura é 0°C ?

b) Analisando o gráfico da função $f(t) = -t^2 + 12t + 15$, em qual período do dia a temperatura é crescente? E decrescente?

c) Em que horário a temperatura é máxima? Qual é a temperatura máxima?

3 - O preço p do ingresso em um show relaciona-se com a quantidade de espectadores (x) no evento por meio da relação: $p = -0,2x + 100$.

a) Quanto foi arrecadado no show, se o preço do ingresso era de R\$50,00?

b) Sabendo que a função receita é dada por: receita = (preço) \times (quantidade) e que a receita de arrecadação no show foi dada por meio da função $r(x) = -0,2x^2 + 100x$. Qual é a receita máxima adquirida no show? E qual o número mínimo de espectadores (x) para que a receita seja máxima?

c) Esboce o gráfico da função receita. Analisando o gráfico da função receita, em qual período(s) a receita é crescente e decrescente?

4 - Um fabricante de sorvetes caseiros comercializa semanalmente em média 150 unidades de sorvetes de açaí, que possui um custo de produção dado por $C(x) = 0,5x^2 - 5x + 3$. Comparando com a forma geral da função quadrática $f(x) = ax^2 + bx + c$

c, em que $a = 0,5$; $b = -5$ e $c = 3$, explore o gráfico da função custo de produção conforme os itens seguintes.

a) Construa no *App GeoGebra* o gráfico da função custo $C(x) = 0,5x^2 - 5x + 3$ e identifique os seus pontos especiais (raízes reais, vértices e o ponto em que o gráfico intercepta o eixo das ordenadas) .

b) No *App GeoGebra* altere o valor do coeficiente **a** da função custo de produção $C(x) = 0,5x^2 - 5x + 3$, de 0,5 para os seguintes valores um de cada vez: $a = 0,1$; $a = 2$; $a = 3,8$; $a = 4$; $a = 5,5$; $a = -1,7$; $a = -0,2$; $a = -3$; $a = -4,5$ e $a = -5$. Quais foram às mudanças características do gráfico da função custo de produção?

c) Com relação à concavidade do gráfico da parábola, se o coeficiente **a** > 0 (positivo) qual a característica do gráfico? E se o coeficiente **a** < 0 (negativo) qual a característica do gráfico? Se o módulo do coeficiente **a** aumenta o que acontece com a “abertura” do gráfico?

5 - Em uma partida de futebol o goleiro do time A chuta a bola para frente que descreve uma curva até tocar o solo do gramado do campo. Se a altura h atingida pela bola em relação ao solo, t é tempo em segundos após o chute da bola pelo goleiro, é dada pela função $h(t) = -2t^2 + 6t + 1$, explore o gráfico da função que descreve o comportamento da bola conforme os itens seguintes.

a) Construa no *App GeoGebra* o gráfico da função que descreve o comportamento da bola $h(t) = -2t^2 + 6t + 1$ e identifique os seus pontos especiais (raízes reais, vértices e o ponto em que o gráfico intercepta o eixo das ordenadas).

b) No *App GeoGebra* altere o valor do coeficiente **c** da função que descreve o comportamento da bola $h(t) = -2t^2 + 6t + 1$, de 1 para os seguintes valores um de cada vez: **c** = 2,9 ; **c** = 3; **c** = 6 ; **c** = - 1; **c** = - 2,5 ; **c** = - 3 e **c** = - 5. Quais foram às mudanças características do gráfico da função? Quais conclusões são possíveis obter em relação ao coeficiente **c**?

6 - O número de atendimentos registrados das 08 às 18 horas no dia 06 de abril de 2018, último dia de cadastramento do passe estudantil em Macapá, é dado pela função $f(t) = -t^2 + 3t + 1$, em que $08 \leq t \leq 18$ é a hora desse dia. Em relação à função $f(t) = -t^2 + 3t + 1$, desenvolva os itens seguintes.

a) Construa no *App GeoGebra* o gráfico da função que descreve o comportamento da função $h(t) = -t^2 + 3t + 1$ e identifique os seus pontos especiais (raízes reais, vértices e o ponto em que o gráfico intercepta o eixo das ordenadas e abscissas).

b) No *App GeoGebra* altere o valor do coeficiente **b** da função que descreve o número de atendimento dado pela função $f(t) = -t^2 + 3t + 1$, de 3 para os seguintes valores um de cada vez: **b** = 2; **b** = -3; **b** = 4,7; **b** = - 5,9 ; **b** = 7 e **b** = - 6. Quais foram às mudanças características do gráfico da função? Que conclusões foi possível ter em relação ao coeficiente **b**?

7 - Um garoto brincando em uma praça atira para cima uma peteca de badminton. A altura (h), em metros, assumida pela peteca de badminton é dada pela função $h(t) = at^2 + bt + c$, em que t é medido em segundos gasto para descrever a trajetória. No

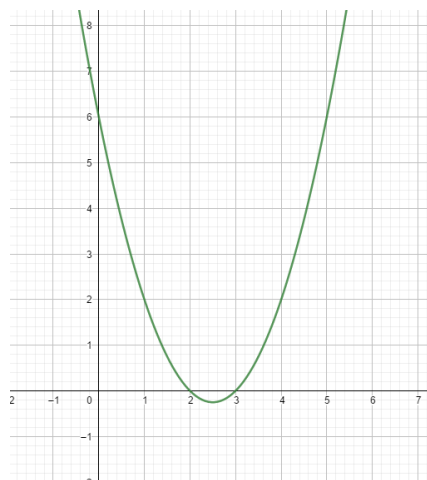
App GeoGebra explore a variação dos coeficientes **a**, **b** e **c** dentro das situações solicitadas.

a) No *App GeoGebra* construa o gráfico da função $h(t) = at^2 + bt + c$ com **a** $\neq 0$, deixe fixo os valores dos coeficientes **b** e **c**, varie o valor do coeficiente **a**, e descreva quais são as mudanças gráficas percebidas a partir que o valor do coeficiente **a** altera-se?

b) No *App GeoGebra* deixe fixo o valor do coeficiente **a** e **c** do gráfico da função $h(t) = at^2 + bt + c$, varie o coeficiente **b**. Quais foram às mudanças gráficas percebidas a partir que o valor do coeficiente **b** altera-se?

c) No *App GeoGebra* deixe fixo o valor do coeficiente **a** e **b** da gráfico da função $h(t) = at^2 + bt + c$, altere o valor do coeficiente **c**. Quais foram às mudanças gráficas percebidas a partir que o valor do coeficiente **c** altera-se?

8 - Seja o gráfico da função quadrática $y = ax^2 + bx + c$, por meio do *App GeoGebra* determine os valores dos coeficientes **a**, **b** e **c** respectivamente.

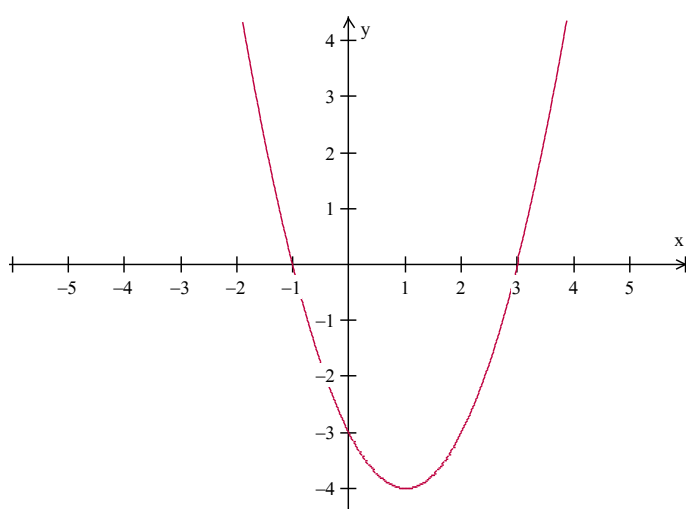


Fonte: Do autor com o auxílio do *App GeoGebra* (2019).

APÊNDICE H – Atividade de Avaliação

Aluno: _____ Turma: _____

Código: _____ (Não preencher)

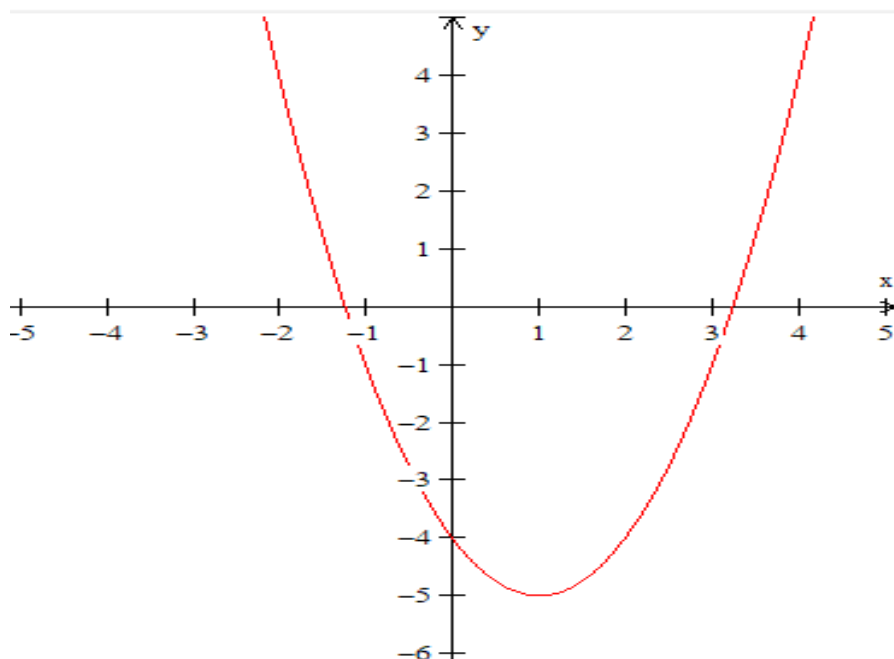
1) O gráfico da função quadrática $h(x): \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, definida por:

Fonte: do autor com o auxílio do Software winplot (2018)

Qual é a função em que os coeficientes possuem as características do gráfico da função acima?

- a) $h(x) = x^2 - 2x - 3$
- b) $h(x) = x^2 + x - 2$
- c) $h(x) = -x^2 - 2x - 3$
- d) $h(x) = x^2 - 2x + 3$
- e) $h(x) = -x^2 - 3x + 3$

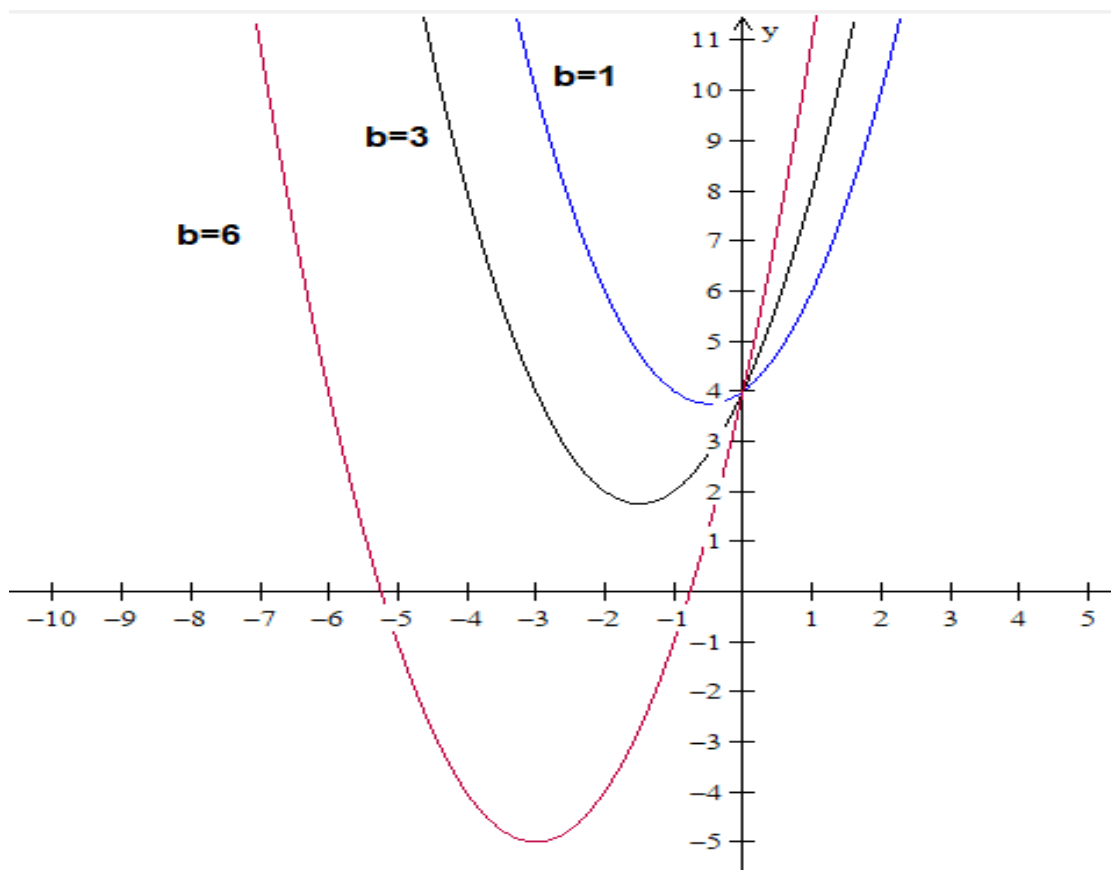
2) Considerando o gráfico da função quadrática definida por $f(x) = ax^2 + bx + c$, com a, b e $c \in \mathbb{R}$ e $a \neq 0$, representado na figura abaixo, podemos afirmar que:



Fonte: do autor com o auxílio do Software Winplot (2018)

- a) $a > 0$; $b < 0$ e $c < 0$
- b) $a < 0$; $b < 0$ e $c < 0$
- c) $a < 0$; $b < 0$ e $c > 0$
- d) $a > 0$; $b > 0$ e $c = 0$
- e) $a < 0$; $b > 0$ e $c > 0$

3) A figura abaixo apresenta um esboço do gráfico da função $f(x) = x^2 + bx + c$, para, $b = 1$, $b = 3$ e $b = 6$.



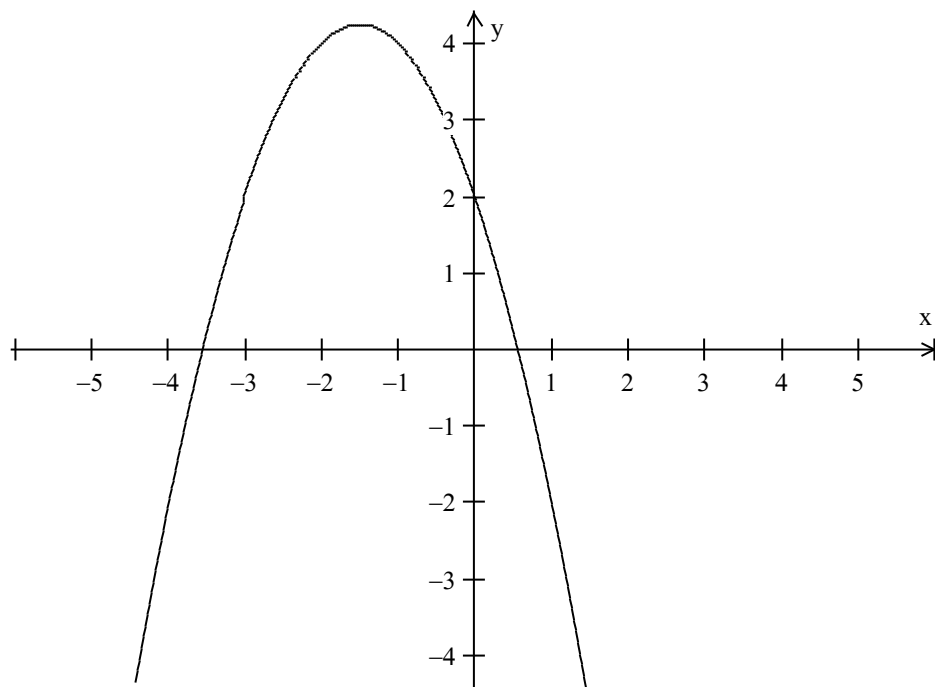
Fonte: do autor com o auxílio do Software winplot (2018)

Considerando-se as informações presente na figura, é correto afirmar que:

- O valor do coeficiente **c** é igual às raízes reais das funções.
- O valor do coeficiente **c** é igual ao valor do coeficiente **b**, tendo como valores $c = 1$, $c = 3$ e $c = 6$.
- O coeficiente **c** determina onde o gráfico da função corta o eixo da imagem, tendo como valor igual a 4.
- O coeficiente **c** determinar se a parábola terá concavidade para cima ou para baixo, tendo como valor igual a 1.
- O coeficiente **c** de valor 4, é responsável pela **inclinação que a parábola toma**.

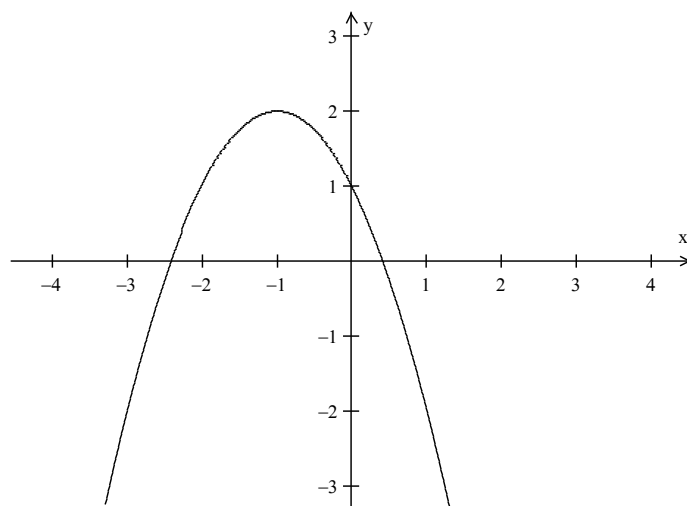
4) Considerando a importância dos valores dos coeficientes **a**, **b** e **c** no comportamento gráfico da função. Qual das alternativas a seguir representa o gráfico da função $f(x) = -x^2 - 3x + 2$ é:

a)



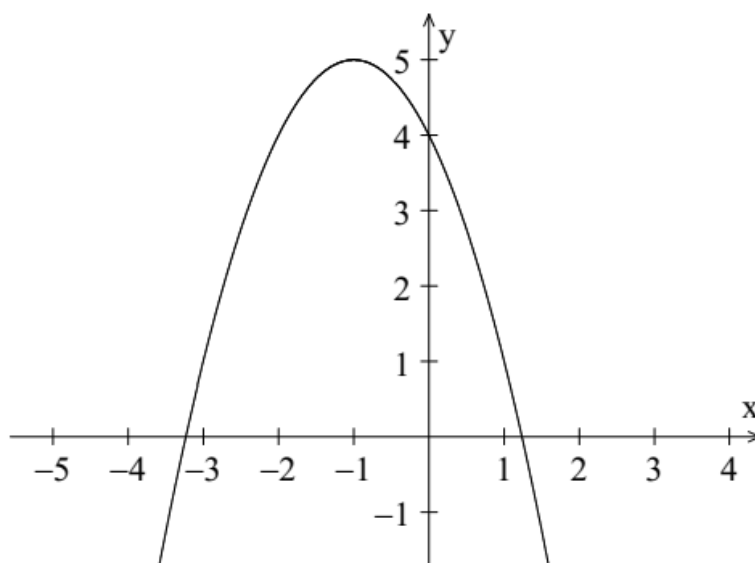
Fonte: do autor com o auxílio do Software Winplot (2018)

b)



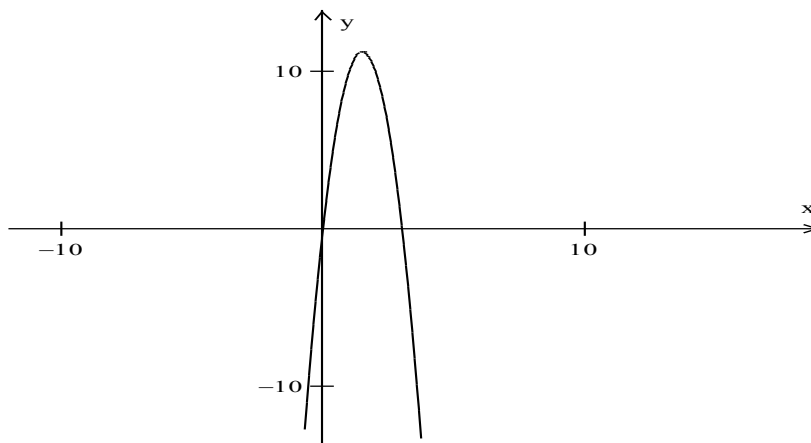
Fonte: do autor com o auxílio do App GeoGebra (2018)

c)



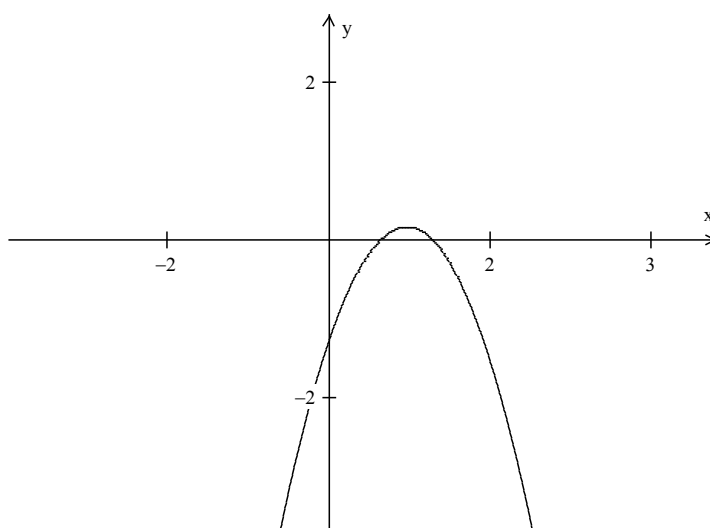
Fonte: do autor com o auxílio do Software Winplot (2018)

d)



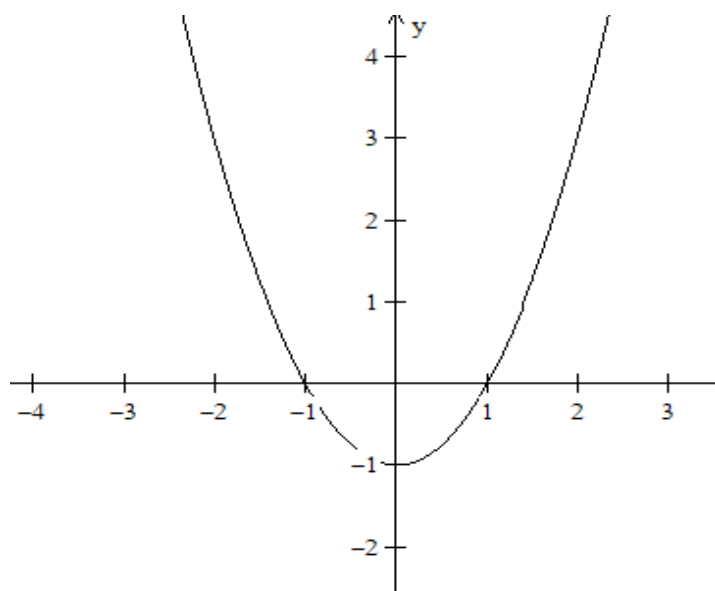
Fonte: do autor com o auxílio do Software Winplot (2018)

e)



Fonte: do autor com o auxílio do Software Winplot (2018)

5) A função quadrática representada abaixo é uma parábola cujas raízes da equação polinomial do segundo grau são -1 e 1 .



Fonte: Do autor com o auxílio do Software Winplot (2018).

Qual é a função quadrática que representa o gráfico descrito?

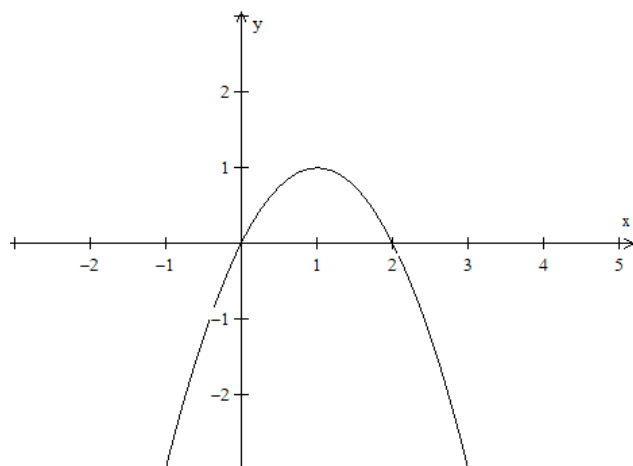
- a) $f(x) = x^2 - 1$
- b) $f(x) = x^2 + 1$
- c) $f(x) = -x^2 + 1$
- d) $f(x) = -x^2 - 1$
- e) $f(x) = -x^2$

6) No dia 5 de janeiro de 2019, o Serviço de Meteorologia do Instituto de Pesquisas Científicas e Tecnológicas do Estado do Amapá – IEPA, informou que a temperatura na cidade de Macapá atingiu o seu valor máximo às 13 horas, e que nesse dia a temperatura $g(t)$ em graus é uma função do tempo " t " medido em horas, dada por $g(t) = -t^2 + bt - 156$, quando $7 < t < 21$. Obtenha o valor de b .

- a) 20
- b) 23
- c) 26
- d) 29
- e) 32

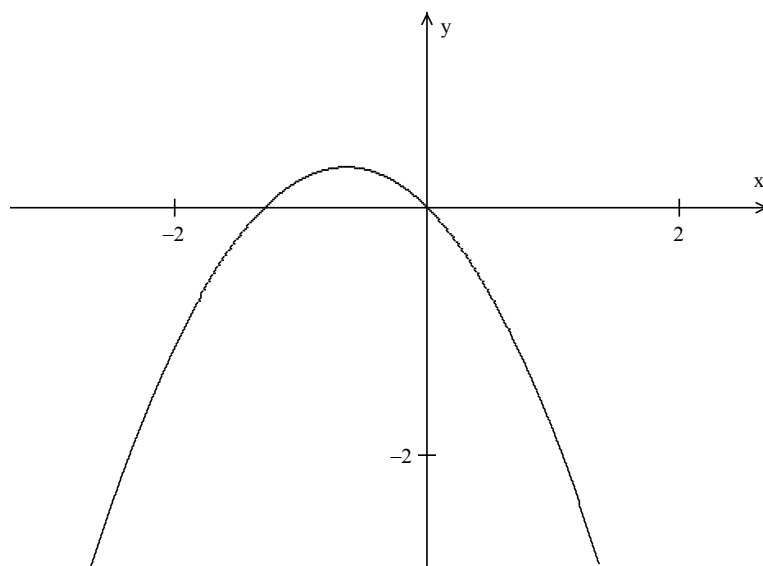
7) Em uma partida de basquete um jogador arremessa uma bola do centro da quadra até a cesta que descreve uma curva segundo a Função $g(x) = -x^2 + bx + c$, em que b e c são constantes, passando pelos pontos $(0,0)$ e $(2,2)$. Qual dos gráficos seguinte descreve a trajetória do arremesso?

a)

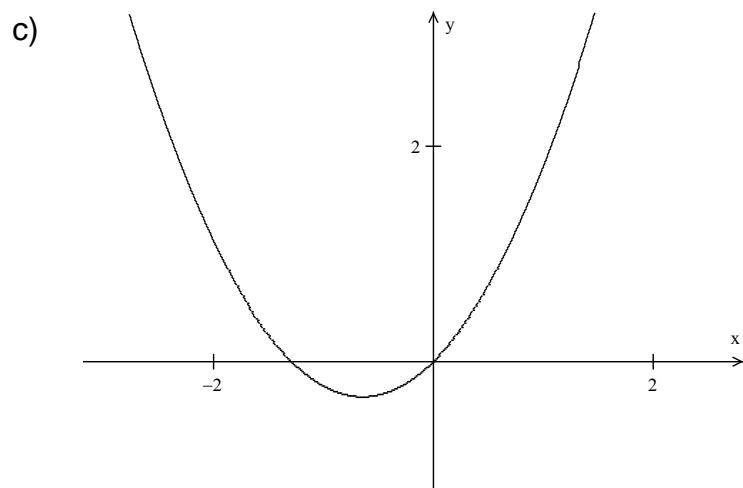


Fonte: Do autor com o auxílio do Software Winplot (2018).

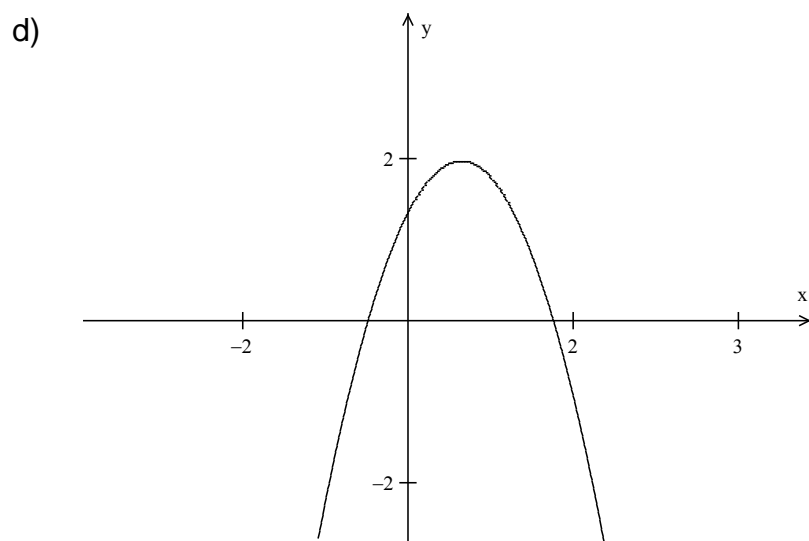
b)



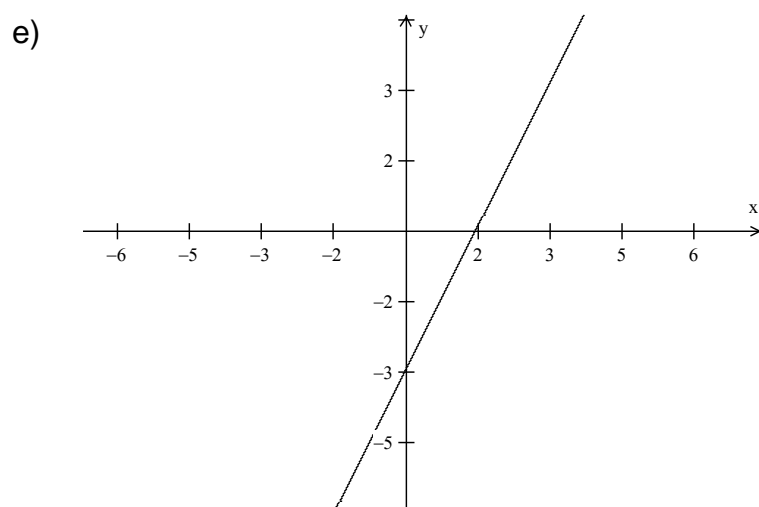
Fonte: Do autor com o auxílio do Software Winplot (2018)



Fonte: Do autor com o auxílio do Software Winplot (2018)



Fonte: Do autor com o auxílio do Software Winplot (2018)



Fonte: Do autor com o auxílio do Software Winplot (2018)

APÊNDICE I – Parecer do Comitê de Ética em Pesquisa

UNIVERSIDADE DO VALE DO
TAQUARI - UNIVATES



PARECER CONSUBSTANCIADO DO CEP

DADOS DO PROJETO DE PESQUISA

Título da Pesquisa: A UTILIZAÇÃO DO APP GEOGEBRA NO PROCESSO DE APRENDIZAGEM SIGNIFICATIVA PARA ENSINAR OS CONCEITOS DE FUNÇÕES QUADRÁTICAS NO ENSINO MÉDIO

Pesquisador: CLAUDIONOR DE OLIVEIRA PASTANA

Área Temática:

Versão: 3

CAAE: 20225119.4.0000.5310

Instituição Proponente: FUNDACAO VALE DO TAQUARI DE EDUCACAO E DESENVOLVIMENTO

Patrocinador Principal: Financiamento Próprio

DADOS DO PARECER

Número do Parecer: 3.667.916

Apresentação do Projeto:

De acordo.

Objetivo da Pesquisa:

De acordo.

Avaliação dos Riscos e Benefícios:

De acordo.

Comentários e Considerações sobre a Pesquisa:

De acordo.

Considerações sobre os Termos de apresentação obrigatória:

De acordo.

Recomendações:

De acordo.

Conclusões ou Pendências e Lista de Inadequações:

De acordo.

Considerações Finais a critério do CEP:

Endereço: Rua Avelino Tallini, 171 - Sala 309 - Prédio 01
Bairro: Bairro Universitário **CEP:** 95.914-014
UF: RS **Município:** LAJEADO
Telefone: (51)3714-7000 **Fax:** (51)3714-7001 **E-mail:** coep@univates.br

**UNIVERSIDADE DO VALE DO
TAQUARI - UNIVATES**



Continuação do Parecer: 3.667.916

Este parecer foi elaborado baseado nos documentos abaixo relacionados:

Tipo Documento	Arquivo	Postagem	Autor	Situação
Informações Básicas do Projeto	PB_INFORMAÇÕES_BÁSICAS_DO_PROJETO_1424607.pdf	22/10/2019 19:10:04		Aceito
TCLE / Termos de Assentimento / Justificativa de Ausência	TALE.pdf	22/10/2019 19:09:23	CLAUDIONOR DE OLIVEIRA PASTANA	Aceito
Cronograma	Cronograma.pdf	27/09/2019 16:11:00	CLAUDIONOR DE OLIVEIRA PASTANA	Aceito
Projeto Detalhado / Brochura Investigador	Projeto.pdf	27/09/2019 16:10:44	CLAUDIONOR DE OLIVEIRA PASTANA	Aceito
TCLE / Termos de Assentimento / Justificativa de Ausência	TCLE.pdf	27/09/2019 16:08:28	CLAUDIONOR DE OLIVEIRA PASTANA	Aceito
Outros	FolhaRostoNovo.pdf	17/09/2019 16:46:42	CLAUDIONOR DE OLIVEIRA PASTANA	Aceito
Folha de Rosto	folhaDeRosto.pdf	04/09/2019 16:13:52	CLAUDIONOR DE OLIVEIRA PASTANA	Aceito
Outros	Instrumento.pdf	02/09/2019 23:38:43	CLAUDIONOR DE OLIVEIRA PASTANA	Aceito
Declaração de Instituição e Infraestrutura	Autorizacao.pdf	02/09/2019 23:36:41	CLAUDIONOR DE OLIVEIRA PASTANA	Aceito
Outros	Ata.pdf	29/08/2019 16:02:41	CLAUDIONOR DE OLIVEIRA PASTANA	Aceito

Situação do Parecer:

Aprovado

Necessita Apreciação da CONEP:

Não

LAJEADO, 29 de Outubro de 2019

Assinado por:
Ivan Cunha Bustamante Filho
(Coordenador(a))

Endereço: Rua Avelino Tallini, 171 - Sala 309 - Prédio 01
Bairro: Bairro Universitário **CEP:** 95.914-014
UF: RS **Município:** LAJEADO
Telefone: (51)3714-7000 **Fax:** (51)3714-7001 **E-mail:** coep@univates.br